



MATEMÁTICA

1

Uma confeitaria produz dois tipos de bolos de festa. Cada quilograma do bolo do tipo A consome 0,4 kg de açúcar e 0,2 kg de farinha. Por sua vez, o bolo do tipo B consome 0,2 kg de açúcar e 0,3 kg de farinha para cada quilograma produzido. Sabendo que, no momento, a confeitaria dispõe de 10 kg de açúcar e 6 kg de farinha, responda às questões abaixo.

- a) Será que é possível produzir 7 kg de bolo do tipo A e 18 kg de bolo do tipo B? Justifique sua resposta.
- b) Quantos quilogramas de bolo do tipo A e de bolo do tipo B devem ser produzidos se a confeitaria pretende gastar toda a farinha e todo o açúcar de que dispõe?

Resolução

- a) I) Para produzir 7 kg de bolo do tipo A e 18 kg de bolo do tipo B, a quantidade de açúcar é $(0,4 \cdot 7 + 0,2 \cdot 18)\text{kg} = 6,4 \text{ kg}$

II) De modo análogo, a quantidade de farinha é $(0,2 \cdot 7 + 0,3 \cdot 18)\text{kg} = 6,8 \text{ kg}$

III) Com 10 kg de açúcar e 6 kg de farinha, não é possível, portanto, produzir 7 kg de bolo do tipo A e 18 kg de bolo do tipo B, pois a farinha não é suficiente.

- b) Se a for o número de quilogramas de bolo do tipo A e b o do tipo B, então:

$$\begin{cases} 0,4a + 0,2b = 10 \\ 0,2a + 0,3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 100 \\ 2a + 3b = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 50 \\ 2a + 3b = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 50 \\ 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 22,5 \\ b = 5 \end{cases}$$

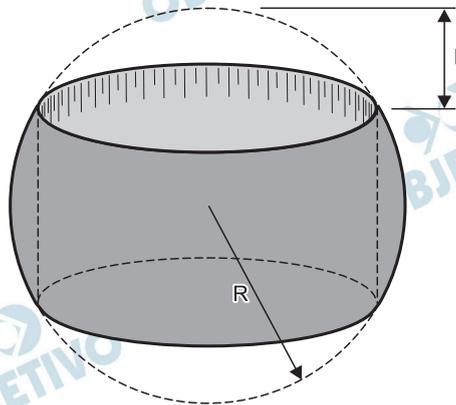
- Respostas: a) Não
b) 22,5 kg do tipo A;
5 kg do tipo B

2

Uma peça esférica de madeira maciça foi escavada, adquirindo o formato de anel, como mostra a figura seguinte. Observe que, na escavação, retirou-se um cilindro de madeira com duas tampas em formato de calota esférica. Sabe-se que uma calota esférica tem volume $V_{\text{cal}} = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$, em que h é a altura da calota

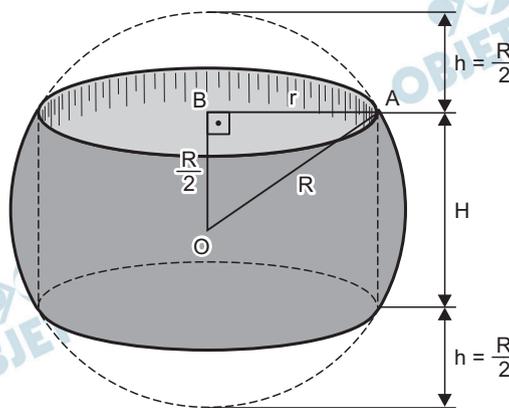
e R é o raio da esfera. Além disso, a área da superfície da calota esférica (excluindo a porção plana da base) é dada por $A_{\text{cal}} = 2\pi Rh$.

Atenção: não use um valor aproximado para π .



- Supondo que $h = R/2$, determine o volume do anel de madeira, em função de R .
- Depois de escavada, a peça de madeira receberá uma camada de verniz, tanto na parte externa, como na interna. Supondo, novamente, que $h = R/2$, determine a área sobre a qual o verniz será aplicado.

Resolução



Sejam r e H as medidas do raio da base e da altura do cilindro que foi retirado.

Como $h = \frac{R}{2}$, temos:

$$H = 2R - h - h = 2R - \frac{R}{2} - \frac{R}{2} = R$$

No triângulo ABO, retângulo em B, temos:

$$r^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 = R^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - \frac{R^2}{4} \Rightarrow r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } V_{\text{calota}} &= \frac{\pi h^2}{3} \cdot (3R - h) = \\ &= \frac{\pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2}{3} \cdot \left(3R - \frac{R}{2}\right) = \\ &= \frac{5\pi R^3}{24} \end{aligned}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 \cdot H = \pi \cdot \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot R = \frac{3\pi R^3}{4}$$

Assim:

$$\begin{aligned} V_{\text{anel}} &= V_{\text{esfera}} - 2 \cdot V_{\text{calota}} - V_{\text{cilindro}} = \\ &= \frac{4}{3} \pi R^3 - 2 \cdot \frac{5\pi R^3}{24} - \frac{3\pi R^3}{4} = \frac{\pi R^3}{6} \end{aligned}$$

$$\text{b) } A_{\text{calota}} = 2\pi R \cdot h = 2\pi R \cdot \frac{R}{2} = \pi R^2$$

$$\begin{aligned} A_{\text{lateral do cilindro}} &= 2\pi r \cdot H = 2\pi \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot R = \\ &= \pi R^2 \sqrt{3} \end{aligned}$$

Assim, sendo A a área sobre a qual o verniz será aplicado, temos:

$$\begin{aligned} A &= A_{\text{esfera}} - 2 \cdot A_{\text{calota}} + A_{\text{lateral do cilindro}} = \\ &= 4\pi R^2 - 2\pi R^2 + \pi R^2 \sqrt{3} = \pi R^2 \cdot (2 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

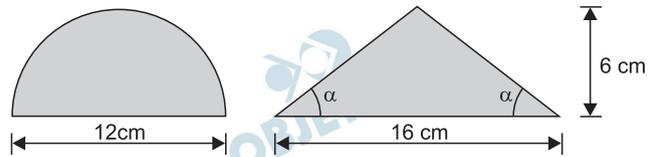
$$\text{Respostas: a) } \frac{\pi R^3}{6}$$

$$\text{b) } \pi R^2 \cdot (2 + \sqrt{3})$$

3

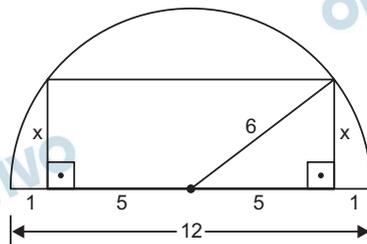
Um artesão precisa recortar um retângulo de couro com 10 cm x 2,5 cm. Os dois retalhos de couro disponíveis para a obtenção dessa tira são mostrados nas figuras abaixo.

- O retalho semicircular pode ser usado para a obtenção da tira? Justifique.
- O retalho triangular pode ser usado para a obtenção da tira? Justifique.



Resolução

- Seja x a medida, em centímetros, da altura do retângulo com 10 cm de base, inscrito no retalho semicircular da figura.

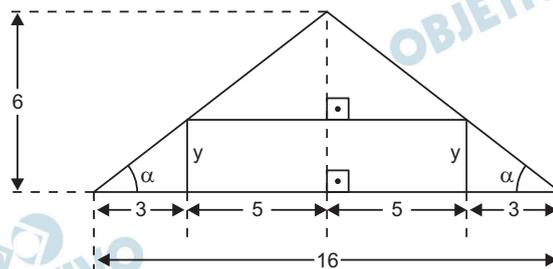


De acordo com o Teorema de Pitágoras, tem-se:

$$x^2 + 5^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{11} \Rightarrow x > 2,5$$

Conclui-se assim que o retalho semicircular pode ser usado para a obtenção da tira retangular.

- Seja y a medida, em centímetros, da altura do retângulo com 10 cm de base, inscrito no retalho triangular da figura.



Da semelhança entre triângulos retângulos dessa figura, tem-se:

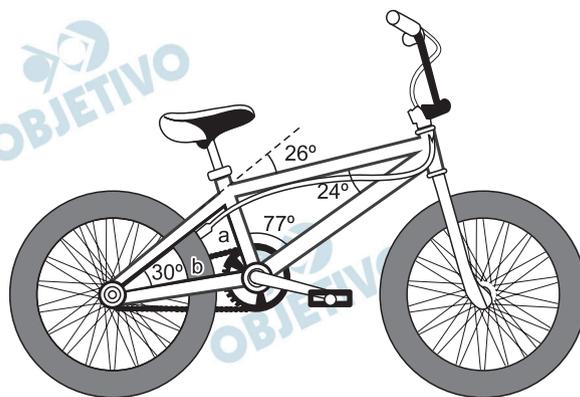
$$\frac{6}{y} = \frac{8}{3} \Rightarrow y = \frac{9}{4} \Leftrightarrow y = 2,25 \Rightarrow y < 2,5$$

Conclui-se assim que o retalho triangular não pode ser usado para a obtenção da tira retangular.

Respostas: a) sim b) não

Laura decidiu usar sua bicicleta nova para subir uma rampa. As figuras abaixo ilustram a rampa que terá que ser vencida e a bicicleta de Laura.

- a) Suponha que a rampa que Laura deve subir tenha ângulo de inclinação α , tal que $\cos(\alpha) = \sqrt{0,99}$. Suponha, também, que cada pedalada faça a bicicleta percorrer 3,15 m. Calcule a altura h (medida com relação ao ponto de partida) que será atingida por Laura após dar 100 pedaladas.
- b) O quadro da bicicleta de Laura está destacado na figura à direita. Com base nos dados da figura, e sabendo que a mede 22 cm, calcule o comprimento b da barra que liga o eixo da roda ao eixo dos pedais.

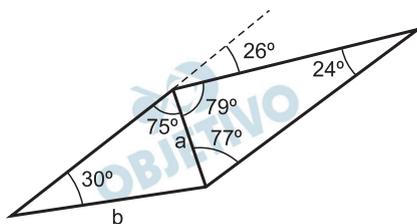


Resolução

- a) Após 100 pedaladas, Laura subiu $3,15 \cdot 100 = 315$ metros da rampa, atingindo a altura, em metros, de

$$h = 315 \cdot \sin \alpha = 315 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 315 \cdot \sqrt{1 - (\sqrt{0,99})^2} = 315 \cdot \sqrt{0,01} = 31,5$$

- b) A figura seguinte esquematiza o quadro da bicicleta de Laura.



$$\begin{aligned} \text{Sendo } \sin 75^\circ &= \sin (45^\circ + 30^\circ) = \\ &= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ = \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \text{ temos, pela lei dos senos e em centí-}$$

metros:

$$\frac{b}{\sin 75^\circ} = \frac{a}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{b}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \frac{22}{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$b = 11\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$$

Respostas: a) 31,5m

$$b) 11\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}$$



O valor presente, V_p , de uma parcela de um financiamento, a ser paga daqui a n meses, é dado pela fórmula abaixo, em que r é o percentual mensal de juros ($0 \leq r \leq 100$) e p é o valor da parcela.

$$V_p = \frac{p}{\left[1 + \frac{r}{100}\right]^n}$$

- a) Suponha que uma mercadoria seja vendida em duas parcelas iguais de R\$ 200,00, uma a ser paga à vista, e outra a ser paga em 30 dias (ou seja, 1 mês). Calcule o valor presente da mercadoria, V_p , supondo uma taxa de juros de 1% ao mês.
- b) Imagine que outra mercadoria, de preço $2p$, seja vendida em duas parcelas iguais a p , sem entrada, com o primeiro pagamento em 30 dias (ou seja, 1 mês) e o segundo em 60 dias (ou 2 meses). Supondo, novamente, que a taxa mensal de juros é igual a 1%, determine o valor presente da mercadoria, V_p , e o percentual mínimo de desconto que a loja deve dar para que seja vantajoso, para o cliente, comprar à vista.
- a) **Admitindo que o valor presente da mercadoria seja a soma dos valores presentes de cada parcela, temos:**

O valor presente da *primeira* parcela é, em reais,

$$V_{p_1} = \frac{200}{\left[1 + \frac{1}{100}\right]^0} = 200, \text{ pois a } \textit{primeira} \text{ parcela}$$

foi paga no ato da compra.

O valor presente da *segunda* parcela é, em reais,

$$V_{p_2} = \frac{200}{\left[1 + \frac{1}{100}\right]^1} = \frac{200}{1,01} \approx 198,02, \text{ pois a } \textit{segunda}$$

parcela foi paga após 1 mês.

Desta forma, o valor presente da mercadoria foi

$$V_{p_1} + V_{p_2} \approx 200 + 198,02 = 398,02, \text{ em reais.}$$

- b) O valor presente da *primeira* parcela é

$$V_{p_1} = \frac{p}{\left[1 + \frac{1}{100}\right]^1} = \frac{p}{1,01}, \text{ pois a } \textit{primeira} \text{ par-}$$

cela, neste caso, foi paga 1 mês depois da compra.

O valor presente da *segunda* parcela é

$$V_{p_2} = \frac{p}{\left[1 + \frac{1}{100}\right]^2} = \frac{p}{1,01^2}, \text{ pois a } \textit{segunda} \text{ parce-}$$

la, neste caso, foi paga 2 meses depois da compra.

Desta forma, o valor presente da mercadoria foi

$$V_{p_1} + V_{p_2} = \frac{p}{1,01} = \frac{p}{1,01^2} = \frac{2,01p}{1,01^2} = 1,97p$$

Assim, o percentual mínimo de desconto que a loja deve dar para que seja vantajoso, para o cliente, comprar à vista é, aproximadamente

$$\frac{2p - 1,97p}{2p} = 0,015 = 1,5\%$$

Respostas: a) R\$ 398,02 b) 1,97p; 1,5%



Uma empresa fabricante de aparelhos que tocam músicas no formato MP3 efetuou um levantamento das vendas dos modelos que ela produz. Um resumo do levantamento é apresentado na tabela abaixo.

Modelo	Preço (R\$)	Aparelhos vendidos (milhares)
A	150	78
B	180	70
C	250	52
D	320	36

- a) Em face dos ótimos resultados obtidos nas vendas, a empresa resolveu sortear um prêmio entre seus clientes. Cada proprietário de um aparelho da empresa receberá um cupom para cada R\$ 100,00 gastos na compra, não sendo possível receber uma fração de cupom. Supondo que cada proprietário adquiriu apenas um aparelho e que todos os proprietários resgataram seus cupons, calcule o número total de cupons e a probabilidade de que o prêmio seja entregue a alguma pessoa que tenha adquirido um aparelho com preço superior a R\$ 300,00.
- b) A empresa pretende lançar um novo modelo de aparelho. Após uma pesquisa de mercado, ela descobriu que o número de aparelhos a serem vendidos anualmente e o preço do novo modelo estão relacionados pela função $n(p) = 115 - 0,25p$, em que n é o número de aparelhos (em milhares) e p é o preço de cada aparelho (em reais). Determine o valor de p que maximiza a receita bruta da empresa com o novo modelo, que é dada por $n \times p$.

Resolução

- a) A tabela seguinte mostra o número de cupons distribuídos para cada comprador e o número total de cupons distribuídos, por modelo.

Modelo	Preço (R\$)	Aparelhos vendidos (milhares)	Cupons por comprador	Total de cupons
A	150	78	1	78 000
B	180	70	1	70 000
C	250	52	2	104 000
D	320	36	3	108 000
TOTAL				360 000

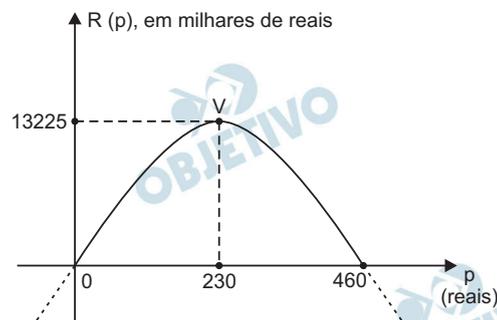
A probabilidade de que o prêmio seja entregue a alguma pessoa que tenha adquirido um aparelho com preço superior a R\$ 300,00 é

$$P = \frac{108\,000}{360\,000} = \frac{3}{10} = 0,30 = 30\%$$

b) A receita bruta, $R(p)$, em milhares de reais e em função de p , é dada por

$$R(p) = n(p) \cdot p = (115 - 0,25p) \cdot p \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R(p) = -0,25p^2 + 115p, \text{ cujo gráfico é do tipo}$$



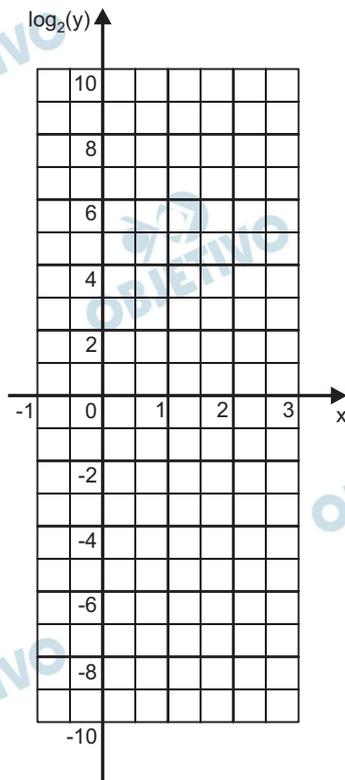
Assim, o valor de p (em reais) que maximiza a receita é 230.

Respostas: a) 360 000 cupons e a probabilidade é 30%

b) 230

Sejam dadas as funções $f(x) = 8/4^{2x}$ e $g(x) = 4^x$.

- a) Represente a curva $y = f(x)$ no gráfico abaixo, em que o eixo vertical fornece $\log_2(y)$.



- b) Determine os valores de y e z que resolvem o sistema de equações

$$\begin{cases} f(z) = g(y) \\ f(y) / g(z) = 1 \end{cases}$$

Dica: converta o sistema acima em um sistema linear equivalente.

Resolução

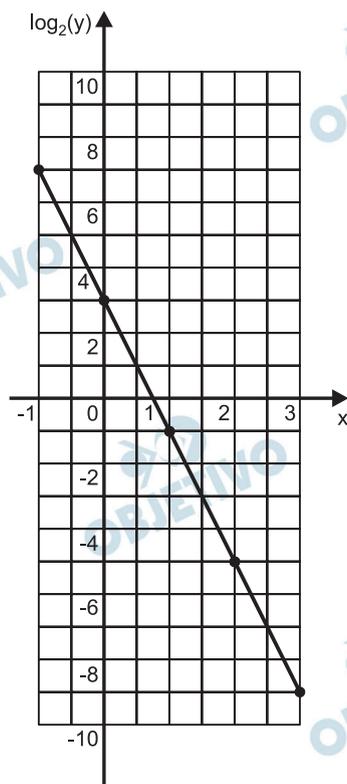
$$a) \quad y = \frac{8}{4^{2x}} \Leftrightarrow \log_2 y = \log_2 \left(\frac{8}{4^{2x}} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y = \log_2 8 - \log_2 (4^{2x}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y = 3 - 2x \cdot \log_2 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y = 3 - 4x, \text{ cujo gráfico é o representado a}$$

seguir.



$$\text{b) I) } f(z) = g(y) \Leftrightarrow \frac{8}{4^{2z}} = 4^y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8 = 4^{2z} \cdot 4^y \Leftrightarrow 2^3 = 2^{4z+2y} \Leftrightarrow 2y + 4z = 3$$

$$\text{II) } \frac{f(y)}{g(z)} = 1 \Leftrightarrow f(y) = g(z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{8}{4^{2y}} = 4^z \Leftrightarrow 2^3 = 2^{4y+2z} \Leftrightarrow 4y + 2z = 3$$

$$\text{III) } \begin{cases} 2y + 4z = 3 \\ 4y + 2z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 8z = 6 \\ -4y - 2z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

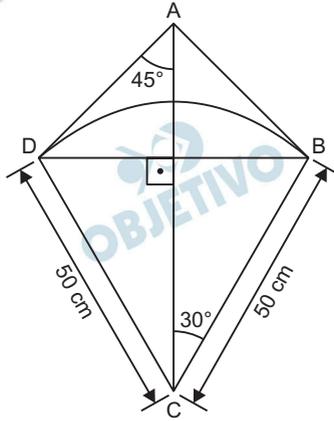
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 4z = 3 \\ 6z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Respostas: a) vide gráfico

$$\text{b) } y = z = \frac{1}{2}$$



O papagaio (também conhecido como pipa, pandorga ou arraia) é um brinquedo muito comum no Brasil. A figura abaixo mostra as dimensões de um papagaio simples, confeccionado com uma folha de papel que tem o formato do quadrilátero ABCD, duas varetas de bambu (indicadas em cinza) e um pedaço de linha.

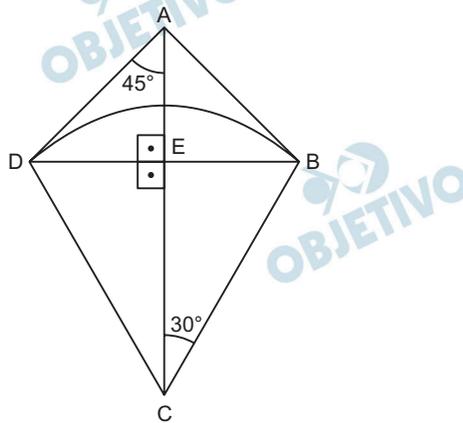


Uma das varetas é reta e liga os vértices A e C da folha de papel. A outra, que liga os vértices B e D, tem o formato de um arco de circunferência e tangencia as arestas AB e AD nos pontos B e D, respectivamente.

- Calcule a área do quadrilátero de papel que forma o papagaio.
- Calcule o comprimento da vareta de bambu que liga os pontos B e D.

Resolução

a)



Seja E o ponto de intersecção de AC e BD.

Na figura, $BC = CD \Rightarrow \triangle BCD$ é isósceles. Como

CE é a altura do $\triangle BCE \Rightarrow \hat{BCE} = \hat{ECD} = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \hat{BCD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BCD$ é equilátero \Rightarrow

$\Rightarrow BD = BC = CD = 50$

Logo, a área do $\triangle BCD$ vale $\frac{50^2 \sqrt{3}}{4} = 625\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

O $\triangle ADE$ é retângulo em E e $\hat{DAE} = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \hat{ADE} = 45^\circ \Rightarrow \triangle ADE$ é retângulo isósceles \Rightarrow

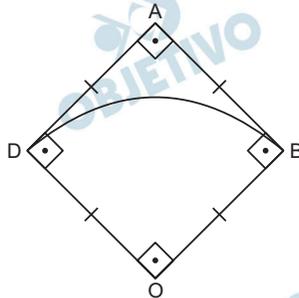
$\Rightarrow AE = DE = EB = 25$

A área do triângulo ABD é igual a

$$\frac{50 \cdot 25}{2} = 625 \text{ cm}^2$$

Logo, a área do quadrilátero ABCD, que forma o papagaio, vale $625\sqrt{3} + 625 = 625(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$.

- b) O comprimento da vareta de bambu que liga os pontos B e D vale $\frac{1}{4}$ da circunferência de raio $AD = DO = AE\sqrt{2} = 25\sqrt{2} \text{ cm}$, pois $\hat{BOD} = 90^\circ$.



Logo, o comprimento vale

$$\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 25\sqrt{2} = \frac{25\pi\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

Respostas: a) $625(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$

b) $\frac{25\pi\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$



Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, cujos coefi-

cientes são números reais.

- a) Suponha que exatamente seis elementos dessa matriz são iguais a zero. Supondo também que não há nenhuma informação adicional sobre A , calcule a probabilidade de que o determinante dessa matriz não seja nulo.
- b) Suponha, agora, que $a_{ij} = 0$ para todo elemento em que $j > i$, e que $a_{ij} = i - j + 1$ para os elementos em que $j \leq i$. Determine a matriz A , nesse caso, e calcule sua inversa, A^{-1} .

Resolução

- a) I) O número de matrizes do tipo A com exatamente 6 elementos iguais a zero e sem permutar os 3 elementos diferentes de zero é $C_{9,3} = 84$
- II) Das 84 matrizes, as que têm determinante diferente de zero, também sem permutar os 3 elementos não nulos, são exatamente as 6 apresentadas abaixo.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix},$$

- III) A probabilidade pedida é

$$\frac{6}{84} = \frac{1}{14}$$

- b) I) Se $a_{ij} = 0$ para todo elemento em que $j > i$ e $a_{ij} = i - j + 1$ para os elementos em que $j \leq i$, então

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

II) A matriz dos cofatores de A é

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III) A transposta da matriz dos cofatores é

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{IV) } \det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

V) A matriz inversa de A é a matriz do item (III), pois $\det A = 1$

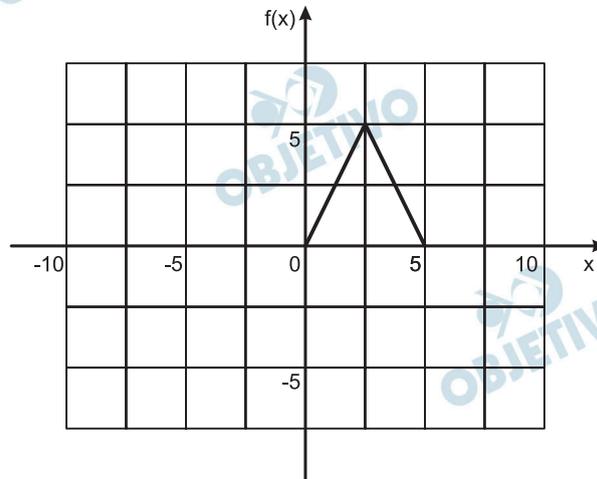
Respostas: a) $\frac{1}{14}$

$$\text{b) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

10

Suponha que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seja uma função ímpar (isto é, $f(-x) = -f(x)$) e periódica, com período 10 (isto é, $f(x) = f(x + 10)$). O gráfico da função no intervalo $[0, 5]$ é apresentado abaixo.

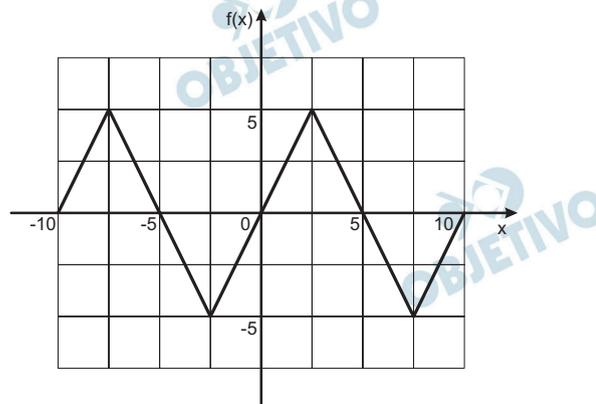
- a) Complete o gráfico, mostrando a função no intervalo $[-10, 10]$, e calcule o valor de $f(99)$.



- b) Dadas as funções $g(y) = y^2 - 4y$ e $h(x) = g(f(x))$, calcule $h(3)$ e determine a expressão de $h(x)$ para $2,5 \leq x \leq 5$.

Resolução

a)



Se a função é ímpar, então o seu gráfico é simétrico em relação à origem. Como é periódica com período 10, $f(99) = f(9)$. Para $7,5 \leq x \leq 10$, $f(x) = 2x - 20$.

Portanto:

$$f(99) = f(9) = 2 \cdot 9 - 20 = -2$$

- b) $h(3) = g(f(3))$. Para $2,5 \leq x \leq 5$, $f(x) = -2x + 10$

$$h(3) = g(-2 \cdot 3 + 10) = g(4) \Rightarrow h(3) = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$\text{Para } 2,5 \leq x \leq 5, f(x) = -2x + 10$$

$$h(x) = g(-2x + 10) = (-2x + 10)^2 - 4 \cdot (-2x + 10)$$

$$h(x) = 4x^2 - 40x + 100 + 8x - 40$$

$$h(x) = 4x^2 - 32x + 60$$

Respostas: a) gráfico

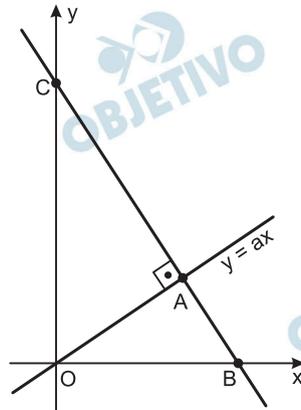
b) $h(3) = 0$

$f(99) = -2$

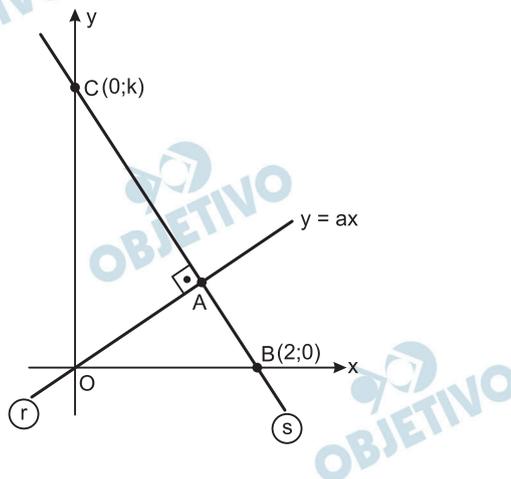
$h(x) = 4x^2 - 32x + 60$

No desenho abaixo, a reta $y = ax$ ($a > 0$) e a reta que passa por B e C são perpendiculares, interceptando-se em A. Supondo que B é o ponto $(2, 0)$, resolva as questões abaixo.

- Determine as coordenadas do ponto C em função de a.
- Supondo, agora, que $a = 3$, determine as coordenadas do ponto A e a equação da circunferência com centro em A e tangente ao eixo x.



Resolução



$$a) \left. \begin{matrix} m_r = a \\ r \perp s \end{matrix} \right\} \Rightarrow m_s = -\frac{1}{a}$$

Na reta s, tem-se $B(2; 0)$ e $C(0; k)$

Como $m_s = -\frac{1}{a}$, decorre que:

$$\frac{k - 0}{0 - 2} = -\frac{1}{a} \Rightarrow -\frac{k}{2} = -\frac{1}{a} \Rightarrow k = \frac{2}{a}$$

Então: $C\left(0; \frac{2}{a}\right)$

- Para $a = 3$, tem-se: $m_s = -\frac{1}{3}$, a equação da reta

s é $y = -\frac{1}{3}(x - 2)$ e a equação da reta r é $y = 3x$

Então, o ponto A sendo a intersecção das retas r e s é, portanto, a solução do sistema:

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = -\frac{1}{3}(x - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1/5 \\ y = 3/5 \end{cases} \Rightarrow A(1/5; 3/5)$$

A circunferência de centro A(1/5; 3/5) e tangente ao eixo x, tem raio $r = 3/5$. Então, sua equação é:

$$(x - 1/5)^2 + (y - 3/5)^2 = 9/25$$

Respostas: a) C(0; 2/a)

b) A(1/5; 3/5) e $(x - 1/5)^2 + (y - 3/5)^2 = 9/25$

Dois *sites* de relacionamento desejam aumentar o número de integrantes usando estratégias agressivas de propaganda.

O *site A*, que tem 150 participantes atualmente, espera conseguir 100 novos integrantes em um período de uma semana e dobrar o número de novos participantes a cada semana subsequente. Assim, entrarão 100 internautas novos na primeira semana, 200 na segunda, 400 na terceira, e assim por diante.

Por sua vez, o *site B*, que já tem 2200 membros, acredita que conseguirá mais 100 associados na primeira semana e que, a cada semana subsequente, aumentará o número de internautas novos em 100 pessoas. Ou seja, 100 novos membros entrarão no *site B* na primeira semana, 200 entrarão na segunda, 300 na terceira, etc.

- a) Quantos membros novos o *site A* espera atrair daqui a 6 semanas? Quantos associados o *site A* espera ter daqui a 6 semanas?
- b) Em quantas semanas o *site B* espera chegar à marca dos 10 000 membros?

Resolução

A partir do enunciado, temos:

a) *site A*: $150 + 100 + 200 + 400 + \dots$

Interpretando “daqui a 6 semanas” como sendo “durante a 6ª semana”, o número de novos membros é igual a $a_6 = a_1 \cdot q^5 = 100 \cdot 2^5 = 3200$, posto que constituem uma PG de razão 2.

A soma de novos associados nas 6 semanas é igual

$$a: S_6 = \frac{a_1 (q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{100 (2^6 - 1)}{2 - 1} = 6300$$

Assim, o número total de associados que o *site A* espera ter daqui a 6 semanas é $150 + 6300 = 6450$

b) *site B*: $2200 + 100 + 200 + 300 + \dots = 10\,000 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 100 + 200 + 300 + \dots = 7800$

Como o número de novos associados no *site B* constitui uma PA de razão 100, temos:

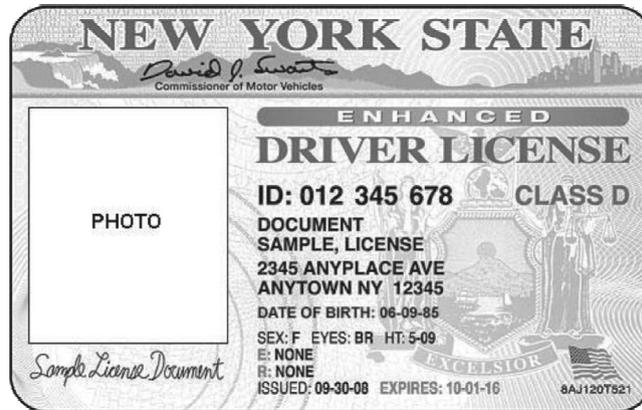
$$\begin{aligned} 100 + 200 + 300 + \dots + a_n &= 7800 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 100 + 200 + 300 + \dots + 100 \cdot n &= 7800 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1 + 2 + 3 \dots + n &= 78 \Leftrightarrow \frac{(1+n) \cdot n}{2} = 78 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow n = 12, \text{ pois } n > 0$$

Assim, o número de semanas no qual o *site B* espera chegar à marca dos 10 000 membros é 12 semanas.

Respostas: a) 3200 e 6450 b) 12

Obs.: O número total de novos membros durante as 6 semanas é 6300.

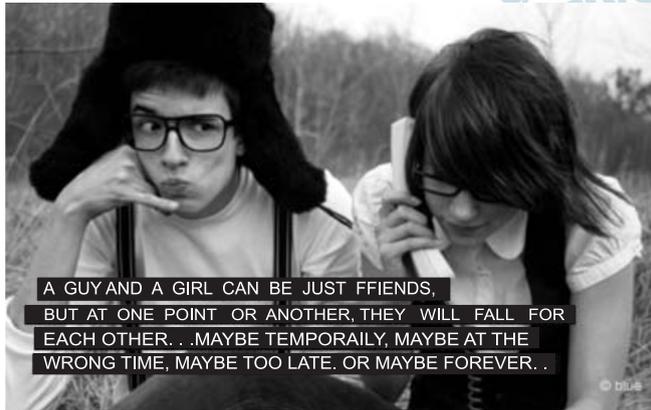


(Adaptado de <http://cityroom.blogs.nytimes.com/2008/09/17/a-new-license-for-more-than-just-driving/>. Acessado em 02/10/2009.)

- O texto acima corresponde ao modelo de um documento. De que documento se trata? Qual seria a cor dos olhos da sua pretensa portadora?
- Em que mês a pretensa portadora do documento teria nascido e a que se refere a data expressa pela sequência numérica "09-30-08"?

Resolução

- Trata-se da carteira de motorista. Sua pretensa portadora tem olhos castanhos.
- A pretensa portadora do documento teria nascido em junho e a sequência numérica refere-se à data de emissão do documento.



(<http://leloveimage.blogspot.com> Acessado em 19/09/2009.)

- O que, segundo o texto acima, é inevitável que aconteça?
- Isso que é inevitável pode, de acordo com o texto, ser apenas uma situação temporária ou pode se manter para o resto da vida. Em que outras circunstâncias essa situação pode acontecer?

Resolução

- Segundo o texto, é inevitável que um garoto e uma garota se apaixonem em algum momento.
- Essa situação pode ocorrer na hora errada ou tarde demais.

O excerto abaixo foi adaptado do conto “True Love” de Isaac Asimov.

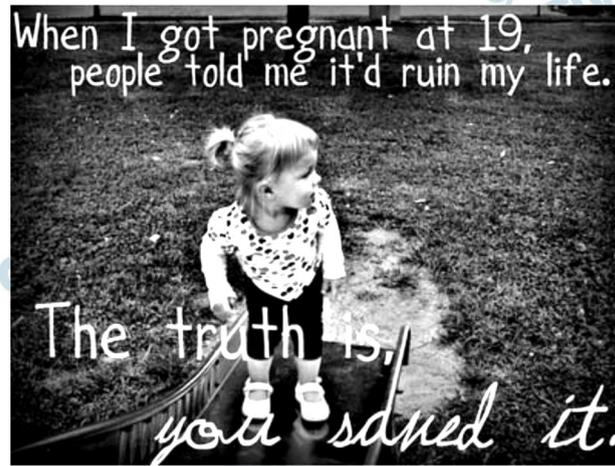
My name is Joe. That is what my colleague, Milton Davidson, calls me. He is a programmer and I am a computer. I am Milton’s experimental model. His Joe. Milton has never married, though he is nearly 40 years old. He has never found the right woman, he told me. One day he said, “I’ll find her yet, Joe. I’m going to find the best. I’m going to have true love and you’re going to help me. I’m tired of improving you in order to solve the problems of the world. Solve my problem. Find me true love.”

(T. Kral (org.), *Being People – An Anthology*.
Washington, D.C.: USIA, s/d, p. 183.)

- Do que Milton Davidson está cansado?
- Por que Milton Davidson não se casou e o que ele espera que Joe faça por ele?

Resolução

- Milton Davidson está cansado de aperfeiçoar o computador (Joe) a fim de resolver os problemas do mundo.
- Milton Davidson não se casou por não ter encontrado a mulher certa. Ele espera que Joe resolva seu problema, encontrando seu amor verdadeiro.

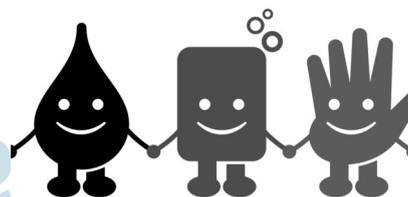


(<http://icanread.tumblr.com/post/160718206/by-unbeingdead>
Acessado em 21/09/2009.)

- a) O texto faz referência a uma expectativa derivada de um fato ocorrido no passado. Que fato foi esse e qual era a expectativa?
- b) No caso relatado no texto, essa expectativa se concretizou? Justifique sua resposta.

Resolução

- a) O texto faz referência a uma gravidez ocorrida quando a jovem tinha 19 anos. A expectativa era de que esse fato arruinasse sua vida.
- b) A expectativa não se concretizou, pois a jovem declara que a criança, na verdade, salvou sua vida.



Global Handwashing Day

October 15, 2009

Although people around the world wash their hands with water, very few wash their hands with soap at critical moments. *Global Handwashing Day* will be the centerpiece of a week of activities that will mobilize millions of people across five continents to turn handwashing with soap before eating and after using the toilet into an ingrained habit. This could save more lives than any single vaccine or medical intervention, cutting deaths from diarrhea by almost half and deaths from acute respiratory infections by about a quarter.

(Adaptado de

http://www.globalhandwashingday.org/Global_Handwashing_Day_2nd_Edition.pdf. Acessado em 16/07/2009.)

- Que hábito a campanha descrita no texto pretende incentivar?
- Segundo o texto, em quanto esse hábito pode reduzir as taxas de mortalidade?

Resolução

- A campanha pretende incentivar o hábito de se lavar as mãos com sabão (sabonete), antes de comer e depois de usar o toailete.
- Esse hábito pode reduzir em quase 50% as mortes por diarreia e em aproximadamente 25% as mortes por infecções respiratórias severas.

Economics and Software Piracy



If software were less expensive, would people pirate less? Research conducted to answer this question suggests that many people pirate programs regardless of their price tag. The economic factor provides the pirate with a means to

justify his or her actions, but it isn't a real motivator. A common justification for this kind of behavior is that software companies are enormous and make billions of dollars; making one single unauthorized copy of the software wouldn't hurt them.

(Adaptado de <http://computer.howstuffworks.com/pirate-software1.htm>. Acessado em 10/11/2009.)

- a) Segundo o texto, o que o resultado da pesquisa relacionada à pirataria de software sugere?
- b) Por que, de acordo com o texto, as pessoas acham que é moralmente justificável piratear programas de computadores produzidos por grandes empresas?

Resolução

- a) O resultado da pesquisa sugere que muitas pessoas pirateiam programas de computadores independentemente de seu preço.
- b) As pessoas acham que o fato de piratear programas de computadores é moralmente justificável, pois essas empresas são enormes, faturando bilhões de dólares; sendo assim, uma única cópia não-autorizada não as prejudicaria.



(Adaptado de <http://www.post-gazette.com/robrogers/Default.asp?m=5&d=31&y=2005>.
Acessado em 21/09/2009.)

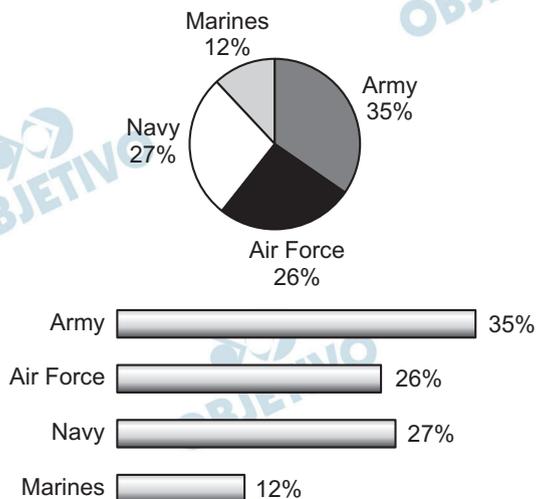
- a) A terceirização de empregos é fonte de preocupação de um dos personagens do cartum. Identifique dois outros problemas do “mundo real” apontados pelos personagens.
- b) Na quarta fala, a palavra “real” é utilizada como um advérbio para enfatizar a reação do personagem face aos problemas apontados. Qual é essa reação?

Resolução

- a) **Outros problemas apontados pelos personagens são: os altos custos de moradia e planos de saúde e a perda real das aposentadorias.**
- b) **O personagem reage afirmando que está realmente tentado a permanecer na escola, em vez de enfrentar o mundo real.**



ACTIVE DUTY PERSONNEL, 1998



Pie charts should rarely be used. It is more difficult for the eye to discern the relative size of pie slices than it is to assess relative bar length. In the example above, it is difficult to figure out from the pie chart whether the Navy or Air Force is larger whereas from the bar chart it is obvious.

(Adaptado de <http://lilt.ilstu.edu/gmclass/pos138/datadisplay/badchart.htm>.
Acessado em 21/09/2009.)

- A que se referem as porcentagens informadas nos gráficos?
- Por que, segundo o texto, os gráficos de barra são considerados mais eficazes do que gráficos de setores circulares (popularmente denominados “gráficos de pizza”)?

Resolução

- As porcentagens referem-se ao efetivo das Forças Armadas: Exército (35%), Força Aérea (26%), Marinha (27%) e Fuzileiros (12%).
- Os gráficos de barra são considerados mais eficazes do que gráficos de setores circulares, pois é mais difícil para o olho distinguir o tamanho relativo das “fatias” do que avaliar a extensão de cada barra.

Cocooning

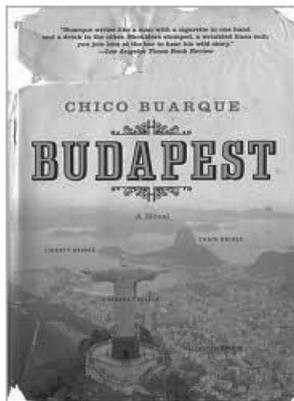
Cocooning describes a phenomenon whereby people will want to stay inside the safety and comfort of their homes in gated communities. This is partially due to the constant circulation of frightening images in the mass media. Thus, people will do more from their homes; they will spend more money to make their homes comfortable and complete. As a result, jobs related to home entertainment systems and home remodeling will abound.

(Adaptado de http://www.careerplanner.com/Career-Articles/Hot_Jobs.cfm#HotJobs. Acessado em 18/10/2009.)

- a) A que fenômeno se refere o termo “cocooning”?
- b) A que se deve esse fenômeno, segundo o autor do texto?

Resolução

- a) **O termo “cocooning” refere-se ao fenômeno em que as pessoas preferem permanecer na segurança e conforto de seus lares em comunidades fechadas.**
- b) **Esse fenômeno deve-se à constante circulação de imagens assustadoras nos meios de comunicação de massa.**



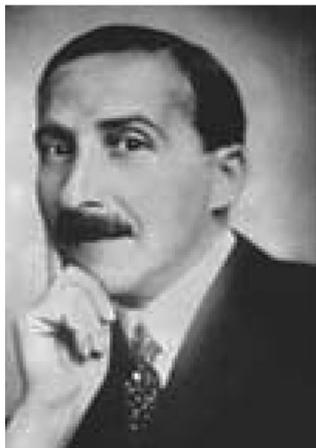
This playful satire is the third novel by Brazilian singer and composer Buarque. The plot revolves around Jose Costa, a Brazilian writer who ends up in Budapest, where he becomes absorbed by the Hungarian language. As he scans a Hungarian grammar book, he meets a woman named Krista, who offers to teach him the language and later becomes his lover. Although its plot is fanciful, Buarque's novel raises serious questions about recreating one's life in a foreign language as exotic as Hungarian, said to be the only one on earth respected by the devil. Recommended for readers of imaginative fiction and the linguistically curious -- Jack Shreve.

(Adaptado de
<http://www.hclib.org/pub/bookspace/discuss/?bib=1055640&Tab=Reviews>. Acessado em 12/09/2009.)

- a) Para o autor da resenha acima, o romance *Budapest*, apesar de ser uma sátira divertida, levanta questões sérias. Sobre o que seriam essas questões?
- b) Como a língua húngara é qualificada por Jack Shreve e o que, segundo esse autor, costumam dizer sobre essa língua?

Resolução

- a) O romance *Budapest* levanta questões sérias a respeito de se recriar a vida de alguém em uma língua estrangeira.
- b) Segundo Jack Shreve, a língua húngara é exótica e costuma-se dizer que é a única na terra respeitada pelo demônio.



Stefan Zweig was a celebrated European intellectual and writer. Because he was Jewish, in 1934 he was forced by the Nazis to flee his country of birth, Austria, and became stateless. He wrote about being stateless in his autobiography *The World of Yesterday*: “The fall of Austria brought with it a change in my personal life:

my Austrian passport became void and I had to request an emergency white paper from the English authorities, a passport for the stateless... Every foreign visa on this travel paper had, after that, to be specially pleaded for, because all countries were suspicious of the 'sort' of people of whom I had suddenly become one: a man without a country. Since the day when I had to depend upon identity papers or passports that were indeed alien, I ceased to feel as if I quite belonged to myself.”

(Adaptado de C. Pouilly, *Stateless Achievers*, em *Refugees Magazine*, 147, n. 3, 2007, p. 19.)

- a) O que o escritor Stefan Zweig teve que fazer em 1934? Por quê?
- b) Que tipo de passaporte Zweig teve que obter depois de 1934? Esse novo passaporte o fez se sentir como?

Resolução

- a) **Em 1934, Stefan Zweig foi forçado pelos nazistas a fugir de seu país de origem, a Áustria, e tornar-se apátrida, por ser judeu.**
- b) **Zweig teve de obter um passaporte para apátridas (um documento de emergência), emitido pelas autoridades inglesas. Esse novo passaporte o fez se sentir como se perdesse a própria identidade.**

THE SLOW FOOD REVOLT

The “slow food” movement is a revolt against the fast pace forced on us by industrial civilization, specifically fast-food culture. This frenetic pace results from the notion that productivity outweighs all else. To counteract the ill effects of frenzied living, the movement proposes replacing industrial agriculture with organic agriculture, nurturing more discriminating palates and promoting fair financial reward for conscientious food producers.

(Adaptado de <https://www.adbusters.org/magazine/slow-food-revolt.html>. Acessado em 16/07/2009.)

- a) Que tipo de vida o movimento tratado no texto tenta combater? Que ideia, segundo o texto, orienta esse tipo de vida?
- b) Indique **duas** propostas concretas do movimento descrito no texto para melhorar a qualidade de vida das pessoas.

Resolução

- a) **O movimento “slow food” tenta combater o ritmo de vida acelerado imposto pela civilização industrial, especialmente a cultura fast-food. A ideia de que a produtividade supera tudo mais orienta esse tipo de vida.**
- b) **O movimento propõe substituir a agricultura industrial pela agricultura orgânica, incentivando paladares mais diferenciados e promover recompensas financeiras justas para produtores de alimentos conscientes.**