MATEMÁTICA

ATENÇÃO: Escreva a resolução COMPLETA de cada questão no espaço reservado para a mesma. Não basta escrever apenas o resultado final: é necessário mostrar os cálculos ou o raciocínio utilizado.

1. Caminhando sempre com a mesma velocidade, a partir do marco zero, em uma pista circular, um pedestre chega à marca dos 2.500 metros às 8 horas, e aos 4.000 metros às 8h15min.

a) A que horas e minutos o referido pedestre começou a caminhar?
b) Quantos metros tem a pista se o pedestre deu duas voltas completas em 1 hora e 40 minutos?

2. Em uma empresa, 1/3 dos funcionários tem idade menor que 30 anos, 1/4 tem idade entre 30 e 40 anos e 40 funcionários têm mais de 40 anos.

a) Quantos funcionários tem a referida empresa?
b) Quantos deles têm pelo menos 30 anos?

3. Uma sala retangular medindo 3m por 4,25m deve ser ladrilhada com ladrilhos quadrados iguais. Supondo que não haja espaço entre ladrilhos vizinhos, pergunta-se:

a) Qual deve ser a dimensão máxima, em centímetros, de cada um desses ladrilhos para que a sala possa ser ladrilhada sem cortar nenhum ladrilho?
b) Quantos desses mesmos ladrilhos são necessários?

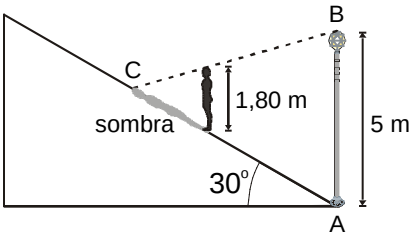
4. Uma transportadora entrega, com caminhões, 60 toneladas de açúcar por dia. Devido a problemas operacionais, em um certo dia cada caminhão foi carregado com 500kg a menos que o usual, tendo sido necessário, naquele dia, alugar mais 4 caminhões.

a) Quantos caminhões foram necessários naquele dia?
b) Quantos quilos transportou cada caminhão naquele dia?

5. Um homem, de 1,80m de altura, sobe uma ladeira com inclinação de 30°, conforme mostra a figura. No ponto A está um poste vertical de 5 metros de altura, com uma lâmpada no ponto B. Pede-se para:

a) Calcular o comprimento da sombra do homem depois que ele subiu 4 metros ladeira acima.

b) Calcular a área do triângulo ABC.



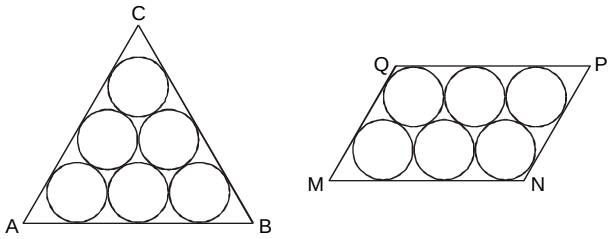
6. Em Matemática, um número natural a é chamado *palíndromo* se seus algarismos, escritos em ordem inversa, produzem o mesmo número. Por exemplo, 8, 22 e 373 são palíndromos. Pergunta-se:

a) Quantos números naturais palíndromos existem entre 1 e 9.999?
b) Escolhendo-se ao acaso um número natural entre 1 e 9.999, qual é a probabilidade de que esse número seja palíndromo? Tal probabilidade é maior ou menor que 2%? Justifique sua resposta.

7. Seis círculos, todos de raio 1cm, são dispostos no plano conforme mostram as figuras ao lado:

a) Calcule a área do triângulo ABC.

b) Calcule a área do paralelogramo MNPQ e compare-a com a área do triângulo ABC.



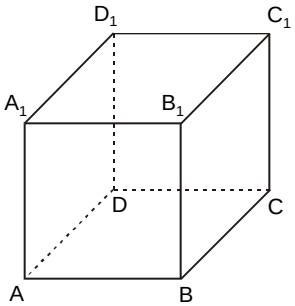
8. Uma piscina, cuja capacidade é de $120m^3$, leva 20 horas para ser esvaziada. O volume de água na piscina, t horas após o início do processo de esvaziamento, é dado pela função $V(t) = a(b-t)^2$ para $0 \le t \le 20$ e $V(t) = 0$ para $t \ge 20$.

a) Calcule as constantes a e b.
b) Faça o gráfico da função $V(t)$ para t $[0,30]$.

9. O sólido da figura ao lado é um cubo cuja aresta mede 2cm.

a) Calcule o volume da pirâmide $ABCD_1$.

b) Calcule a distância do vértice A ao plano que passa pelos pontos B, C e D_1.



10. Considere o sistema linear abaixo, no qual a é um parâmetro real:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 2 \\ x + y + az = -3 \end{cases}$$

a) Mostre que para $a = 1$ o sistema é impossível.
b) Encontre os valores do parâmetro a para os quais o sistema tem solução única.

11. Considere a equação $2^x + m\,2^{2-x} - 2m - 2 = 0$, onde m é um número real.

a) Resolva essa equação para $m = 1$.
b) Encontre todos os valores de m para os quais a equação tem uma única raiz real.

12. Sejam α, β e γ os ângulos internos de um triângulo.

a) Mostre que as tangentes desses três ângulos não podem ser, todas elas, maiores ou iguais a 2.
b) Supondo que as tangentes dos três ângulos sejam **números inteiros positivos**, calcule essas tangentes.