

Se necessitar, use os seguintes valores para as constantes:

Aceleração local da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1 UA =  $d_{\text{Terra-Sol}} = 150$  milhões de quilômetros.

Velocidade da luz no vácuo  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

## 1

Em 2019, no 144º aniversário da Convenção do Metro, as unidades básicas do SI foram redefinidas pelo Escritório Internacional de Pesos e Medidas (BIPM). A seguir, são feitas algumas afirmações sobre as modificações introduzidas pela redefinição de 2019.

1. São apenas sete as constantes da natureza definidas como exatas, a saber: a velocidade da luz ( $c$ ), a frequência de transição de estrutura hiperfina do Césio-133 ( $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ ), a constante de Planck ( $h$ ), a carga elementar ( $e$ ), a constante de Boltzmann ( $k_B$ ), o número de Avogrado ( $N_A$ ) e a eficácia luminosa da radiação monocromática na frequência de 540 THz ( $K_{cd}$ ).
2. São apenas seis as constantes da natureza definidas como exatas, a saber: a velocidade da luz ( $c$ ), a constante de Planck ( $h$ ), a carga elementar ( $e$ ), a constante de Boltzmann ( $k_B$ ), o número de Avogrado ( $N_A$ ) e a eficácia luminosa da radiação monocromática na frequência de 653 THz ( $K_{cd}$ ).
4. O protótipo de platina e irídio, conservado como padrão do kg, tornou-se obsoleto e o quilograma passou a ser definido apenas em termos de constantes fundamentais exatas.
8. As sete unidades básicas na redefinição do SI são: segundo, metro, quilograma, coulomb, mol, Kelvin e candela.

Assinale a alternativa que contém a soma dos números correspondentes às afirmações verdadeiras.

- a) 2    b) 5    c) 8    d) 10    e) 13

### Resolução

- 1) (V) Para as sete unidades básicas do SI foram escolhidas sete constantes da Natureza.
- 2) (F) As constantes são sete.
- 4) (V) A unidade kg é definida a partir da constante de Planck.
- 8) (F) A unidade coulomb não é unidade básica do SI e sim o ampère (A).

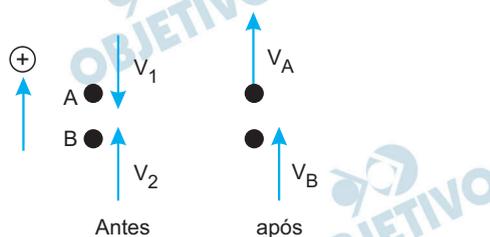
Resposta: **B**

## 2

A bola A, de massa  $m$ , é liberada a partir do repouso de um edifício exatamente quando a bola B, de massa  $3m$ , é lançada verticalmente para cima a partir do solo. As duas bolas colidem quando a bola A tem o dobro da velocidade de B e sentido oposto. O coeficiente de restituição da colisão é dado por  $e = 0,5$ . Determine a razão das velocidades,  $|v_A/v_B|$ , logo após o choque.

- a) 0    b) 1    c) 5    d) 11    e) 13

### Resolução



1)  $V_{af} = 0,5 V_{ap}$   
 $V_A - V_B = 0,5 \cdot 3V = 1,5V \quad (1)$

2)  $Q_f = Q_i$   
 $m V_A + 3m V_B = 3m V + m (-2V)$   
 $V_A + 3 V_B = V \quad (2)$

3)  $(2) - (1): 4 V_B = -0,5V$

$$V_B = -\frac{V}{8}$$

4) Em (1):  $V_A + \frac{V}{8} = \frac{3}{2} V$

$$V_A = \frac{3}{2} V - \frac{V}{8} = \frac{12V - V}{8}$$

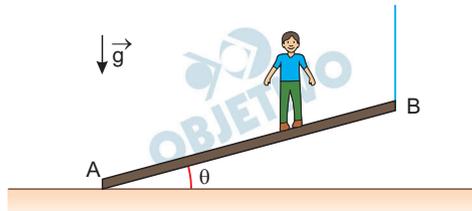
$$V_A = \frac{11V}{8}$$

5)  $\left| \frac{V_A}{V_B} \right| = 11 \frac{V}{8} \cdot \frac{8}{V} \Rightarrow \left| \frac{V_A}{V_B} \right| = 11$

Resposta: **D**

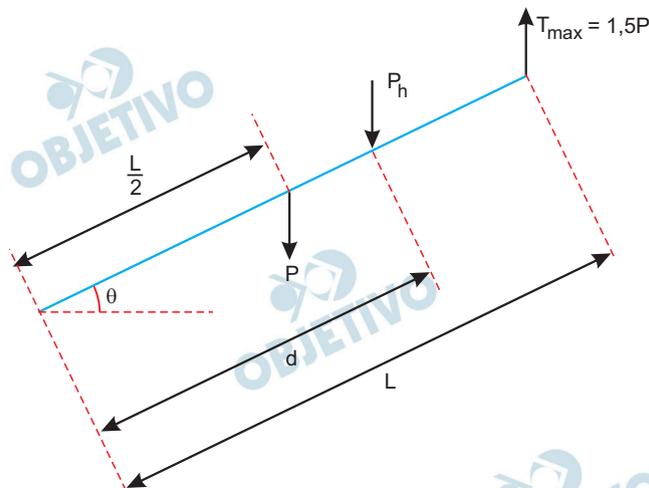
### 3

Uma ponte levadiça uniforme com peso  $P$  e comprimento  $L$  é sustentada por uma corda vertical na sua extremidade  $B$ , que pode sustentar uma tensão máxima de  $1,5 P$ . A ponte é articulada no ponto fixo  $A$ . Um homem de peso  $P_h$  começa a subir a ponte a partir do ponto  $A$  até causar o rompimento da corda. Assinale a alternativa que contém a distância percorrida pelo homem ao longo da ponte.



- a)  $PL/P_h$                       b)  $P_h L/P$                       c)  $PL/P_h$   
 d)  $2PL/P_h$                       e)  $3PL/P_h$

#### Resolução



A soma dos torques, em relação ao ponto  $A$ , deve ser nula:

$$P \frac{L}{2} \cos \theta + P_h d \cos \theta = 1,5 P L \cos \theta$$

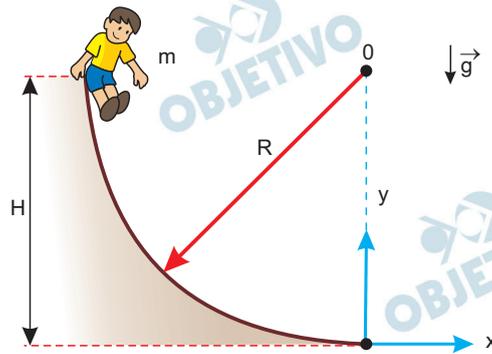
$$\frac{PL}{2} + P_h d = 1,5 P L$$

$$P_h d = P L$$

$$d = \frac{PL}{P_h}$$

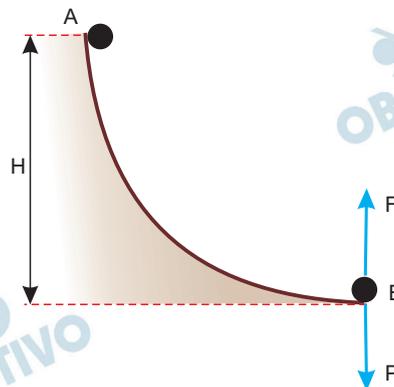
Resposta: **A/C**

Um garoto de massa  $m$  desliza sobre um escorregador de superfície lisa e com raio de curvatura constante dado por  $R$ . O platô superior de onde o menino inicia a sua descida encontra-se à altura  $H$  do chão. Calcule a reação normal de contato que a rampa exerce sobre o garoto no instante imediatamente anterior à chegada aproximadamente horizontal dele ao chão.



- a)  $mg \left(1 + \frac{2H}{R}\right)$       b)  $mg \left(1 + \frac{H}{R}\right)$   
 c)  $mg$       d)  $mg \left(1 - \frac{H}{R}\right)$   
 e)  $mg \left(1 - \frac{2H}{R}\right)$

### Resolução



- 1) Conservação da energia mecânica

$$E_B = E_A \text{ (referência em B)}$$

$$\frac{m V_B^2}{2} = m g H \Rightarrow V_B^2 = 2 g H \quad (1)$$

- 2) Na posição B:  $F - P = F_{cpB}$

$$F - m g = \frac{m V_B^2}{R}$$

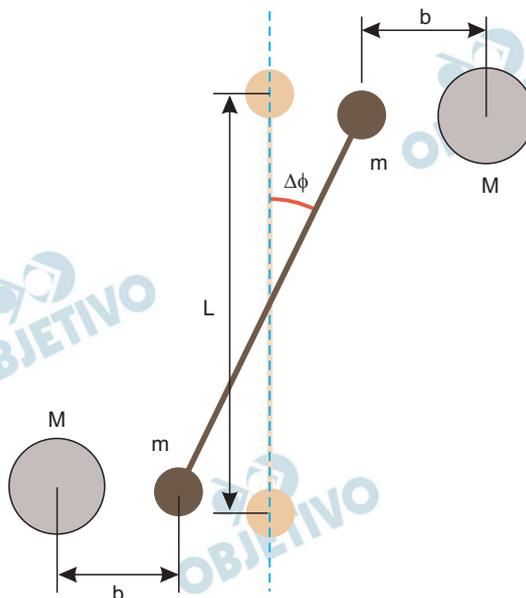
$$F - m g = \frac{m}{R} 2 g H$$

$$F = m g + 2 m g \frac{H}{R}$$

$$F = m g \left( 1 + \frac{2H}{R} \right)$$

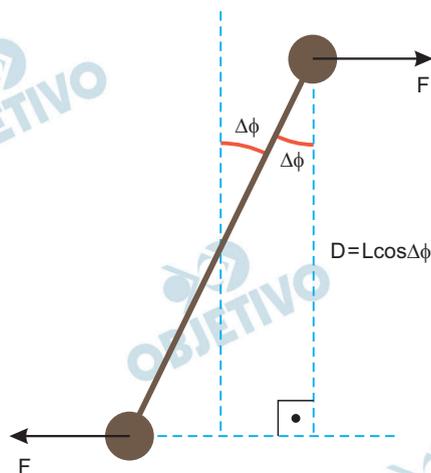
Resposta: **A**

Em seu experimento para medir a constante gravitacional  $G$ , Henry Cavendish utilizou uma balança de torção composta por uma haste leve e longa, de comprimento  $L$ , com duas massas  $m$  em suas extremidades, suspensa por um fio fixado ao seu centro. Dois objetos de massa  $M$  foram aproximados às extremidades da haste, conforme mostra a figura abaixo, de tal forma que a haste sofreu um pequeno ângulo de deflexão  $\Delta\phi$  a partir da posição inicial de repouso, e foi medida a distância  $b$  entre os centros das massas  $m$  e  $M$  mais próximos. Quando torcido de um ângulo  $\phi$ , o fio gera um torque restaurador  $T = -k\phi$ . Determine a expressão aproximada de  $G$ , em termos dos parâmetros do sistema.



- a)  $\frac{b^2 k \Delta\phi}{4LMm}$       b)  $\frac{b^2 k \Delta\phi}{2LMm}$       c)  $\frac{b^2 k \Delta\phi}{LMm}$   
 d)  $\frac{2b^2 k \Delta\phi}{LMm}$       e)  $\frac{4b^2 k \Delta\phi}{LMm}$

### Resolução



- 1) Torque do binário formado pelas duas forças gravitacionais

$$T = F \cdot d = F L \cos \Delta\phi = \frac{G M m}{b^2} \cdot L \cos \Delta\phi$$

2) O torque do binário é equilibrado pelo torque restaurador:

$$\frac{G M m}{b^2} \cdot L \cos \Delta\phi = k \Delta\phi$$

$$G = \frac{b^2 k \Delta\phi}{M m L \cos \Delta\phi}$$

Como o ângulo  $\Delta\phi$  é muito pequeno então

$$\cos \Delta\phi \approx 1 \text{ e } G = \frac{b^2 k \Delta\phi}{M m L}$$

Resposta: C

Um fluido de densidade  $\rho_1$ , incompressível e homogêneo, move-se por um tubo horizontal com duas secções transversais de áreas  $A_1$  e  $A_2 = kA_1$ , em que  $k$  é uma constante real positiva menor que 1. Um elemento de volume de fluido entra no tubo com velocidade  $v_1$  na região onde a secção transversal de área é  $A_1$  e sai através da outra extremidade. O estreitamento do tubo acontece em um curto intervalo de comprimento, muito menor do que o seu comprimento total. Assinale a alternativa que contém a diferença de pressão do fluido entre os pontos de entrada e saída do tubo.

a) 0                      b)  $\frac{\rho v_1^2}{2}$

c)  $\frac{\rho v_1^2}{2} \left( \frac{1-k^2}{k^2} \right)$       d)  $\frac{\rho v_1^2}{2} \left( \frac{1-k}{k} \right)$

e)  $\frac{\rho v_1^2}{2} \left( \frac{1-k^2}{k} \right)$

### Resolução

1) O fluxo  $\phi$  é mantido constante:

$$\phi = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

Para  $A_2 = k A_1$  temos:

$$A_1 V_1 = k A_1 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{k}$$

2) Teorema de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g h = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g h$$

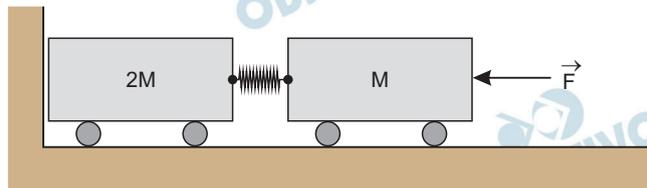
$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (V_2^2 - V_1^2) = \frac{\rho}{2} \left( \frac{V_1^2}{k^2} - V_1^2 \right)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} V_1^2 \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} V_1^2 \frac{(1-k^2)}{k^2}$$

Resposta: C

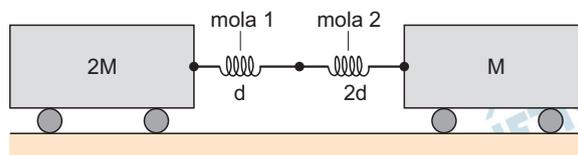
No laboratório de mecânica, carrinhos de massas  $M$  e  $2M$  são unidos por uma mola elástica ideal e oscilam livremente em um plano liso com período  $T$ . A seguir, o sistema é comprimido contra uma parede por uma força  $F$  atuando sobre a massa  $M$ , conforme ilustra a figura abaixo. Nessa situação, a mola é sujeita a uma compressão  $l$  com respeito ao seu comprimento natural. Em um determinado instante, a massa  $M$  é liberada e o sistema entra em movimento. Assinale a alternativa que contém a máxima velocidade atingida pelo centro de massa no movimento subsequente.



- a) 0                      b)  $\frac{2\pi l}{T}$                       c)  $\frac{2\pi l}{3T}$
- d)  $\sqrt{\frac{8}{3}} \times \frac{\pi l}{T}$                       e)  $\sqrt{\frac{8}{27}} \times \frac{\pi l}{T}$

### Resolução

- 1) A mola pode ser imaginada como uma associação de duas molas distintas conectadas no centro de massa do sistema.



Como a constante elástica é inversamente proporcional ao comprimento natural a mola 2 teria uma constante elástica  $k$  e a mola 1 teria uma constante elástica  $2k$ .

- 2) Para o bloco de massa  $M$  com mola 2 teremos:

$$k = M\omega^2 = M \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

- 3) A mola equivalente para as molas (1) e (2) associadas em série, a constante elástica equivalente é dada por:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k} + \frac{1}{2k} = \frac{1+2}{2k} \Rightarrow k_e = \frac{2}{3} k$$

- 4) Quando o conjunto é abandonado sua energia elástica é dada por:

$$E_e = \frac{k_e}{2} x^2 \Rightarrow E_e = \frac{2}{3} \frac{k}{2} \cdot \ell^2$$

$$E_e = \frac{1}{3} \cdot M \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \ell^2$$

- 5) No instante em que o bloco 2M vai se desprender da parede sua velocidade é nula e a energia elástica será igual à energia cinética do bloco M.

$$E_e = \frac{M V_1^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} M \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \ell^2 = \frac{M V_1^2}{2}$$

$$V_1^2 = \frac{8\pi^2}{3} \frac{\ell^2}{T^2} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{\pi \ell}{T}}$$

- 6) A velocidade do centro de massa será dada por:

$$V_{CM} = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = \frac{M V_1 + 0}{3M}$$

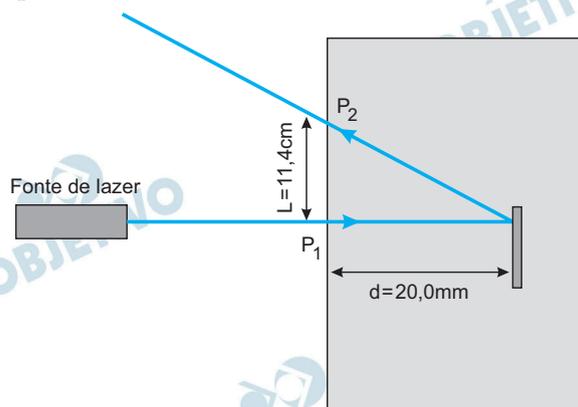
$$V_{CM} = \frac{V_1}{3} \Rightarrow V_{CM} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8}{3} \frac{\pi \ell}{T}}$$

$$V_{CM} = \sqrt{\frac{8}{27} \frac{\pi \ell}{T}}$$

Depois de se destacar da parede o centro de massa terá velocidade constante (sistema isolado).

Resposta:  E

Um pesquisador mergulha uma lâmina bimetálica de latão e ferro de 5 cm de comprimento, 0,3 mm de espessura e perfeitamente plana a  $20^\circ\text{C}$  em um fluido para estimar a sua temperatura. Um feixe de laser incide sobre a extremidade superior da lâmina, como mostra a figura abaixo. A extremidade inferior é mantida fixa e sempre vertical. A lâmina bimetálica encontra-se à distância  $d = 20,0$  cm de uma das paredes do recipiente, atravessada pelo feixe no ponto  $P_1$ . O laser reflete na extremidade da lâmina bimetálica e volta a incidir sobre a mesma parede no ponto  $P_2$ , distante  $L = 11,4$  cm do ponto  $P_1$ . As lâminas superpostas têm a mesma espessura, o coeficiente de dilatação linear do latão é igual a  $\alpha_1 = 18 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$  e do ferro igual a  $\alpha_2 = 2 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$ . Assinale a alternativa que apresenta o intervalo contendo a melhor estimativa da temperatura do fluido.



- a)  $30^\circ\text{C} \leq T \leq 80^\circ\text{C}$       b)  $80^\circ\text{C} \leq T \leq 130^\circ\text{C}$   
 c)  $130^\circ\text{C} \leq T \leq 180^\circ\text{C}$       d)  $180^\circ\text{C} \leq T \leq 230^\circ\text{C}$   
 e)  $230^\circ\text{C} \leq T \leq 280^\circ\text{C}$

### Resolução

Com o aquecimento, a lâmina bimetálica sofre uma curvatura  $S$ , sob um ângulo  $\varphi$ , conforme a figura 1. O raio de curvatura externo da lâmina assume um valor  $R$ .

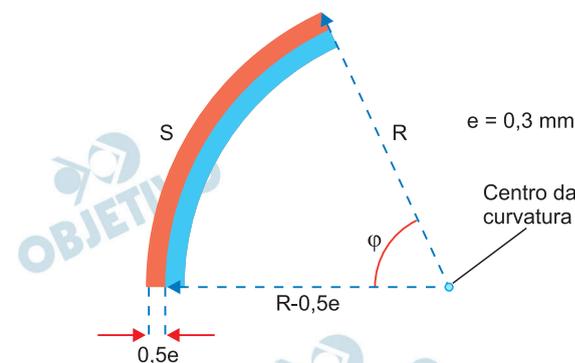


Figura 1.

$$L_1 = L_0 (1 + \alpha_1 \Delta T) = R\varphi \quad (1)$$

$$L_2 = L_0 (1 + \alpha_2 \Delta T) = (R - 0,5e) \varphi$$

$$L_0 = (1 + \alpha_2 \Delta T) = R\varphi - 0,5\varphi e$$

$$L_0 (1 + \alpha_2 \Delta T) + 0,5\varphi e = R\varphi \quad (2)$$

Igualando a equação (2) à equação (1) temos,

$$L_0 (1 + \alpha_2 \Delta T) + 0,5\varphi e = L_0 (1 + \alpha_1 \Delta T)$$

$$L_0 + L_0 \alpha_2 \Delta T + 0,5\varphi e = L_0 + L_0 \alpha_1 \Delta T$$

$$L_0 \alpha_1 \Delta T - L_0 \alpha_2 \Delta T = 0,5\varphi e$$

$$\Delta T = \frac{0,5\varphi e}{L_0 (\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (3)$$

A lâmina bimetálica comporta-se como um espelho plano em sua temperatura inicial de 20°C e como um espelho convexo quando sofre uma variação de temperatura  $\Delta T$ . A figura 2 mostra a reflexão no espelho convexo e destaca os ângulos  $2\varphi$  – desvio angular sofrido pelo raio refletido, e o ângulo  $\varphi$  representado na figura 1.

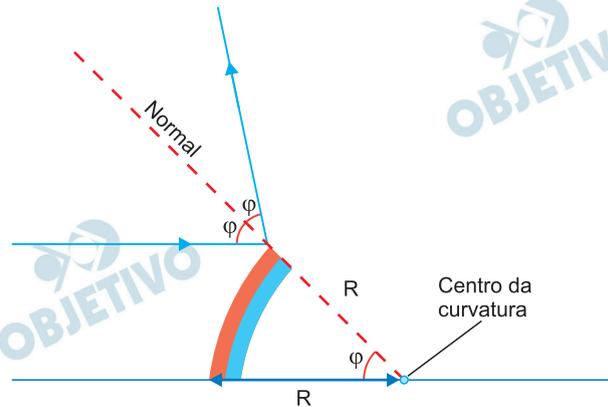


Figura 2.

A figura 3 permite determinação do ângulo  $\varphi$ ,

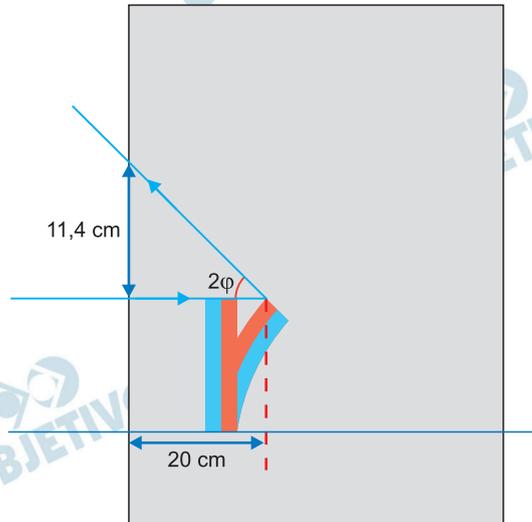


Figura 3.

$$\text{tg}(2\varphi) = \frac{11,4 \text{ cm}}{20,0 \text{ cm}}$$

$$\text{tg}(2\varphi) = 0,57 \approx \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{tg}(2\varphi) \approx \text{tg}(30^\circ)$$

$$\varphi \cong 15^\circ \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

$$\varphi \cong 0,26 \text{ rad}$$

Substituindo-se os valores de  $e$ ,  $\varphi$ ,  $L_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  na equação (3) temos,

$$\Delta T \cong \frac{0,5 \cdot 0,26 \cdot 0,03}{5,0 (18 \cdot 10^{-6} - 2,0 \cdot 10^{-6})} \text{ (K)}$$

$$\Delta T \cong \frac{3,9 \cdot 10^{-3}}{80 \cdot 10^{-6}} \text{ (K)}$$

$$\Delta T \cong 49 \text{ K} = 49^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = T - T_0$$

$$\Delta T \cong T - 20^\circ\text{C} \Rightarrow 49^\circ\text{C} = T - 20^\circ\text{C}$$

$$T \cong 69^\circ\text{C}$$

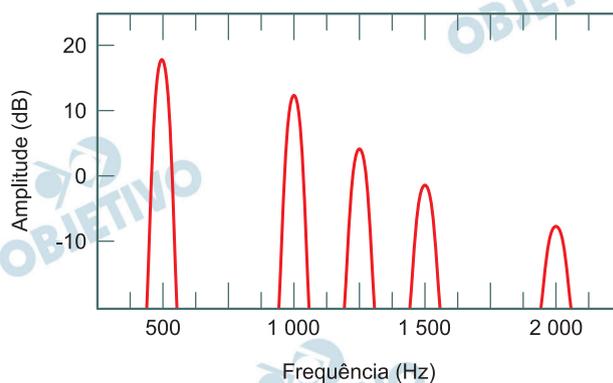
Tal valor se encontra dentro do intervalo mostrado na alternativa (A).

Vale notar que, na figura apresentada na questão, a distância  $d$  tem valor de 20,0 mm, enquanto no enunciado o valor apresentado é de 20,0 cm. Optamos pelo valor expresso no enunciado.

Resposta: **A**

Muitos instrumentos musicais, como o piano, geram sons a partir da excitação de cordas com extremidades fixas. Ao pressionar uma tecla do piano, um dispositivo mecânico percute uma corda tensionada, produzindo uma onda sonora. O som produzido pelo piano em um determinado instante de tempo é captado e a sua decomposição espectral é fornecida no gráfico a seguir, à respeito do qual são feitas três sentenças.

- I. Para gerar um espectro sonoro dessa natureza é necessário acionar 5 teclas do piano.
- II. A velocidade de propagação de cada nota no ar é proporcional à sua frequência característica.
- III. A frequência fundamental da corda, sujeita a uma tensão  $T$ , é inversamente proporcional à sua densidade linear de massa.



Assinale a alternativa correta.

- a) As sentenças I, II e III são falsas.
- b) Apenas a sentença I é verdadeira.
- c) Apenas a sentença II é verdadeira.
- d) Apenas a sentença III é verdadeira.
- e) Apenas as sentenças I e II são verdadeiras.

### Resolução

#### (I) FALSA

Sons musicais em geral são constituídos do som fundamental acompanhado de diversos harmônicos, que comparecem na composição do som resultante com níveis de intensidade sonora sucessivamente decrescentes.

Diante disso, é possível se obter o espectro sonoro dado no gráfico do enunciado tocando-se menos que cinco teclas do piano.

#### (II) FALSA

Todos os sons no ar de um mesmo ambiente, independentemente da frequência, se propagam com velocidades de mesma intensidade, algo próximo de 340 m/s.

(III) FALSA

A frequência fundamental  $f$  emitida por uma corda sonora relaciona-se com o comprimento vibratório  $L$ , com a intensidade da força de tração  $T$  e com sua densidade linear  $\rho$  conforme a expressão:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

Segundo se nota,  $f$  é inversamente proporcional à raiz quadrada de  $\rho$ .

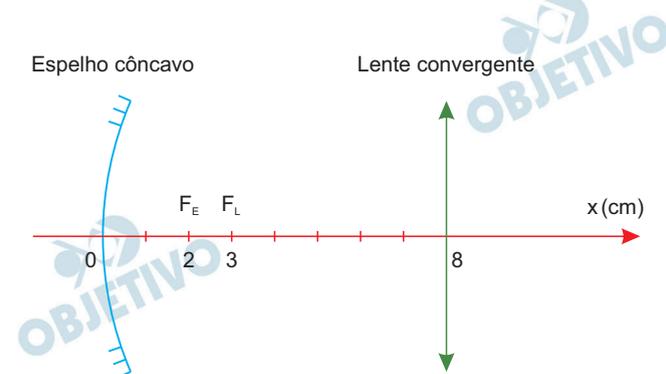
Resposta:  A

Uma lente delgada convergente, com distância focal de 5 cm, é alinhada à frente de um espelho côncavo, de distância focal de 2 cm, de forma a compartilhar o mesmo eixo óptico. Seja  $x = 0$  a posição do vértice do espelho e  $x = 8$  cm a posição da lente. Quais as posições entre os elementos ópticos em que se pode colocar um objeto de forma que nenhuma imagem seja formada na região  $x > 8$  cm?

- a)  $0 \text{ cm} \leq x \leq 2,67 \text{ cm}$       b)  $3 \text{ cm} \leq x \leq 6 \text{ cm}$   
 c)  $3 \text{ cm} \leq x \leq 8 \text{ cm}$       d)  $5 \text{ cm} \leq x \leq 8 \text{ cm}$   
 e)  $6 \text{ cm} \leq x \leq 8 \text{ cm}$

### Resolução

A situação proposta está esquematizada abaixo:



- I) Objetos situados em abscissas ligeiramente maiores que  $x = 3$  cm:

#### Em relação à lente:

Serão produzidas imagens virtuais, à esquerda da lente, que não darão imagens subsequentes em  $x > 8$  cm.

#### Em relação ao espelho:

$$\frac{1}{p_E} + \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{f_E} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{p'_E} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{p'_E} = \frac{3-2}{6}$$

$$p'_E = 6 \text{ cm}$$

A imagem real conjugada pelo espelho côncavo ocorrerá na abscissa  $x = 6$  cm, portanto na região em que a lente produz imagens virtuais.

II) Objetos situados em abscissas compreendidas no intervalo:  $3\text{ cm} < x \leq 6\text{ cm}$ :

Em relação à lente:

Serão produzidas imagens virtuais, à esquerda da lente, que não darão imagens subsequentes em  $x > 8\text{ cm}$ .

Em relação ao espelho:

$$\frac{1}{p_E} + \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{f_E} \Rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{p'_E} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{p'_E} = \frac{3-1}{6}$$

$$p'_E = 3\text{ cm}$$

A imagem real conjugada pelo espelho côncavo ocorrerá na abscissa  $x = 3\text{ cm}$ , que coincide com um dos focos principais da lente. Logo, a imagem subsequente será imprópria, isto é, não se efetivará.

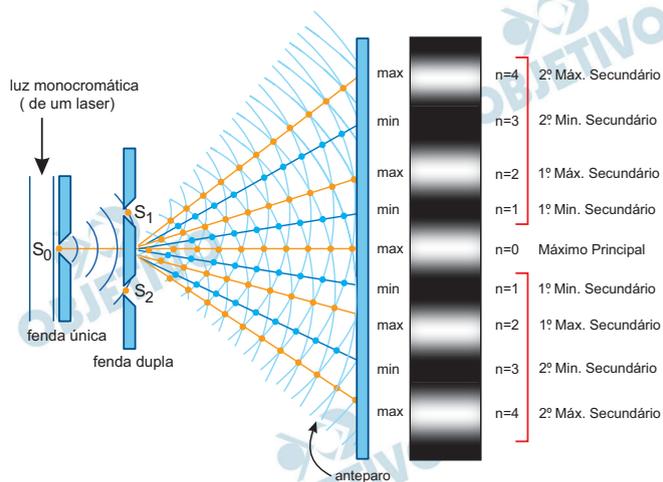
Resposta: **B**

Considere uma montagem de um experimento de dupla fenda de Young, na qual as fendas estão afastadas de  $d = 2,0 \text{ mm}$  e são iluminadas por luz azul ( $\lambda = 480 \text{ nm}$ ) e amarela ( $\lambda' = 600 \text{ nm}$ ) de mesma intensidade. O padrão de difração resultante é projetado sobre um anteparo localizado a  $5,0 \text{ m}$  das fendas. A que distância, contada a partir da região brilhante central, uma franja verde pode ser observada no anteparo.

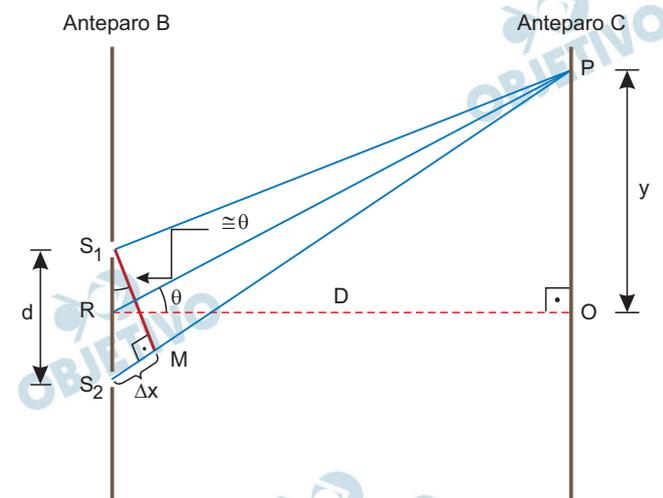
- a)  $1,2 \text{ mm}$     b)  $1,5 \text{ mm}$     c)  $6,0 \text{ mm}$     d)  $9,0 \text{ mm}$   
 e) Não é possível observar uma franja verde a partir desse arranjo experimental.

**Resolução**

**Esquema do experimento da fenda dupla de Young:**



**Cálculo de  $y$  em função dos parâmetros envolvidos no experimento:**



I) No triângulo retângulo RPO:

$$\text{tg } \theta = \frac{y}{D} \quad (1)$$

II) No triângulo retângulo  $S_1MS_2$ :

$$\text{sen } \theta \approx \text{tg } \theta = \frac{\Delta x}{d}$$

Observemos que tal aproximação é permitida nesse caso, já que o ângulo  $\theta$  é muito pequeno. Ademais,  $\Delta x$  é a diferença de percursos dos raios de onda provenientes de  $S_2$  e  $S_1$  que atingem P.

Fazendo-se

$$\Delta x = n \frac{\lambda}{2} \quad (\text{Com } n = 1, 2, 3 \dots)$$

vem:

$$\text{tg } \theta = \frac{n\lambda}{2d} \quad (2)$$

III) Comparando-se (1) e (2), segue-se que:

$$\frac{n\lambda}{2d} = \frac{y}{D} \Rightarrow y = n \frac{D\lambda}{2d}$$

IV) Valores de  $y$  para as franjas brilhantes laterais azuis:

$$\text{Para } n = 2: y_2 = 2 \frac{5,0 \cdot 480 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 1,2 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 4: y_4 = 4 \frac{5,0 \cdot 480 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 2,4 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 6: y_6 = 6 \frac{5,0 \cdot 480 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 3,6 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 8: y_8 = 8 \frac{5,0 \cdot 480 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 4,8 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 10: y_{10} = 10 \frac{5,0 \cdot 480 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 6,0 \text{ mm}$$

V) Valores de  $y$  para as franjas brilhantes laterais amarelas:

$$\text{Para } n = 2: y_2 = 2 \frac{5,0 \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 1,5 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 4: y_4 = 4 \frac{5,0 \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 3,0 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 6: y_6 = 6 \frac{5,0 \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} = 4,5 \text{ mm}$$

$$\text{Para } n = 8: y_8 = 8 \frac{5,0 \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}} \text{ (m)} \approx 6,0 \text{ mm}$$

(...)

Nota-se, então, que haverá coincidência entre as franjas brilhantes azul e amarela nos locais da quinta franja brilhante azul e da quarta franja brilhante amarela.

Um observador que receba as luzes azul e amarela (junção das cores primárias vermelha e verde) provenientes da franja difusora dessas duas cores, porém, terá excitados os cones (células sensoriais da visão) perceptores do azul, do vermelho e do verde. Isso dará a ele uma visualização esbranquiçada e não verde, como sugere o enunciado.

Resposta:  E

Considere o movimento de um objeto de massa  $m = 1,0 \text{ g}$ , positivamente carregado, com carga  $q = 20,0 \mu\text{C}$ , na presença do campo gravitacional da superfície terrestre,  $g$ , e de um campo eletromagnético dado por

$$\vec{B} = B\hat{k}_1 \quad \vec{E} = E_y\hat{j} + E_z\hat{k},$$

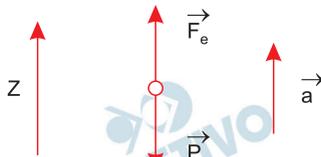
em que  $B = 1,00 \text{ T}$ ,  $E_x = 100 \text{ N/C}$  e  $E_z = 800 \text{ N/C}$ . O eixo  $z$  corresponde à direção vertical para cima. Sabendo que a partícula partiu da origem do sistema de coordenada com velocidade  $\vec{v}_1$  escrita em termos de suas componentes paralela e perpendicular a  $\vec{B}$ , ou seja,  $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$ , sendo  $v_{\parallel} = 2,0 \text{ m/s}$  e  $v_{\perp} = 1,0 \text{ m/s}$ , calcule o tempo necessário para ela atingir a posição  $z = 1,0 \text{ m}$ .

- a) 0,33s                      b) 0,66s                      c) 1,00s  
d) 1,33s                      e) 1,66s

### Resolução

A aceleração de partícula será determinada pela resultante entre a força elétrica e a força peso atuantes na direção do eixo  $Z$ .

Observe que  $\vec{B}$  e  $\vec{E}_x$  (ou  $\vec{E}_y$ ) não interferem nessa aceleração.



Cálculo da aceleração:

$$F_e - P = m \cdot a$$

$$qE_z - mg = m \cdot a$$

$$20 \cdot 10^{-6} \cdot 800 - 1,010^{-3} \cdot 10 = 1,010^{-3} \cdot a$$

$$16 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^{-3} = 1,010^{-3} \cdot a$$

$$a = 6,0 \text{ m/s}^2$$

para  $\Delta s_z = 1,0 \text{ m}$ ,  $V_{0z} = V_{11} = 2,0 \text{ m/s}$  e  $a_z = 6,0 \text{ m/s}^2$ , temos:

$$V_z^2 = V_{0z}^2 + 2 a_z \Delta s_z$$

$$V_z^2 = (2,0)^2 + 2 (6,0) (1,0)$$

$$V_z^2 = 16$$

$$V_z = 4,0 \text{ m/s}$$

Para a determinação do instante  $t$ , vem:

$$V_Z = V_{0Z} + a_Z t$$

$$4,0 = 2,0 + 6,0 t$$

$$2,0 = 6,0 t$$

$$t = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$t \cong 0,33 \text{ s}$$

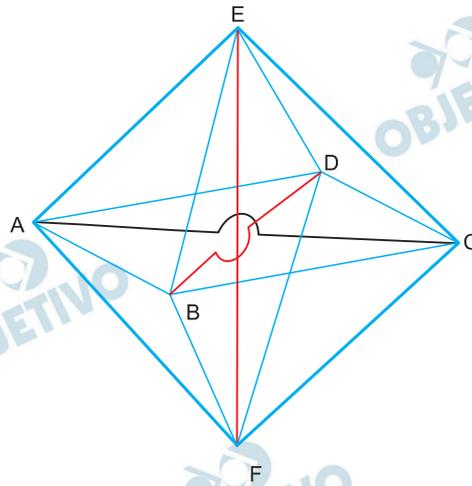
Resposta: **A**

Considere um octaedro regular cujos vértices estão todos ligados por capacitores idênticos de capacitância  $C$ . Cada par de vértices, vizinhos ou não, está ligado por um capacitor. Calcule a capacitância equivalente entre dois vértices vizinhos do sólido.

- a)  $C$                       b)  $2C$                       c)  $3C$   
 d)  $\frac{8C}{3}$                       e)  $8C$

**Resolução**

Da situação proposta, temos 15 capacitores idênticos no circuito, com A e B como terminais da associação:



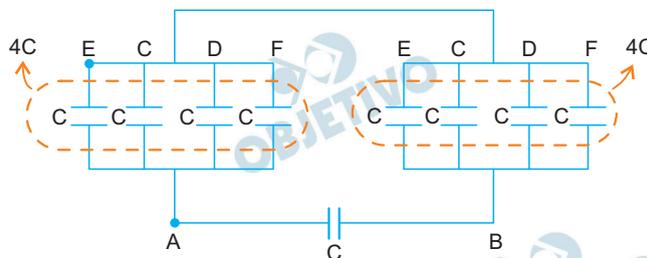
Obs.: Os fios de ligação internos ao octaedro não se tocam.

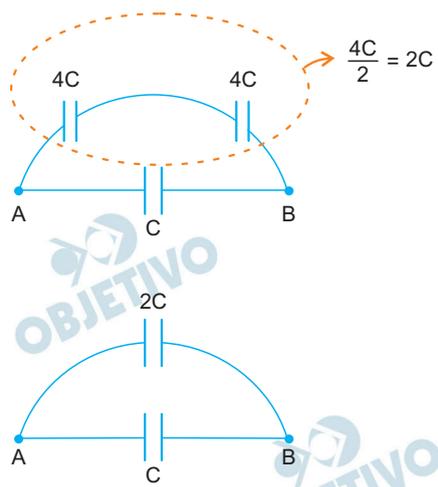
Há uma simetria de circuito que nos permite escrever:  
 $V_E = V_F$

Isso nos permite planificar o circuito e também perceber que  $V_C = V_D$

Dessa maneira, podemos retirar do circuito os capacitores que estão sob mesmo potencial elétrico, ou seja, aqueles que estão entre os pontos EF, DC, DF, CF, CE e DE.

Sobram, então, nove capacitores (15 – 6) que estarão associados do seguinte modo:





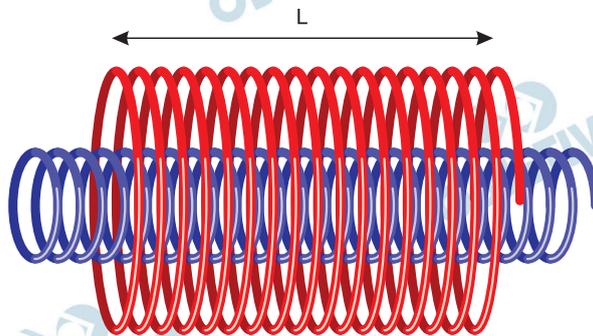
Finalmente.

$$C_{eq_{AB}} = C + 2C$$

$$C_{eq_{AB}} = 3C$$

Resposta:  C

Considere um solenoide muito longo com  $n_1$  voltas por unidade de comprimento e raio  $a$ . Situado no lado externo do solenoide, há outro solenoide de comprimento  $L$ , com  $n_2$  voltas por unidade de comprimento e raio  $b$  ( $b > a$ ). Metade do solenoide externo possui resistividade  $\rho_1$  e a outra metade  $\rho_2$ . Os fios que compõem o solenoide possuem uma área transversal  $A$  e seus terminais estão ligados em curto. A corrente que passa pelo solenoide interno varia linearmente com o tempo,  $I = I_0 t$ . Desprezando a auto-indutância dos solenoides, a corrente induzida no solenoide externo pode ser escrita por



a)  $\frac{n_1 \mu_0 I_0 a^2 A}{b(\rho_1 + \rho_2)}$

b)  $\frac{n_1 \mu_0 I_0 b A}{(\rho_1 + \rho_2)}$

c)  $\frac{n_1 n_2 I_0 b A}{(\rho_1 + \rho_2)}$

d)  $\frac{n_1 \mu_0 I_0 a^2 A (\rho_1 + \rho_2)}{n_2 L b \rho_1 \rho_2}$

e)  $\frac{n_1 \mu_0 I_0 a^2 A}{n_2 L b (\rho_1 + \rho_2)}$

### Resolução

1) O campo magnético gerado pelo solenoide interno é dado por:  $B_1(t) = \mu_0 \cdot n_1 \cdot I_0 \cdot t$

2) O fluxo magnético gerado pelo solenoide interno é dado por:  $\phi_1(t) = \mu_0 \cdot n_1 \cdot I_0 \cdot t \cdot \pi \cdot a^2$

3) A variação temporal do fluxo gerado pelo solenoide interno é dada por:

$$\frac{d\phi_1(t)}{dt} = \mu_0 \cdot n_1 \cdot I_0 \cdot \pi \cdot a^2$$

4) Como o solenoide externo apresenta dois fios com resistividades diferentes, cada um com metade do número total de voltas do solenoide, este se comporta como uma resistência equivalente em série:

$$R_e = R_1 + R_2$$

Seja  $N_2 = n_2 \cdot L$  o total de espiras do solenoide externo

$$R_e = \frac{\rho_1 L}{A} \cdot \frac{N_2}{2} + \frac{\rho_2 L}{A} \cdot \frac{N_2}{2}$$

Como  $b$  é o raio da espira do solenoide externo, então o comprimento do fio desse solenoide vale  $N_2 2\pi b$

$$R_e = \frac{(\rho_1 + \rho_2) \cdot \pi \cdot b \cdot n_2 \cdot L}{A}$$

5) A força eletromotriz induzida em todas as  $N_2$  voltas do solenoide externo será dado por:

$$|\varepsilon_2| = N_2 \cdot \frac{d\phi_1(t)}{dt} = N_2 \cdot L \cdot \frac{d\phi_1(t)}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = N_2 \cdot L \cdot \mu_0 \cdot n_1 I_0 \pi a^2$$

Como  $\varepsilon_2 = R_e \cdot I_2$  temos:

$$I_2 = \frac{n_2 \cdot L}{R_e} \cdot \frac{d\phi_1(t)}{dt}$$

Portanto:

$$I_2 = \frac{n_2 \cdot L \cdot \mu_0 \cdot n_1 \cdot I_0 \cdot \pi \cdot a^2}{\frac{(\rho_1 + \rho_2) \cdot \pi \cdot b \cdot n_2 \cdot \ell}{A}}$$

$$I_2 = \frac{\mu_0 \cdot n_1 \cdot I_0 \cdot a^2 A}{b \cdot (\rho_1 + \rho_2)}$$

Resposta: **A**

A energia produzida pelo Sol é resultante de reações de fusão nuclear de conversão de hidrogênio em hélio. São convertidas em radiação eletromagnética a cada segundo 4,3 milhões de toneladas. Essa energia pode ser parcialmente convertida em energia elétrica em painéis solares na superfície da Terra com rendimento da ordem de 25%. Sabendo que a potência elétrica média consumida no Brasil é de 54 GW, estime a área que precisaria ser coberta por painéis solares para atender a demanda energética nacional. Despreze perdas de armazenamento e transmissão de energia, assim como efeitos da interação entre a luz e a atmosfera.

- a) 21 km<sup>2</sup>      b) 320 km<sup>2</sup>      c) 4.800 km<sup>2</sup>  
 d) 52.000 km<sup>2</sup>      e) 680.000 km<sup>2</sup>

### Resolução

- 1) Energia gerada no Sol a cada segundo:

$$E = mc^2 = 4,3 \cdot 10^9 \cdot 9,0 \cdot 10^{16} \text{ (J)} = 38,7 \cdot 10^{25} \text{ J}$$

- 2) Potência gerada no Sol:  $P_S = 38,7 \cdot 10^{25} \text{ W}$

- 3) Intensidade da onda na Terra:

$$I = \frac{P_S}{4\pi d^2} = \frac{38,7 \cdot 10^{25}}{12,56 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2} \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

$$I \approx 1369 \text{ W/m}^2$$

- 4) Como a noite não recebemos a energia solar a intensidade efetiva é  $I_2 = 684,5 \text{ W/m}^2$

- 5) Para um rendimento de 25% a intensidade útil é:

$$I_u = 0,25 I_c = 0,25 \cdot 684,5 \text{ W/m}^2$$

$$I_u = 171 \text{ W/m}^2$$

- 6) Área dos coletores:

$$I_u = \frac{\text{Pot}}{A} \Rightarrow A = \frac{\text{Pot}}{I_u} = \frac{54 \cdot 10^9}{171} \text{ m}^2$$

$$A = \frac{540}{171} \cdot 10^8 \text{ m}^2 = 3,16 \cdot 10^8 \text{ m}^2$$

$$A = 3,16 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6} \text{ km}^2$$

$$A \approx 316 \text{ km}^2$$

O valor mais próximo é 320 km<sup>2</sup>.

Resposta: **B**

Em *Numa e a ninfa* o episódio (cap. 10) das contínuas interrupções do deputado Júlio Barroso no parlamento ilustra

- a) o respeito distanciado, porém, genuíno, que as classes populares da época nutriam para com os políticos.
- b) a idolatria do autor para com os políticos que defendiam a volta do regime monárquico.
- c) a ironia com que a narrativa retrata a política institucional da República Velha.
- d) a crença do narrador de que os males da política tinham origem nas intrigas das cortes europeias.
- e) o tom de desesperança para com o futuro do Brasil manifestado na psicologia das personagens femininas.

#### **Resolução**

As interrupções inoportunas ao discurso do deputado Júlio Barroso revelam as estratégias escusas por meio das quais os parlamentares da situação impediam o discurso dos parlamentares da oposição de criticar o governo. Essas interrupções utilizavam outros idiomas, fato que o narrador nomeia sarcasticamente como a “internacionalização da representação do país”. Essa descrição caricata da sessão parlamentar como uma espécie de “Torre de Babel” evidencia a atitude irônico-satírica com que esse romance retrata a política institucional da República Velha (1889-1930).

Resposta: **C**

Acerca dos personagens Numa e Lucrecio Barba de Bode, de *Numa e a ninfa*, é possível afirmar corretamente que

- a) são o espelho da boa educação aristocrática que também caracteriza a dupla Edgarda e D. Florinda.
- b) representam a dignidade de caráter do povo brasileiro, como Bogóloff e Juca Chaveco.
- c) são personagens secundárias, cuja única função é auxiliar as personagens verdadeiramente centrais da narrativa.
- d) são protagonistas porque contribuem decisivamente para o sucesso das carreiras políticas de Bentes e Benevenuto.
- e) representam ao leitor que o oportunismo e a ação por mera conveniência estão presentes em todas as classes sociais brasileiras.

### Resolução

Numa Pompílio de Castro casa com Edgarda, filha de um político importante. Com o faro de “saber onde estava o lado vencedor”, o arrivista Numa torna-se deputado e parte para a capital da República. Lucrecio Barba de Bode, homem marginalizado e morador da Cidade Nova, vê na violência com cunho político um meio para a sua ascensão social, cuja realização se dá com a vitória de Bentes. Como um parasita, faz o jogo sujo da política. Suas ações violentas e corruptas mostram o mecanismo escuso pelo qual se sustentam o clientelismo e o coronelismo na Primeira República. Nota-se que o carreirismo, a corrupção e a violência atingem vários estratos sociais dos apoiadores do Estado brasileiro.

Resposta:  E

Identifique a correta caracterização do narrador de *Numa e a ninfa*.

- a) é um narrador onisciente, que julga crítica e sarcasticamente os fatos e as personagens.
- b) é um narrador personagem imparcial, em 3ª pessoa.
- c) é um narrador em 3ª pessoa, imparcial ao narrar os fatos, mas que julga criticamente as personagens.
- d) é um narrador onisciente, em 1ª pessoa, que julga moralmente as demais personagens.
- e) é um narrador onisciente, distanciado dos fatos e das personagens.

#### **Resolução**

O romance satírico *Numa e a Ninfa*, de Lima Barreto, apresenta um narrador onisciente que retrata sarcasticamente os costumes da sociedade do Rio de Janeiro no período do governo de Hermes da Fonseca (1910-1914). Ironicamente, o narrador relata de forma caricatural as situações vivenciadas por tipos que alegorizam não só a mentalidade do período, mas também suas instituições. Indivíduos vazios e, por vezes ridículos e grotescos, participam das relações de poder e, por meio da esperteza e da máscara social, dominam o aparelho burocrático do Estado corrompendo o ideal republicano.

Resposta: **A**

Leia atentamente o trecho destacado de *Numa e a ninfa* e o compare às declarações de I a III. Em seguida, assinale a alternativa correta.

Era a política, era Campelo a garantir-lhe a impunidade e, mais alto, os protetores de Campelo dando a este mão forte e prestígio... Se o Estado é uma coação organizada, essa coação cessava por abdicação do próprio Estado... Era o ruir de tudo... Onde nos levaria tudo isso?... A sua colaboração não seria criminosa? Tinha direito perante a sua própria consciência de contribuir para semelhante ruína? Sentiu perfeitamente que esse afrouxamento da lei e da autoridade tinha por fim recrutar dedicações aos ambiciosos antipáticos à opinião. A coação legal do Estado fizera-se, para uma mascarada eleitoral, ameaça de valentão...

- I. O narrador usa o discurso direto para se distanciar da personagem.
  - II. O discurso indireto é usado unicamente para explicitar ao leitor as certezas da personagem.
  - III. O uso do discurso indireto livre não é evidenciado pela falta de referência direta aos pensamentos da personagem.
- a) apenas I é verdadeira.
  - b) apenas II é verdadeira.
  - c) apenas I e II são falsas.
  - d) apenas III é falsa.
  - e) todas são falsas.

#### **Resolução**

Todas as alternativas são falsas. Em I e em II, não há, respectivamente, o discurso direto e o indireto. Em III, o discurso indireto livre é evidenciado pela falta de referência direta ao pensamento, à fala interior, da personagem Edgarda. O que invalida esse item é o advérbio “não” (“não é”).

Resposta:  E

Leia atentamente, à esquerda, o trecho destacado de *Numa e a ninfa* e assinale a alternativa que a caracteriza **incorretamente**.

A Cidade Nova dança à francesa ou à americana e ao som do piano. Há por lá até o célebre tipo do pianista, tão amaldiçoado, mas tão aproveitado que bem se induz que é ocultamente querido por toda a cidade. É um tipo bem característico, bem função do lugar, o que vem a demonstrar que o 'cateretê' não é bem do que a Cidade Nova gosta.

- a) a observação de fatos cotidianos aproxima-se da crônica e permite ao narrador relatar algo que o senso comum não percebe imediatamente.
- b) pelo relato dos fatos cotidianos, o narrador revela que, por trás das aparências, há uma recusa da cultura popular implícita na adesão à estrangeira.
- c) o narrador manifesta sutilmente um juízo acerca do que se passa.
- d) o relato e a interpretação do fato cotidiano facultam ao leitor formular seus próprios juízos sobre o que se passa.
- e) é um relato estritamente objetivo que não busca manifestar nenhuma perspectiva subjetiva, ou aspecto despercebido do cotidiano.

#### **Resolução**

**O relato do narrador não é estritamente objetivo. Ao comentar os aspectos da Cidade Nova e o modismo da dança à francesa ou à americana, há a avaliação subjetiva, pois se diz que não cabe na Cidade Nova a dança popular, roceira, denominada cateretê.**

Resposta:  E

Leia atentamente, a primeira estrofe de “Morte do leiteiro”, da seção “NA PRAÇA DE CONVITES”. Em seguida, assinale a alternativa correta.

Há pouco leite no país,  
é preciso entregá-lo cedo.  
Há muita sede no país,  
é preciso entregá-lo cedo.  
Há no país uma legenda,  
que ladrão se mata com tiro.

- a) os verbos, advérbios e complementos representam uma situação perigosa para quem bebe pouco leite.
- b) a construção repetitiva dos versos sugere uma tensão entre as condições de vida, a repetição própria do trabalho moderno e uma moralidade social violenta.
- c) o estilo coloquial do poema está em perfeita consonância com os preceitos da poética romântica do autor.
- d) os versos tematizam a luta no campo entre grandes e pequenos pecuaristas dedicados à produção de laticínios no país.
- e) a escassez de recursos linguísticos é uma metáfora da escassez de recursos na produção social de laticínios no país.

#### Resolução

O paralelismo sintático e a oposição semântica (“pouco leite” X “muita sede”), que se notam no primeiro e no terceiro verso, indicam uma tensão na condição de vida e um trabalho repetitivo do leiteiro. Os dois últimos versos apontam para uma sociedade em que há violência.

Resposta: **B**

Assinale a alternativa que confirma a seguinte afirmação: a poética de Drummond mantém uma relação ambígua com a memória, com traços de esperança, embora sem saudosismo ou idealização.

- a) “Eta vida besta, meu Deus.” (“Cidadezinha qualquer”).
- b) “Amanhecem de novo as antigas manhãs/ que não vivi jamais, pois jamais me sorriram.” (“Campo de flores”).
- c) “Não cantarei amores que não tenho,/ e, quando tive, nunca celebrei.” (“Nudez”).
- d) “E como ficou chato ser moderno./ Agora serei eterno.” (“Eterno”).
- e) “Então nos punimos em nossa delícia./ O amor atinge raso, e fere tanto.” (“Ciclo”).

#### **Resolução**

Em “Campo de Flores”, Drummond celebra o fato de, “no tempo da madureza”, receber um amor, o que o faz ter contato com esse sentimento em seu nível mítico. Essa experiência de resgate arquetípico, no entanto, não é feita de forma idealizada e saudosista, mas seca e amarga, o que é comum à poesia drummondiana. Consequentemente, sua postura é ambígua, o que se nota no trecho selecionado, em que o primeiro verso, com a ideia de amanhecer, indica um traço positivo de esperança, e o segundo verso (“não vivi jamais”, “jamais me sorriram”) aponta para um traço negativo de falta tanto de saudosismo quanto de idealização.

Resposta: **B**

Para apresentar a sua *Antologia poética*, Carlos Drummond de Andrade escreveu: “Algumas poesias caberiam talvez em outra seção que não a escolhida, ou em mais de uma. A razão da escolha está na tônica da composição, ou no engano do autor.” (“Informação — NOTA DA PRIMEIRA EDIÇÃO”). Diante do trecho citado, é possível afirmar que

- a) o poeta quer dizer que a divisão é rígida e espelha fielmente as fases de sua obra.
- b) o poeta admite, com ironia, a própria falibilidade e faculta ao leitor a liberdade de outra organização dos poemas.
- c) a *Antologia poética* deve ser entendida normativamente, isto é, segundo uma “ordem interna” inalterável e que representa a chave da poética de Drummond.
- d) o poeta retira do leitor a possibilidade de interpretar a sua poesia.
- e) é evidente a falta de critério para a seleção dos poemas, o que indica apenas a intenção de amostragem, sem qualquer planejamento ou organização.

#### **Resolução**

**Drummond declara que alguns poemas de *Antologia poética* podem caber em outra seção que não a escolhida por ele. Explica que um dos motivos para esse fato é ter-se enganado, o que denota um certo tom de ironia, já que indicaria a hipótese – absurda – de que o próprio poeta não domina o assunto dos seus textos, já que não consegue classificá-los corretamente. Além disso, quando o escritor admite a possibilidade de um poema ser encaixado em outro tópico que não o vislumbrado por ele próprio, dá chance para que o leitor faça sua própria classificação, admitida como correta.**

Resposta: **B**

A respeito da obra de Carlos Drummond de Andrade, é **incorreto** afirmar que

- a) a sua poética mantém uma relação ambígua com a memória, com traços de esperança, embora sem saudosismo ou idealização, como atestam os versos: “Pois de tudo fica um pouco./ Fica um pouco de teu queixo/ no queixo de tua filha.” (“Resíduo”).
- b) não é sua característica tratar do amor como luxúria carnal que intensifica a dor de amar, conforme atestam os versos: “Não cantarei amores que não tenho, e, quando tive, nunca celebrei.” (“Nudez”).
- c) não é marcada por terna evocação saudosista do passado, como atestam os versos: “E de tudo fica um pouco./ Oh abre os vidros de loção/ e abafa/ o insuportável mau cheiro da memória.” (“Resíduo”).
- d) o poeta jamais demonstra dúvidas relativamente ao amor, conforme atestam os versos: “Amarei mesmo Fulana?/ ou é ilusão de sexo?” (“O mito”).
- e) o poeta não evita o tema da memória e só trata da expectativa do futuro, como atestam os versos: “Amanhecem de novo as antigas manhãs/ que não vivi jamais, pois jamais me sorriram.” (“Campo de flores”).

#### **Resolução**

O trecho de “O Mito” apresentado na alternativa *d* (“Amarei mesmo Fulana? / ou é ilusão de sexo?”) revela um eu lírico em dúvida sobre a natureza do seu sentimento. Invalida-se, portanto, a afirmação de que “o poeta jamais demonstra dúvidas relativamente ao amor”.

Resposta: **D**

Leia atentamente, os versos destacados de “Amar”, da seção “AMAR-AMARO”. Em seguida, assinale a alternativa correta.

Este o nosso destino:  
amor sem conta,  
distribuído pelas coisas  
pérfidas ou nulas,  
doação ilimitada a uma  
completa ingratidão,  
e na concha vazia do  
amor a procura medrosa,  
paciente, de mais e mais  
amor.

- a) os versos evidenciam que o amor, na poética de Drummond, não representa um tema importante e é apenas ligeiramente abordado em seus poemas.
- b) os versos evidenciam a centralidade do amor erótico na poética de Drummond, por meio do qual a subjetividade individual se exprime.
- c) os versos evidenciam que, na poética de Drummond, o amor vai além do sentimentalismo individual para englobar relações humanas mais profundas.
- d) nestes versos, o poeta reduz o amor ao ato sexual, ao desejo carnal entre homem e mulher.
- e) nestes versos, o amor restringe-se a um sentimentalismo convencional, evidenciado pela escolha da forma tradicional do soneto para exprimir o tema.

#### **Resolução**

**Nesses versos, o sentimento amoroso vai além do elemento puramente emocional, atingindo uma dimensão analítica que engloba as relações humanas mais profundas.**

**Resposta: C**

Leia atentamente o trecho do conto “A mão no ombro” e, em seguida, assinale a alternativa correta.

Deixou cair a folha seca, enfurnou as mãos nos bolsos e seguiu pisando com a mesma prudência da estátua. Contornou o tufo de begônias, vacilou entre os dois ciprestes (mas o que significava essa estátua?) e enveredou por uma alameda que lhe pareceu menos sombria. Um jardim inocente.

- a) é um narrador predominantemente em terceira pessoa, que utiliza, por vezes, o discurso indireto livre para se confundir com a personagem protagonista.
- b) é um narrador em primeira pessoa que constrói um monólogo interior.
- c) é um narrador protagonista, que relata, em primeira pessoa, as experiências que outra personagem lhe contou.
- d) é um narrador em terceira pessoa pouco atento aos pensamentos da personagem protagonista.
- e) é um narrador judicativo que recrimina a culpa que a personagem protagonista sente e, por isso, faz perguntas a si próprio.

#### **Resolução**

No conto *A mão no ombro*, o foco narrativo apresenta-se na terceira pessoa e o narrador é onisciente. Há o emprego do discurso indireto livre, que capta as angústias, os medos e as alucinações da personagem central à espera da morte.

Resposta: **A**

Relações amorosas desgastadas são uma constante nos contos de Lygia Fagundes Telles. Assinale a alternativa que **não** ilustra essa afirmação.

- a) “Se por acaso alguém tinha pensado em comprar um novo fio dental porque este estava no fim. Não está, respondi, é que ele se enredou lá dentro, se a gente tirar esta plaqueta (tentei levantar a plaqueta) a gente vê que o rolo está inteiro mas enredado e quando o fio se enreda desse jeito, nunca mais!, melhor jogar fora e começar outro rolo. Não joguei.” (Noturno amarelo”).
- b) “Chega também de banho? ela perguntou enquanto dava tapinhas no queixo. Ele calçou os chinelos: se não estivesse tão cansado, poderia odiá-la. (“A mão no ombro”).
- c) “Acho que você nunca amou ninguém a não ser você mesmo, ela disse apertando as palmas das mãos contra os olhos. Amei você – quis dizer e não tive forças.” (“A sauna”).
- d) “Fiz minha cara inocente: na véspera, ele me advertira que eu podia ser uma moça de mãos feias, ‘Ainda não pensou nisso?’. Nunca tinha pensado antes, nunca me importei com as mãos, mas no instante em que ele fez a pergunta comecei a me importar.” (“Herbarium”).
- e) “E achei que seria a oportunidade de me livrar dele, a troca era vantajosa, mas calculei mal, logo nos primeiros encontros descobri que a traição faz apodrecer o amor. Na rua, no restaurante, no cinema, na canta e em toda parte, Eduarda, você esteve presente.” (“Noturno amarelo”).

#### **Resolução**

As relações amorosas desgastadas e conflituosas são tematizadas na maioria dos contos do livro *Seminário dos Ratos*, sendo uma das exceções o conto “Herbarium”, cujo enredo gira em torno da descoberta do amor, idealizado, por uma adolescente.

Resposta: **D**

Leia atentamente, o trecho destacado do conto “Noturno amarelo” e, em seguida, assinale a alternativa correta.

Tudo então aconteceu muito rápido. Ou foi lento? Vi o Avô dirigir-se para a porta que ficava no fundo da sala, pegar a chave que estava no chão, abrir a porta, deixar a chave no mesmo lugar e sair fechando a porta atrás de si. Foi a vez da Avó, que passou por mim com sua bengala e seu lorgnon, me fez um aceno e deixando a chave no mesmo lugar, seguiu o Avô. Vi Eduarda de longe, ajudando o noivo a vestir a capa. Mas onde foram todos? perguntei e ela não ouviu ou não entendeu.

- a) a visita de Laura, protagonista do conto, à antiga casa de sua família, aconteceu realmente, mas isso não a afeta em nada.
- b) a visita de Laura à antiga casa de sua família só aconteceu na sua imaginação, o que revela a futilidade da personagem.
- c) por nunca ter nutrido sentimentos de amor por sua família, Laura decide voltar no meio do caminho e cancelar a visita.
- d) mais importante do que saber se a visita de Laura à antiga casa de sua família aconteceu realmente ou não é entender que as suas memórias a levam a passar a sua vida a limpo.
- e) mais importante do que saber se a visita de Laura à antiga casa de sua família aconteceu realmente ou não é entender que nenhuma lembrança é capaz de alterar a sua falsidade e dissimulação em relação ao passado.

#### **Resolução**

Em “Noturno amarelo”, enquanto a personagem Laura aguarda Fernando resolver o problema de falta de combustível no automóvel, ela caminha seguindo na direção do perfume que emanava da flor dama-da-noite. Nesse caminhar, Laura entra numa espécie de transe psicológico que a faz retornar ao passado e reviver os conflituosos e trágicos acontecimentos familiares.

Resposta: **D**

Assinale a alternativa correta acerca do conto “Herbarium”.

- a) o conto narra um caso de sedução de um adulto por uma menor, como atesta o trecho: “*Herbarium*, ensinou-me logo no primeiro dia em que chegou ao sítio. Fiquei repetindo a palavra, *herbarium. Herbarium.*”
- b) o conto narra o ingresso da protagonista na adolescência, marcado pela sedução de um seu primo adulto, como atesta o trecho: “Ele selecionava as folhas ainda pesadas de orvalho quando me perguntou se já tinha ouvido falar em folha persistente.”
- c) o conto descreve o desabrochar do primeiro amor — platônico e delicado — da protagonista, causado pela presença de um primo mais velho: “Dizer-lhe que diante dele, mais do que diante dos outros, tinha de inventar e fantasiar para obrigá-lo a se demorar em mim como se demorava agora na verbena — será que não percebia essa coisa tão simples?”
- d) o conto narra o processo de amadurecimento traumático de uma adolescente, desencadeado pelo assédio de um primo mais velho, como atesta o trecho: “Tia Marita me enlaçou pela cintura enquanto se esforçava para lembrar o nome da recém-chegada, um nome de flor, como era mesmo?”
- e) o conto narra a história de uma família de mulheres botânicas que viajam pelos sertões do Brasil e sofrem todo tipo de assédio: “Aonde você vai com esse vestido de maria-mijona?”, perguntou minha mãe me dando a xícara de café com leite.”

#### Resolução

**Em *Herbarium*, a jovem protagonista tem um interesse amoroso pelo primo mais velho, mas não é correspondida, não recebendo a atenção que o seu amado dispensa à verbena.**

Resposta: **C**

Leia atentamente o trecho destacado do conto “Seminário dos ratos”, no qual o Chefe das Relações Públicas dirige-se ao Secretário do Bem-Estar Público e Privado. Em seguida, assinale a alternativa correta.

- Bueno, ontem à noite ele sofreu um pequeno acidente, Vossa Excelência sabe como anda o nosso trânsito! Teve que engessar um braço. Só pode chegar amanhã, já providenciei o jatinho acrescentou o jovem com energia.
- Na retaguarda fica toda uma equipe armada para a cobertura. Nosso Assessor vai pingando o noticiário por telefone, criando suspense até o encerramento, quando virão todos num jato especial, fotógrafos, canais de televisão, correspondentes estrangeiros, uma apoteose. *Finis coronat opus*, o fim coroa a obra!
- a) a passagem exprime a moral da história, qual seja: a política é impossível sem jatinhos.
  - b) a preocupação das personagens com as aparências e a comunicação com o público representa os seus ideais republicanos e democráticos.
  - c) a preocupação principal das personagens era promover uma comunicação transparente e honesta com o público.
  - d) a linguagem do Chefe das Relações Públicas evidencia que ele não se preocupa apenas com os objetivos, mas também com a dignidade dos meios para atingi-los.
  - e) a tradução do adágio latino, na última frase, indica a mentalidade utilitarista e a falta de princípios superiores das personagens em questão.

#### **Resolução**

**Nota-se que os representantes do Estado querem controlar as informações sobre o VII Seminário dos Ratos para ter domínio sobre a imprensa e sobre a população em geral, manipulando a realidade em que há a epidemia dos ratos. O adágio poderia ser a frase que provém de um recorte do texto de Maquiavel: os fins justificam os meios em vez de "Finis coronat opus, o fim coroa a obra!"**

Resposta:  E

Leia o texto destacado para responder às questões 31 e 32.

Stupidity permeates our perception and practice of politics. We frequently accuse politicians, bureaucrats, journalists, voters, “elites” and “the masses” for their stupidities. In fact, it is not only “populist politicians”, “sensational journalism,” and “uneducated voters” who are accused of stupidity. Similar accusations can be, and in fact have been, made concerning those who criticize them as well. It seems that stupidity is ubiquitous, unable to be contained within or attributed to one specific political position, personal trait, or even ignorance and erroneous reasoning. Undertaking a theoretical investigation of stupidity, Nabutaka Otake challenges the assumption that stupidity can be avoided. The author argues that the very ubiquity of stupidity implies its unavailability – that we cannot contain it in such domains as error, ignorance, or “post-truth.” What we witness is rather that one’s reasoning can be sound, evidence-based, and stupid. In revealing this unavailability, he contends that stupidity is an ineluctable problem not only of politics, but also of thinking. We become stupid because we think: it is impossible to distinguish a priori stupid thought from upright, righteous thought. Moreover, the failure to address the unavailability of stupidity leads political theory to the failure to acknowledge the productive moments that experiences of stupidity harbor within. Such productive moments constitute the potential of stupidity – that radical new ideas can emerge out of our seemingly banal and stupid thinking in our daily political activity.

Fonte: <https://www.routledge.com/>.  
Publicado em 12/10/2020. Acesso em 20/08/2021.

## 31

---

De acordo com o texto, não é correto afirmar que

- a) em nossa prática política diária, novas ideias radicais podem surgir de um pensamento aparentemente banal e estúpido.
- b) o fracasso em considerarmos que a estupidez é inevitável nos conduz a outro malogro.
- c) a ubiquidade da estupidez implica em sua evitabilidade.
- d) a estupidez não pode ser contida em domínios como ignorância, erro ou pós-verdade.
- e) a estupidez é um problema do pensamento do qual não podemos escapar. .

### Resolução

Lê-se a alternativa correta no seguinte trecho do texto:

**“The author argues that the very ubiquity of stupidity implies its unavoidability – that we cannot contain it in such domains as error, ignorance, or “post-truth”.**

Resposta: **C**

## 32

---

O termo “moreover”, destacado em itálico no excerto do segundo parágrafo. “*Moreover*”, the failure to address the unavailability of stupidity leads political theory to the failure”, pode ser substituído, sem prejuízo de significado, por

- a) furthermore.
- b) although.
- c) nevertheless.
- d) unlikely.
- e) even though.

### Resolução

\***moreover** = além disso, além do mais

\***furthermore** = além do mais

Ambos expressam ideia de acréscimo ou adição.

Resposta: **A**

Leia o texto destacado para responder às questões 33 e 34.

Jaap Wagelaar was my all-time favorite secondary school teacher. He gave me a 10/10 for my oral Dutch literature exam, taught psychoanalysis during grammar class, astounded pupils with odd puppet show performances during lunch breaks and sadly ended his career with a burn-out. Few students and fellow teachers understood him. But since I trusted his judgment like nobody else's, I once asked him why Piet Paaltjens and Gerard Reve, both canonized Dutch literary figures, albeit of very divergent genres, could occasionally be kind or ironic but were more often rather cynical, cold and heartless. The response he gave has stuck with me ever since: *cynical people are in fact the most emotional ones. Because of their sentimentality they are unable to handle injustice and feel forced to build up a self-protective screen against painful emotions called cynicism. Irony is mild, harmless and green. Sarcasm is biting and represents an orange traffic light. And the color of cynicism is deep red, with the shape of a grim scar that hides a hurt soul. They are all equally beautiful.*

These words again came to my mind when thinking back on the dozens of ironic, sarcastic and cynical memes about underperforming politicians and policy scandals disseminated over the past year. Who has not seen the image of Donald Trump walking through a desolate, scorched forest mumbling to himself: *'My work here is almost done'*? Who has not read the scathing reports of Flemish Ministers Bart Somers and Hilde Crevits escaping from a window aided by an unidentified third person after a meeting of the Council of Ministers to avoid critical journalists with the defense that they *urgently needed to go on holiday and windows are faster than doors*? Who has not come across the video announcement for a fictitious thriller called Angstra Zeneca with Dutch Health Minister Hugo de Jonge exclaiming *'ik heb er zo'n kankerbende van gemaakt'* (I have made it all a cancerous mess) with a grimace stretching from ear to ear? And who has missed the most recent true story tragicomedy played by Charles Michel, male President of the European Council, and Ursula von der Leyen, female President of the European Commission, who had jointly been invited by Turkish President Recep Tayyip Erdogan to discuss the position of women in Turkey? Unfortunately, they were only offered one chair for two people, which was symbolically occupied by Michel who left Von der Leyen standing awkwardly for a while. She ended up settling for a place on the comfortable sofa reserved for second rank guests. It was damned easy to get addicted to these countless videos, photos, images and written parodies. Oh, did we have fun with them! Some were ironic, some sarcastic

and others cynical, but they jointly sketch a disconcerting image of the quality and reputation of key politicians in liberal Western democracies.

Fonte: <https://www.eur.nl/en/news/>. Publicado em 16/04/2021.

Acesso em 29/08/21. Adaptado.

**33**

---

O termo “*albeit*”, destacado em itálico no excerto do primeiro parágrafo, “both canonized Dutch literary figures *albeit* of very divergent genres”. tem sentido equivalente a

- a) meanwhile.
- b) despite.
- c) whereas.
- d) indeed.
- e) through.

**Resolução**

\**albeit* = despite – apesar de, embora

**Ambos indicam ideia de concessão.**

**Resposta: B**

Em um encontro para discutir a posição da mulher, o anfitrião

- a) convidou dois representantes homens.
- b) não deu oportunidade de voz a uma representante mulher.
- c) relegou a representante mulher a um assento secundário.
- d) não cumprimentou a representante mulher.
- e) ficou constrangido com a falha na organização do evento.

**Resolução**

Lê-se no texto:

**“Unfortunately, they were only offered one chair for two people, which was symbolically occupied by Michel who left Von der Leyen standing awkwardly for a while. She ended up settling for a place on the comfortable sofa reserved for second rank guests.”**

Resposta: **C**

Leia o texto destacado para responder às questões 35 a 37.

In a new survey of North American Indian languages, Marianne Mithun gives an admirably clear statement of what is lost as each language ceases to be used. “Speakers of these languages and their descendants are acutely aware of what it can mean to lose a language,” she begins — and this is perfectly true, although these speakers must have taken the decision themselves not to teach the language to their children. It happens all too often — people regret that their language and culture are being lost but at the same time decide not to saddle their own children with the chore of preserving them.

When a language disappears [Mithun continues] the most intimate aspects of culture can disappear as well: fundamental ways of organizing experience into concepts, of relating ideas to each other, of interacting with people. The more conscious genres of verbal art are usually lost as well: traditional ritual, oratory, myth, legends, and even humor. Speakers commonly remark that when they speak a different language, they say different things and even think different thoughts.

These are very interesting assertions. They slip by in a book on anthropological linguistics, where in a book on linguistic theory they would be highly contentious. Is it true that “fundamental ways of organizing experience into concepts [and] of relating ideas to each other” are specific to individual languages and are therefore likely to be lost when a language ceases to be used? Is it true that when speakers speak a different language, they “say different things and even think different thoughts”? Again, the extent to which thought depends on language is very controversial. These questions must be now faced, because only when we have reached an opinion on them will we be able to accept or reject Marianne Mithun’s conclusion: “The loss of a language represents a definitive separation of a people from its heritage. It also represents an irreparable loss for us all, the loss of opportunities to glimpse alternative ways of making sense of the human experience.”

Fonte: Dalby, Andrew. *Language in danger*. New York: Columbia University Press, 2003, p. 252; 285. Adaptado.

De acordo com a linguista Marianne Mithun

- a) os indivíduos falantes de línguas nativas e seus descendentes não têm absoluta clareza do que perder uma língua pode significar.
- b) indivíduos nativos lamentam a perda de sua língua e cultura, mas não querem sobrecarregar seus filhos com a responsabilidade de preservá-las.
- c) antes da extinção de uma língua, aspectos da cultura correspondente já haviam desaparecido.
- d) teorias linguísticas afirmam que o desaparecimento de línguas nativas é altamente controverso.
- e) a decisão de povos originários e seus descendentes ao abandonar suas línguas nativas tem motivação econômica.

**Resolução**

Encontra-se a alternativa correta no seguinte trecho do texto:

**“It happens all too often — people regret that their language and culture are being lost but at the same time decide not to saddle their own children with the chore of preserving them.”.**

Resposta: **B**

O termo “*must*”, destacado em itálico no excerto do segundo parágrafo. “These questions *must* be now faced”, pode ser substituído, sem alteração de significado, por

- a) could.
- b) might.
- c) ought to.
- d) used to.
- e) had to.

**Resolução**

**Must**, neste caso pode ser substituído por **ought to**.

Os termos indicam forte necessidade.

Resposta: **C**

De acordo com o texto, é correto afirmar que com o desaparecimento de uma língua, aspectos dessa cultura também estão fadados ao desaparecimento, exceto

- a) a interação entre indivíduos do grupo.
- b) formas de expressar experiências vividas em conceitos.
- c) estabelecimento do relações entre ideias.
- d) suns práticas econômicas baseadas em escambo.
- e) a tradição oral de seus mitos e lendas.

**Resolução**

**Todas as afirmações podem ser encontradas no segundo parágrafo.**

**O texto não faz nenhuma alusão às práticas econômicas baseadas em escambo.**

Resposta: **D**

Leia o texto destacado para responder às questões de 38 a 40.

Meritocracy has become a leading social ideal. Politicians across the ideological spectrum continually return to the theme that the rewards of life — money, power, jobs, university admission — should be distributed according to skill and effort. The most common metaphor is the ‘even playing field’ upon which players can rise to the position that fits their merit. Conceptually and morally, meritocracy is presented as the opposite of systems such as hereditary aristocracy, in which one’s social position is determined by the lottery of birth. Under meritocracy, wealth and advantage are merit’s rightful compensation, not the fortuitous windfall of external events. And most people don’t just think the world should be run meritocratically, they think it is meritocratic. However, although widely held, the belief that merit rather than luck determines success or failure in the world is demonstrably false. This is not least because merit itself is, in large part, the result of luck. Talent and the capacity for determined effort, sometimes called ‘grit’, depend a great deal on one’s genetic endowments and upbringing.

Perhaps more disturbing, simply holding meritocracy as a value seems to promote discriminatory behaviour. The management scholar Emilio Castilla at the Massachusetts Institute of Technology and the sociologist Stephen Benard at Indiana University studied attempts to implement, meritocratic practices, such as performance-based compensation in private companies. They found that, in companies that explicitly held meritocracy as a core value, managers assigned greater rewards to male employees over female employees with identical performance evaluations. This preference disappeared where meritocracy was not explicitly adopted as a value.

This is surprising because impartiality is the core of meritocracy’s moral appeal. The ‘even playing field’ is intended to avoid unfair inequalities based on gender, race and the like. Yet Castilla and Benard found that, ironically, attempts to implement meritocracy leads to just the kinds of inequalities that it aims to eliminate. They suggest that this ‘paradox of meritocracy’ occurs because explicitly adopting meritocracy as a value convinces subjects of their own moral sincerity. Satisfied that they are just, they become less inclined to examine their own behaviour for signs of prejudice.

As with any ideology, part of its draw is that it justifies the status quo, explaining why people belong where they happen to be in the social order. It is a well-established psychological principle that people prefer to believe that the world is just.

Fonte: <https://bigthink.com/>. Publicado em 23/03/2019.

Acesso em 20/05/2021. Adaptado.

According to the first paragraph, one of the supporting arguments for meritocracy is:

- a) since meritocracy resembles the species selection process, it has a biological nature.
- b) effort and developed ability will be rewarded, so meritocracy is an unbiased ideological ideal.
- c) meritocracy is based on the concept of self-made fortunate man.
- d) skill and effort are determined by fortuitous opportunities that should be identified.
- e) heredity should play a decisive part for a successful outcome.

#### **Resolução**

**Podemos ler no primeiro parágrafo:**

**“Meritocracy has become a leading social ideal. Politicians across the ideological spectrum continually return to the theme that the rewards of life — money, power, jobs, university admission — should be distributed according to skill and effort.”.**

**Resposta:**  B

According to the third and fourth paragraphs, researchers at the Massachusetts Institute of Technology and Indiana University found that meritocracy

- a) should be adopted in organizations in a transparent way.
- b) has the potential to be transformed into a fair assessment tool in companies.
- c) could eliminate inequalities and prejudice against minorities if well conducted.
- d) is surprising because it provides a social ‘even playing field’.
- e) is self-contradictory since it reinforces the inequalities it is supposed to eradicate.

#### **Resolução**

**Lê-se no texto:**

**“ Yet Castilla and Bernard found that, ironically, attempts to implement meritocracy leads to just the kinds of inequalities that it aims to eliminate.”**

**Resposta:**  E

De acordo com o quarto parágrafo, a meritocracia promove

- a) o conformismo social.
- b) a mobilidade social.
- c) a justiça social.
- d) a crença em um mundo melhor.
- e) a inquietação psicológica.

**Resolução**

De acordo com o trecho retirado do último parágrafo:

“As with any ideology, part of its draw is that it justifies the status quo, explaining why people belong where they happen to be in the social order. It is a well-established psychological principle that people prefer to believe that the world is just.”.

Resposta: **A**

**Convenções:** Consideramos o sistema de coordenadas cartesiano a menos que haja indicação contrária.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  : denota o conjunto dos números naturais.

$\mathbb{R}$  : denota o conjunto dos números reais.

$\mathbb{C}$  : denota o conjunto dos números complexos.

$i$  : denota a unidade imaginária,  $i^2 = -1$ .

$M_n(\mathbb{R})$  : denota o conjunto das matrizes  $m \times n$  de entradas reais.

$\overline{AB}$  : denota o segmento de reta de extremidades nos pontos A e B.

$\hat{A}OB$  : denota o ângulo formado pelas semi-retas  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$ , com vértice no ponto O.

$m(\overline{AB})$  : denota o comprimento do segmento  $\overline{AB}$ .

## 41

Se

$$x = 9 \log_{120} 2 + 3 \log_{120} 3 + 2 \log_{14400} 125$$

podemos afirmar que

- a)  $x = 2$ .                      b)  $x = 3$ .                      c)  $x = 4$ .  
d)  $x = 5$ .                      e)  $x = 6$ .

**Resolução**

$$\begin{aligned} 2 \cdot \log_{14400} 125 &= \frac{2 \cdot \log_{120} 125}{\log_{120} 14400} = \\ &= \frac{2 \cdot \log_{120} 125}{2} = \log_{120} 125 = 3 \cdot \log_{120} 5 \end{aligned}$$

Assim sendo:

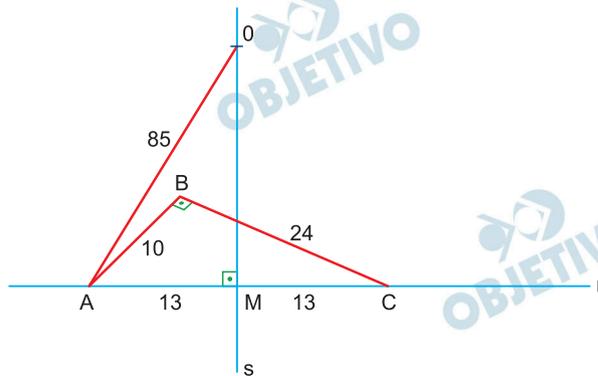
$$\begin{aligned} x &= 9 \cdot \log_{120} 2 + 3 \cdot \log_{120} 3 + 2 \cdot \log_{14400} 125 = \\ &= 3 \cdot \log_{120} (2^3) + 3 \log_{120} 3 + 3 \cdot \log_{120} 5 = \\ &= 3 \cdot \log_{120} (2^3 \cdot 3 \cdot 5) = 3 \cdot \log_{120} 120 = 3 \cdot 1 = 3 \end{aligned}$$

Resposta: **B**

Considere um triângulo de vértices A, B e C, retângulo em B. Seja r a reta determinada por A e C e seja O um ponto equidistante de A e C no mesmo lado que B com respeito a r. Sabendo que  $m(\overline{AO}) = 85$ ,  $m(\overline{AB}) = 10$  e  $m(\overline{BC}) = 24$  temos que a distância de O a r é

a) 64.   b) 66.   c) 74.   d) 76.   e) 84.

### Resolução



1) No triângulo ABC, temos:

$$AC^2 = 10^2 + 24^2 \Rightarrow AC = \sqrt{676} = 26$$

2) O ponto O, equidistante de A e C, pertence a reta s, mediatriz de  $\overline{AC}$ .

3) Sendo M ponto médio de  $\overline{AC}$ , no triângulo AOM, temos:

$$OM^2 + 13^2 = 85^2 \Rightarrow OM = \sqrt{7056} = 84$$

4) A distância de O a r corresponde a distância  $OM = 84$

Resposta:  E

Seja  $m \in \mathbb{R}$ . Considere os sistemas lineares

$$S_1 : \begin{cases} 4x - y = 2 \\ -16x + m^2y + z = -10 \\ 12x - 3y + z = 8 \end{cases} \text{ e}$$

$$S_2 : \begin{cases} 10x + z = m^2 + m - 1 \\ -5y + 5z = 14 \\ 5my + (14 - 5m)z = 14m^2 - 56 \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta:

- Não existe  $m \in \mathbb{R}$  tal que  $S_1$  é equivalente a  $S_2$ .
- Existe exatamente um  $m > 0$  tal que  $S_1$  é equivalente a  $S_2$ .
- Existe exatamente um  $m < 0$  tal que  $S_1$  é equivalente a  $S_2$ .
- Existem exatamente dois valores distintos de  $m$  tais que  $S_1$  é equivalente a  $S_2$ .
- Existem infinitos valores distintos para  $m$  tais que  $S_1$  é equivalente a  $S_2$ .

### Resolução

1) O sistema linear  $S_2$  é possível e determinado, pois

$$\text{o determinante do sistema } \begin{vmatrix} 10 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & 5 \\ 0 & 5m & 14 - 5m \end{vmatrix} \text{ é}$$

diferente de zero, ou seja  $D = -700$ .

$$2) S_2 : \begin{cases} 10x + z = m^2 + m - 1 \\ -5y + 5z = 14 \\ 5my + (14 - 5m)z = 14m^2 - 56 \end{cases} \begin{matrix} \\ \cdot (m) \\ + \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + z = m^2 + m - 1 \\ -5y + 5z = 14 \\ 14z = 14m^2 + 14m - 56 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{10} \\ y = m^2 + m - \frac{34}{5} \\ z = m^2 + m - 4 \end{cases}$$

3) O sistema  $S_1$  é possível e determinado se  $m \neq -2$  e  $m \neq 2$ , pois:

$$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -16 & m^2 & 1 \\ 12 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 4m^2 - 16$$

- 4) Ao substituir as soluções de  $S_2$  numa das equações de  $S_1$ , temos:

(1ª equação)

$$4 \cdot \frac{3}{10} - \left( m^2 + m - \frac{34}{5} \right) = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -m^2 - m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3 \text{ ou } m = 2 \text{ (não serve)}$$

- 5) Assim, existe exatamente um  $m < 0$  tal que  $S_1$  é equivalente a  $S_2$ .

Resposta: C

Sejam  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  com  $z_2 \neq 0$ . Considere as afirmações:

I. Se  $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$  e  $z_1 - z_2 \in \mathbb{R}$  então  $z_1 \in \mathbb{R}$  e  $z_2 \in \mathbb{R}$ .

II. Se  $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$  e  $z_1/z_2 \in \mathbb{R}$  então  $z_1 \in \mathbb{R}$  e  $z_2 \in \mathbb{R}$ .

III. Se  $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$  e  $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$  então  $z_1 \in \mathbb{R}$  e  $z_2 \in \mathbb{R}$ .

É (são) sempre verdadeira(s):

a) apenas I.                      b) I e II.                      c) apenas I e III.

d) apenas II.                      e) apenas III.

### Resolução

I) Sejam  $z_1 = a + bi$  e  $z_2 = c + di$

Com  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = a + bi + c + di = a + c + (b + d) \cdot i \\ z_1 - z_2 = a + bi - (c + di) = a - c + (b - d) \cdot i \end{cases}$$

Como  $z_1 + z_2$  e  $z_1 - z_2$  são reais, temos:

$$\begin{aligned} (b + d) &= 0 \\ (b - d) &= 0 \end{aligned} \Rightarrow b = 0 \text{ e } d = 0$$

Assim, temos  $z_1 = a$  e  $z_2 = c$

ou seja  $z_1 \in \mathbb{R}$  e  $z_2 \in \mathbb{R}$

Assim a proposição I é verdadeira.

II) Falsa, pois para  $z_1 = i$  e  $z_2 = -i$ , temos:

$$z_1 \cdot z_2 = i(-i) = -i^2 = -(-1) = +1 \in \mathbb{R}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{i}{(-i)} = -1 \in \mathbb{R}$$

Assim, temos  $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$  e  $z_1/z_2 \in \mathbb{R}$  mas  $z_1 \notin \mathbb{R}$  e  $z_2 \notin \mathbb{R}$ .

III) Falsa, pois para  $z_1 = i$  e  $z_2 = -i$ , temos:

$$z_1 + z_2 = i + (-i) = 0 \in \mathbb{R}$$

$$z_1 \cdot z_2 = i \cdot (-i) = -i^2 = -(-1) = +1 \in \mathbb{R}$$

Mas  $z_1 \notin \mathbb{R}$  e  $z_2 \notin \mathbb{R}$ .

Resposta: **A**

Considere o polinômio  $p(z) = z^4 - 6z^3 + 14z^2 - 6z + 13$  e note que  $p(i) = 0$ . Considere no plano complexo o quadrilátero cujos vértices são as raízes de  $p(z)$ . Podemos afirmar a área desse quadrilátero é

- a) 4.    b) 6.    c) 8.    d) 9.    e) 10.

### Resolução

- 1) O conjunto solução da equação

$z^4 - 6z^3 + 14z^2 - 6z + 13 = 0$  é, de acordo com o enunciado  $\{i; -i; z_1; z_2\}$

- 2) Pelas relações de Girard, podemos escrever

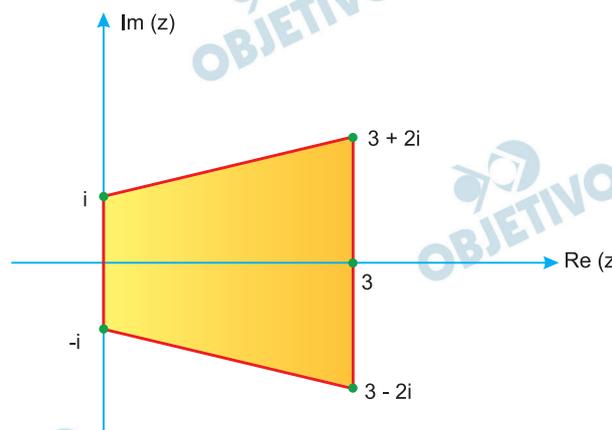
$$\begin{cases} i + (-i) + z_1 + z_2 = 6 \\ i \cdot (-i) \cdot z_1 \cdot z_2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 \cdot z_2 = 13 \end{cases}$$

- 3) Seja  $x^2 - 6x + 13 = 0$  a equação do 2º grau cujas raízes serão  $z_1$  e  $z_2$

$$\text{Assim: } x = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{6 \pm 4i}{2} = 3 \pm 2i$$

- 4) O conjunto solução da equação apresentada é pois  $\{i; -i; 3 + 2i; 3 - 2i\}$

- 5) O quadrilátero cujos vértices são as raízes de  $p(z)$  é



- 6) A área desse quadrilátero é

$$\frac{2 + 4}{2} \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9$$

Resposta: **D**

Seja  $n \geq 2$  e  $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ . Considere as seguintes afirmações:

- I. Se  $AB \neq BA$  então ou  $A$  ou  $B$  não é inversível.
- II. Se  $AB = 0$  então  $BA = 0$ .
- III. Se  $A^T = -A^2$  e  $A$  é inversível então  $\det(A) = -1$ .

É (são) verdadeira(s):

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas III.
- d) apenas I e III.
- e) Nenhuma das afirmações.

### Resolução

I) Falsa, pois:

$$\text{Sendo } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$

temos  $AB \neq BA$  e  $A$  e  $B$  são inversíveis.

II) Falsa, pois :

$$\text{Sendo } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\text{temos } A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

III) Falsa, pois:

$$\det(A^T) = \det(-A^2) \Leftrightarrow \det A = (-1)^n \cdot (\det A)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \det A = \frac{1}{(-1)^n}$$

Se  $n$  é par, então  $\det A = 1$  e se  $n$  é ímpar, temos  $\det A = -1$ .

Resposta:  E

Sejam  $x, r \in \mathbb{R}$  e suponha que  $-\pi/2 < x - r \leq x + r < \pi/2$ .  
Sobre  $\tan(x-r)$ ,  $\tan(x)$  e  $\tan(x+r)$ , nesta ordem, podemos afirmar que:

- Nunca determina uma progressão aritmética.
- Pode determinar uma progressão aritmética apenas se  $r = 0$ .
- Pode determinar uma progressão aritmética apenas se  $r = 0$  ou se  $r = \sqrt{3}/3$ .
- Pode determinar uma progressão aritmética para infinitos valores distintos de  $r$ .
- Determina uma progressão aritmética para todo  $x$  e  $r$  como no enunciado.

### Resolução

Para  $x = 0$ , temos  $\text{tg}(-r)$ ,  $\text{tg } 0$ ,  $\text{tg}(r)$

como  $\text{tg}(-r) = -\text{tg}(r)$

$(-\text{tg } r, \text{tg } 0, \text{tg } r)$  é uma progressão aritmética (PA)

$$\forall \frac{-\pi}{2} < r < \frac{\pi}{2}$$

Portanto a sequência pode ser uma progressão aritmética para infinitos valores de  $r$  quando  $x = 0$  e não determina uma PA para quaisquer valores de  $x$  e  $r$ , como mostra o exemplo abaixo:

$$\text{Para } x = \frac{\pi}{6} \text{ e } r = \frac{\pi}{6}$$

$$\left( \text{tg } 0, \text{tg } \frac{\pi}{6}; \text{tg } \frac{\pi}{3} \right) = \left( 0; \frac{\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3} \right) \text{ não é PA.}$$

Resposta: **D**

Seja  $b \in \mathbb{R}$  tal que a equação

$$x^2 - 6bx - (1 - b^2)(y^2 - 2by) + b^4 + 8b^2 - 1 = 0$$

determina uma hipérbole. Com respeito ao centro  $C$  desta hipérbole podemos afirmar:

- a)  $C \in \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2/9 + y^2/12 < 1\}$ .
- b)  $C \in \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2/4 + y^2/2 > 1\}$ .
- c)  $C \in \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2/9 - y^2/2 < 1\}$ .
- d)  $C \in \{(z, y) \in \mathbb{R}^2 / 3x^2 - 2y^2 > 1\}$ .
- e) Nenhuma das alternativas anteriores.

### Resolução

A partir da equação da hipérbole dada

$$x^2 - 6bx - (1 - b^2) \cdot (y^2 - 2by) + b^4 + 8b^2 - 1 = 0$$

e completando os quadrados perfeitos para

$x^2 - 6bx$  e  $y^2 - 2by$  segue que:

$$(x - 3b)^2 - (1 - b^2) \cdot (y - b)^2 + b^4 + 8b^2 - 1 - 9b^2 + b^2 - b^4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 3b)^2 - (1 - b^2) \cdot (y - b)^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 3b)^2 - \frac{(y - b)^2}{\frac{1}{1 - b^2}} = 1 \text{ e } b^2 < 1$$

Para se ter uma hipérbole  $1 - b^2 > 0$ , ou seja,  $b^2 < 1$ .

Nestas condições, tem-se que o centro da hipérbole é da forma  $(3b, b)$  onde  $b^2 < 1$ .

Desta forma; por substituição das coordenadas do centro, nas inequações das regiões indicadas, a única que torna válida a condição  $b^2 < 1$  é a inequação

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{2} < 1, \text{ pois } \frac{(3b)^2}{9} - \frac{b^2}{2} = b^2 - \frac{b^2}{2} = \frac{b^2}{2}$$

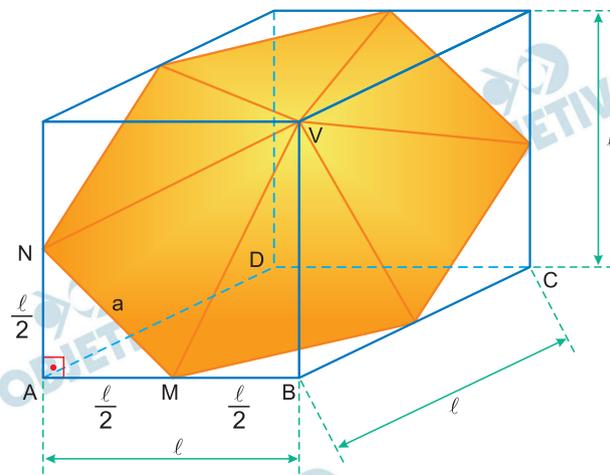
$$\text{Como } b^2 < 1 \Leftrightarrow \frac{b^2}{2} < 1.$$

Resposta: **C**

Seja  $P$  uma pirâmide regular cujo vértice  $V$  é um dos vértices de um cubo de lado  $\ell$  e cuja base é o hexágono formado pelos pontos médios das seis arestas do cubo que não contém  $V$  nem o vértice oposto a  $V$ . O raio da esfera que circunscreve  $P$  é

- a)  $\ell\sqrt{2}/12$ .
- b)  $\ell\sqrt{3}/12$ .
- c)  $5\ell\sqrt{2}/12$ .
- d)  $5\ell\sqrt{3}/12$ .
- e)  $\ell\sqrt{3}/6$ .

### Resolução



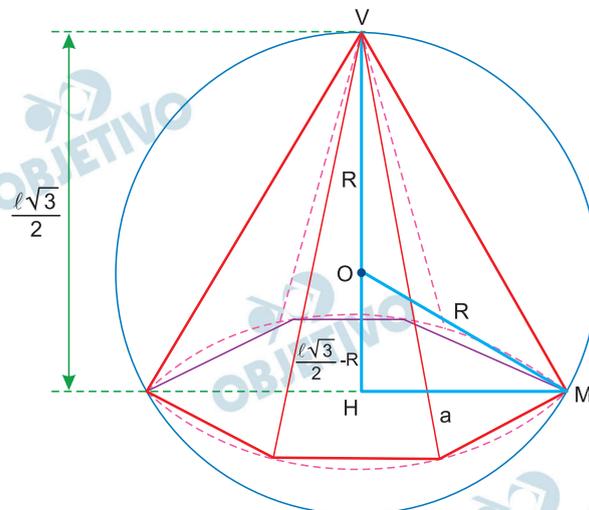
I) A medida  $a$  da aresta da base da pirâmide é dada por:

$$a = \frac{\ell}{2} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow a = \frac{\ell\sqrt{2}}{2}$$

II) A altura  $h$  da pirâmide é metade da diagonal  $\overline{VD}$

do cubo. Assim,  $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$

III)



No triângulo retângulo OHM, temos:

$$(OM)^2 = (OH)^2 + (HM)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left( \frac{\ell\sqrt{3}}{2} - R \right)^2 + \left( \frac{\ell\sqrt{2}}{2} \right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \frac{3\ell^2}{4} - \ell\sqrt{3}R + R^2 + \frac{\ell^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ell\sqrt{3}R = \frac{5\ell^2}{4} \Leftrightarrow R = \frac{5\ell}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow R = \frac{5\ell\sqrt{3}}{12}$$

Resposta: **D**

Considere as seguintes afirmações:

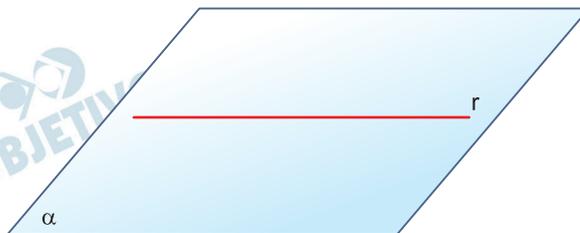
- I. Se  $\alpha$  e  $\beta$  são planos paralelos distintos e  $r$  é uma reta tal que  $r \cap \alpha \neq \emptyset$  então  $r \cap \beta \neq \emptyset$ .
- II. Se  $r$  é uma reta e  $P$  e  $Q$  são pontos distintos, então existem infinitos planos equidistantes de  $P$  e  $Q$  que contêm  $r$ .
- III. Dado quatro pontos no espaço, existe um único ponto equidistante a eles.

É (são) verdadeira(s):

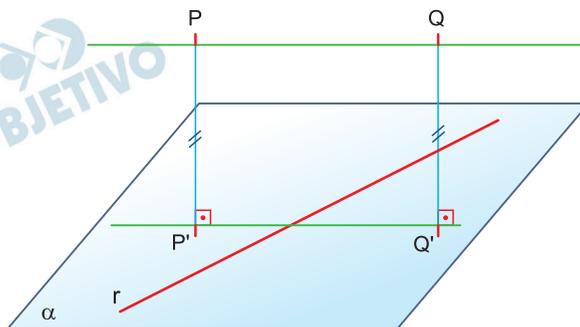
- a) Nenhuma das afirmações.
- b) apenas I.
- c) apenas II.
- d) apenas III.
- e) I, II e III.

### Resolução

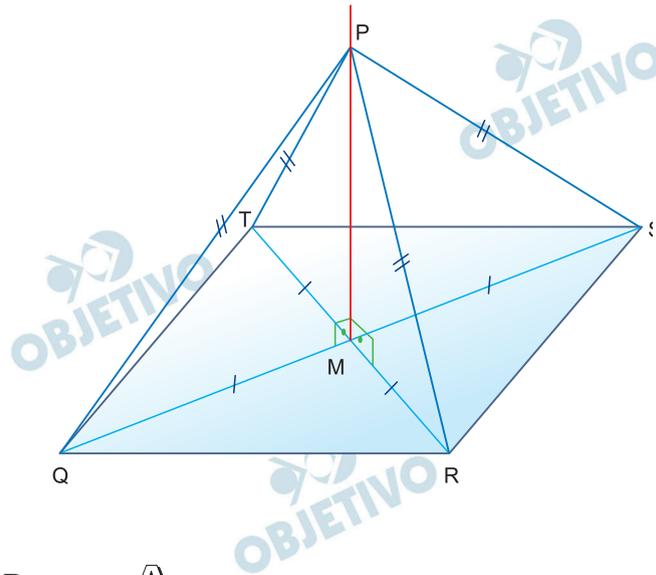
I) Falsa, pois podemos ter  $r \subset \alpha$ . Neste caso  $r \cap \beta = \emptyset$



II) Falsa, pois podemos ter  $r$  e  $\widehat{PQ}$  reversas. Neste caso existem um único plano  $\alpha$  equidistante de  $P$  e  $Q$  que contêm  $r$ .



III) Falsa, pois se for possível circunscrever os quatro pontos, haverá uma reta formada por pontos equidistantes a eles. Caso contrário, não haverá ponto equidistante a eles.



Resposta: **A**

Dizemos que a representação binária de um número  $N \in \mathbb{N}$  da forma

$$N = g \cdot 2^0 + f \cdot 2^1 + e \cdot 2^2 + d \cdot 2^3 + c \cdot 2^4 + b \cdot 2^5 + a \cdot 2^6$$

é  $(abcdefg)_2$ , onde  $a, b, c, d, e, f, g \in \{0, 1\}$  e omitem-se os algarismos 0 até o primeiro algarismo 1 da esquerda para a direita. Seja  $k$  um número inteiro tal que  $1 \leq k \leq 100$ . Qual a probabilidade de  $k$  e  $k + 1$  terem representações binárias com um número distinto de algarismos?

- a) 2%.
- b) 4%.
- c) 6%.
- d) 8%.
- e) 10%.

#### Resolução

Para que  $k$  e  $k + 1$  tenham representações binárias com um número distinto de algarismos, precisamos que  $k + 1$  seja uma potência de 2, contendo assim um algarismo a mais. Logo os pares 1 e 2, 3 e 4, 7 e 8, 15 e 16, 31 e 32 e 63 e 64. Totalizando 6 casos favoráveis. Como  $1 \leq k \leq 100$  temos 100 casos possíveis.

Portanto a probabilidade pedida é  $\frac{6}{100} = 6\%$ .

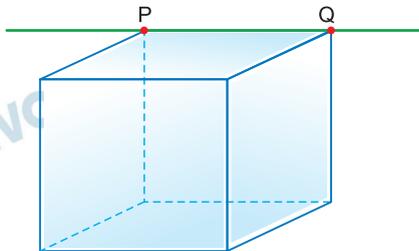
Resposta: C

Seja A o conjunto de todas as retas que passam por dois vértices distintos de um cubo C. Escolhendo aleatoriamente duas retas distintas de A, a probabilidade dessas retas se interceptarem em um vértice de C é:

- a)  $4/9$ .
- b)  $1/2$ .
- c)  $2/3$ .
- d)  $1/14$ .
- e)  $3/7$ .

### Resolução

- 1) O número de elementos do conjunto A, formado por todas as retas que “passam” por dois vértices distintos do cubo C, é  $C_{8,2} = 28$ .
- 2) Seja  $\overleftrightarrow{PQ}$  uma dessas 28 retas e vamos examinar a “posição” das outras 27 retas em relação a ela.



- 3) Seis delas “passam” por P e outras seis “passam” por Q.
- 4) No “desenho” apresentado, em cada um dos pontos P e Q passam: duas arestas, três diagonais de face e uma diagonal do cubo.
- 5) A probabilidade pedida é, pois:

$$\frac{6 + 6}{27} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

Resposta: **A**

Sejam  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  ângulos internos de um triângulo. Se  $\cos(\beta + \theta) \leq \cos(\alpha + 2\beta)$ , podemos afirmar que:

- O triângulo não é isósceles.
- O triângulo não é retângulo.
- O triângulo não é obtusângulo.
- O triângulo não é obtusângulo.
- Não se pode garantir nenhum dos itens anteriores.

### Resolução

Sejam  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  ângulos internos de um triângulo, temos:

- $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Leftrightarrow \beta + \theta = 180^\circ - \alpha$
- $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha + \beta = 180^\circ - \theta \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 180^\circ + \beta - \theta$
- Se  $\cos(\beta + \theta) \leq \cos(\alpha + 2\beta)$ , então  $\cos(180^\circ - \alpha) \leq \cos(180^\circ + \beta - \theta) \Leftrightarrow -\cos \alpha \leq -\cos(\beta - \theta) \Leftrightarrow \cos \alpha \geq \cos(\beta - \theta)$  e assim  $\alpha \leq |\beta - \theta|$ , pois a função cosseno é estritamente decrescente no intervalo  $[0; \pi]$ .
- Se  $\beta \geq \theta$ , então  $\beta \geq \alpha + \theta \Leftrightarrow 2\beta = \alpha + \beta + \theta \Leftrightarrow 2\beta \geq 180^\circ \Leftrightarrow \beta \geq 90^\circ$
- Analogamente, se  $\theta \geq \beta$ , então  $\theta \geq 90^\circ$  e, portanto, o triângulo não é acutângulo.

Resposta: C

O número de soluções reais e distintas da equação

$$\cos^2(2x) = 3 - \cos^6(x) - 5 \cos^2(x)$$

no intervalo  $[0, 2\pi[$  é

- a) 2.    b) 3.    c) 4.    d) 5.    e) 6.

### Resolução

Sendo  $\cos(2x) = 1 - 2 \cdot \cos^2 x$ , temos

$$(1 - 2 \cdot \cos^2 x)^2 = 3 - \cos^6 x - 5 \cdot \cos^2 x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4 \cdot \cos^2 x + 4 \cdot \cos^4 x = 3 - \cos^6 x - 5 \cdot \cos^2 x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^6 x + 4 \cos^4 x + \cos^2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^6 x + \cos^4 x + 3 \cos^4 x + 3 \cos^2 x - 2 \cos^2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^4 x \cdot (\cos^2 x + 1) + 3 \cdot \cos^2 x \cdot (\cos^2 x + 1) -$$

$$- 2 \cdot (\cos^2 x + 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\cos^2 x + 1) \cdot (\cos^4 x + 3 \cdot \cos^2 x - 2) = 0$$

Dessa forma,  $\cos^2 x + 1 = 0$  (I) ou

$$\cos^4 x + 3 \cdot \cos^2 x - 2 = 0 \text{ (II)}$$

Assim, de I, temos

$$\cos^2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x = -1 \Leftrightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$$

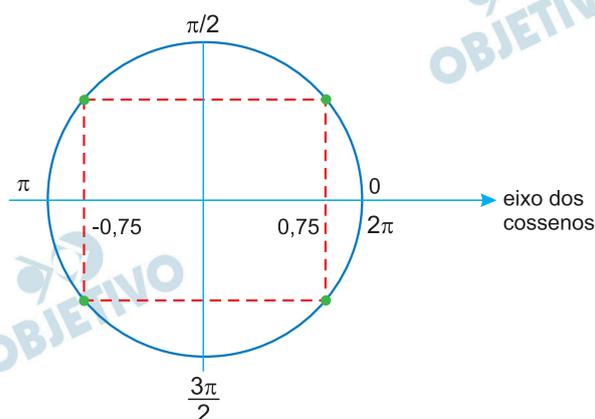
Logo, sem solução no intervalo  $[0, 2\pi[$

de II, temos

$$\cos^4 x + 3 \cdot \cos^2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \approx -3,56 \quad (\nexists x \in \mathbb{R}) \\ \cos^2 x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \approx 0,56 \Leftrightarrow \cos x \approx \pm \sqrt{0,56} \approx \pm 0,75 \end{cases}$$

No intervalo  $[0, 2\pi[$  temos dois valores de  $x$  que satisfazem  $\cos x \approx 0,75$ , um no primeiro quadrante e outro no quarto quadrante, e outros dois valores de  $x$  que satisfazem  $\cos x \approx -0,75$ , um no segundo quadrante e outro no terceiro quadrante.



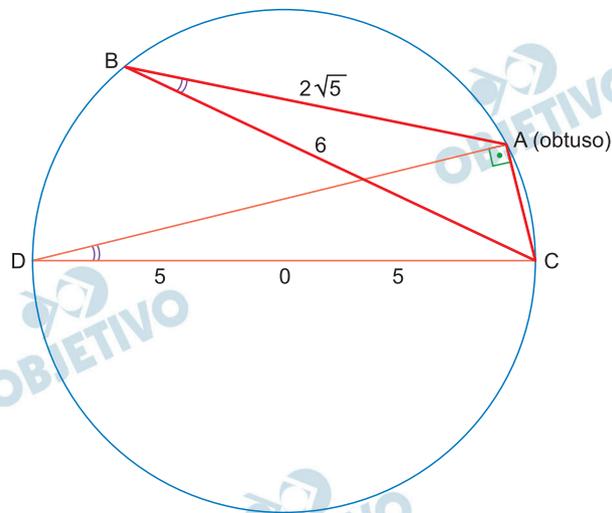
Assim a equação  $\cos^2(2x) = 3 - \cos^6(x) - 5 \cos^2(x)$  tem 4 soluções reais e distintas no intervalo  $[0; 2\pi[$

Resposta: **C**

Seja T um triângulo de vértices A, B e C com  $m(\overline{AB}) = 2\sqrt{5}$  e  $m(\overline{BC}) = 6$ . Sabendo que  $\hat{A}BC$  é agudo e T é inscrito em uma circunferência de raio  $R = 5$ , podemos afirmar que:

- $m(\overline{AC}) = \sqrt{5}/5$ .
- $m(\overline{AC}) = 2\sqrt{5}/5$ .
- $m(\overline{AC}) = 4\sqrt{5}/5$ .
- $m(\overline{AC}) = 8\sqrt{5}/5$ .
- $m(\overline{AC}) = 14\sqrt{5}/5$ .

### Resolução



Pela lei dos senos:

$$\frac{6}{\sin \hat{A}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = 2 \cdot R = 10$$

$$1) \sin \hat{A} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5} \text{ (obtusos)}$$

$$2) \sin \hat{C} = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \hat{C} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{20}{25}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (agudo)}$$

$$3) \sin \hat{B} = \sin [180^\circ - (\hat{A} + \hat{C})] = \sin (\hat{A} + \hat{C}) =$$

$$= \sin \hat{A} \cdot \cos \hat{C} + \sin \hat{C} \cdot \cos \hat{A} =$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{25}$$

$$4) AC = 10 \cdot \sin \hat{B} = 10 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{25} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

Resposta: **C**

## Constantes

$$\text{Constante de Avogadro } (N_A) = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Constante de Faraday } (F) = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1} =$$

$$= 9,65 \times 10^4 \text{ A.s.mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J V}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Carga elementar} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Constante dos gases } (R) = 8,21 \times 10^{-2} \text{ atm.L.K}^{-1} \text{ mol}^{-1} =$$

$$= 8,31 \text{ J.K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal.K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Constante de Planck } (h) = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\text{Velocidade da luz no vácuo} = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{Número de Euler } (e) = 2,72$$

## Definições

$$\text{Pressão: } 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \times 10^5 \text{ N.m}^{-2} =$$

$$= 1,01325 \text{ bar}$$

$$\text{Energia: } 1 \text{ J} = 1 \text{ N.m} = 1 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):

0°C e 1 atm

Condições ambientes: 25°C e 1 atm

Condições padrão: 1 bar; concentração das soluções =

= 1 mol.L<sup>-1</sup> (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (ℓ) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso.

(conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie química X em mol L<sup>-1</sup>

$$\ln X = 2,3 \log X$$

EPH = eletrodo padrão de hidrogênio

## Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g.mol <sup>-1</sup> )
H	1	1,01
B	5	10,81
C	6	12,01
N	7	14,01
O	8	16,00
F	9	19,00
Na	11	22,90
Mg	12	24,30
P	15	30,97
S	16	32,06
Cl	17	35,45
K	19	39,10
Ca	20	40,08
Mn	25	54,94
Br	35	79,90
Ag	47	107,87
I	53	126,90
Hg	80	200,59
Pb	82	207,19
Pa	91	231,04

Considere os seguintes pares de substâncias líquidas a 25° C:

- I. Água e metanol.
- II. Acetona e dissulfeto de carbono.
- III. Acetona e clorofórmio.
- IV. n-hexano e n-heptano.
- V. Metanol e etanol.

Assinale a alternativa que apresenta os pares de substâncias que formam soluções consideradas ideais.

- a) Apenas I, II e III
- b) Apenas I e IV
- c) Apenas II, III e IV
- d) Apenas IV e V
- e) Todas

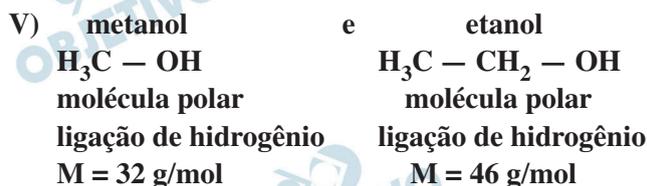
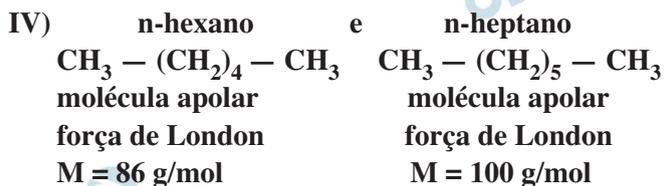
### Resolução

Uma solução hipotética que obedece exatamente à lei de Raoult é chamada de solução ideal.

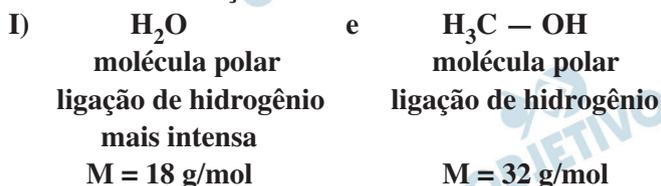
Em uma solução ideal, as interações entre as moléculas de soluto e de solvente são iguais às interações entre as moléculas de solvente e entre as moléculas de soluto. Consequentemente, as moléculas de soluto se misturam livremente com as moléculas de solvente. O tamanho das moléculas não é muito diferente.

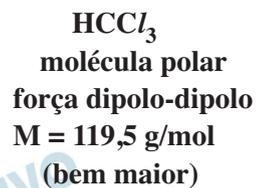
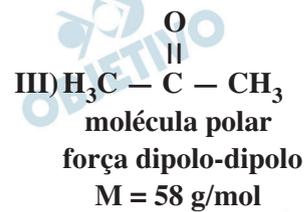
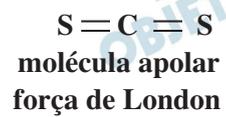
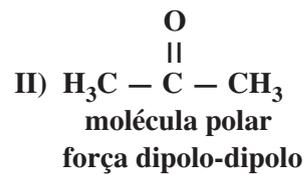
Os solutos que formam soluções quase ideais são, frequentemente, muito semelhantes, em composição e estrutura, às moléculas de solvente.

Os pares de substâncias que formam soluções consideradas ideais são IV e V.



Não formam soluções ideais:





Resposta: **D**

Sobre a energia reticular, assinale a alternativa ERRADA.

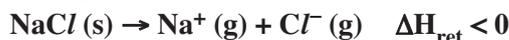
- A energia reticular é a energia envolvida na formação do sólido cristalino quando o cristal sólido se forma a partir de íons separados no estado gasoso.
- O ciclo de Born-Haber é um método usado para determinação do valor da energia reticular.
- A energia reticular é função das cargas dos íons e da distância entre eles.
- Um sólido que sofre mudança de estrutura cristalina mantém constante sua energia reticular.
- A energia reticular representa a soma entre as forças de atração e repulsão eletrostática.

### Resolução

a) *Correta.*

É a própria definição de energia reticular.

Exemplo:

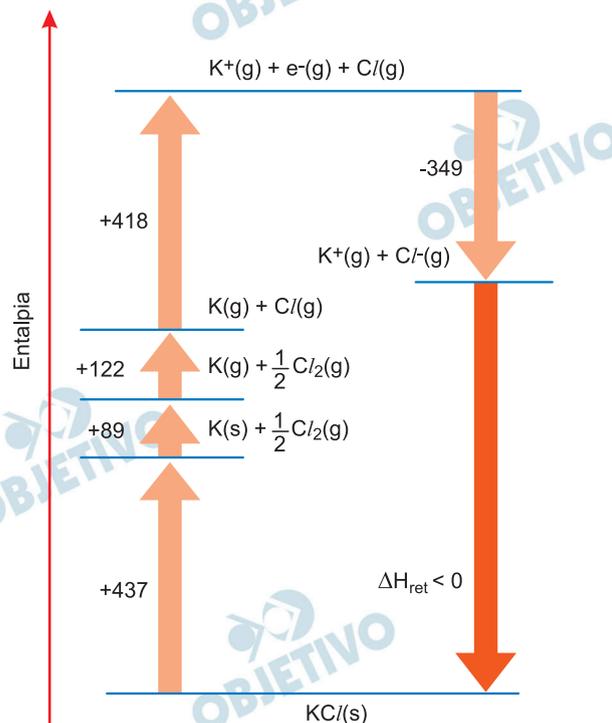


b) *Correta.*

A entalpia reticular de um sólido não pode ser medida diretamente; para obter seu valor usamos o ciclo de Born-Haber.

Exemplo:

Cálculo da energia reticular do KCl usando ciclo de Born-Haber.



c) *Correta.*

A energia reticular é função das cargas dos íons e da distância entre elas prevista pela energia potencial de Coulomb

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r}$$

Diagram illustrating the relationship between the variables in the equation above. Two red curved arrows form a cycle: one arrow points from the word "carga" (charge) to the term  $q_1 q_2$ , and the other arrow points from the term  $4\pi \epsilon_0 r$  to the word "distância" (distance).

d) *Errada.*

Um sólido que sofre mudança de estrutura cristalina não mantém sua energia reticular, pois as distâncias entre os íons se alteram.

e) *Correta.*

Um sólido iônico possui atrações e repulsões eletrostáticas que são avaliadas pela energia reticular.

Resposta: **D**

O tempo de meia vida do  $^{231}\text{Pa}$  é  $3,25 \times 10^4$  anos. Assinale a alternativa que apresenta a massa restante (em dg) de uma amostra inicial de 376,15 dg, após  $3,25 \times 10^5$  anos.

- a) 0,19
- b) 0,37
- c) 1,88
- d) 3,76
- e) 7,52

**Resolução**

$$P = 3,25 \cdot 10^4 \text{ anos}$$

$$m_0 = 376,15 \text{ dg}$$

$$t = 3,25 \cdot 10^5 \text{ anos}$$

$$m = \frac{m_0}{2^x}; t = x \cdot P$$

$$t = x \cdot P \therefore 3,25 \cdot 10^5 \text{ anos} = x \cdot 3,25 \cdot 10^4 \text{ anos}$$

$$x = 10$$

$$m = \frac{376,15 \text{ dg}}{2^{10}} \therefore m = \frac{376,15 \text{ dg}}{1024}$$

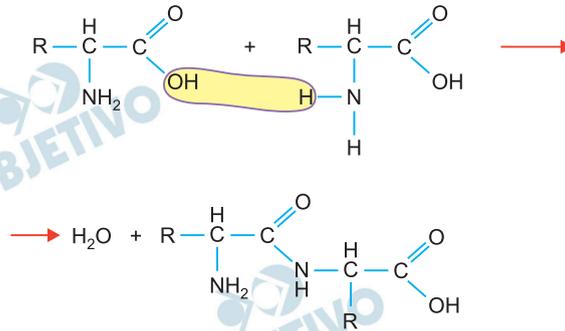
$$m = 0,37 \text{ dg}$$

Resposta: **B**



III) *Incorreta.*

Os aminoácidos podem se polimerizar por meio de reação de condensação para formar as ligações peptídicas (CO – NH).



Exemplo: formação de um dipeptídeo.

IV) *Correta.*

As variações no comprimento e sequência de aminoácidos de polipetídeos são características que contribuem para a diversidade na forma e nas funções biológicas das proteínas.

A organização especial da proteína é resultante do tipo de aminoácidos que a compõe, de como eles estão dispostos uns em relação aos outros.

V) *Incorreta.*

A glicina, de fórmula  $\text{H}_2\text{C}(\text{NH}_2)-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$  é um aminoácido que não possui carbono quiral e não é opticamente ativo e não desvia o plano da luz polarizada.

Resposta: **A**

A ebulioscopia pode ser um método útil para a identificação de solutos desconhecidos. Uma solução foi preparada dissolvendo-se 9 g de um soluto desconhecido em 100 g de água, cuja constante ebulioscópica ( $K_b$ ) é igual a  $0,5^\circ\text{C} \cdot \text{mol} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Verificou-se que o ponto de ebulição normal da solução resultante é igual a  $100,25^\circ\text{C}$ . Com base nesse resultado, assinale a alternativa que apresenta a possível identidade do soluto utilizado na preparação da solução.

- a) Ureia                      b) Creatina                      c) Naftaleno  
d) Glicose                      e) Lactose

### Resolução

I) Cálculo do aumento da temperatura de ebulição

( $\Delta t_E$ ):

$$\Delta t_E = 100,25^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C} = 0,25^\circ\text{C}$$

II) Cálculo da concentração, em mol/kg, do soluto:

(Valor fornecido)  $0,5^\circ\text{C} \text{ ——— } 1 \text{ mol/kg}$

$0,25^\circ\text{C} \text{ ——— } x$

$$x = 0,5 \text{ mol/kg}$$

III) Cálculo da quantidade, em mol, do soluto em 100 g de  $\text{H}_2\text{O}$ :

$0,5 \text{ mol} \text{ ——— } 1000 \text{ g de } \text{H}_2\text{O}$

$y \text{ ——— } 100 \text{ g de } \text{H}_2\text{O}$

$$y = 0,05 \text{ mol de soluto}$$

IV) Cálculo da massa molar do soluto, em g/mol:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow 0,05 \text{ mol} = \frac{9 \text{ g}}{M} \Rightarrow M = 180 \text{ g/mol}$$

Dentre as opções apresentadas, o soluto que apresenta a massa molar correspondente é a glicose.

Ureia:  $\text{CO}(\text{NH}_2)_2 = 60 \text{ g/mol}$

Creatina:  $\text{C}_4\text{H}_9\text{N}_3\text{O}_2 = 131 \text{ g/mol}$

Naftaleno  $\text{C}_{10}\text{H}_8 = 128 \text{ g/mol}$

Glicose:  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 180 \text{ g/mol}$

Lactose:  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11} = 342 \text{ g/mol}$

Nota: A questão foi anulada, pois as massas moleculares não foram fornecidas.

Resposta: **D**

São feitas as seguintes afirmações a respeito do ciclo do oxigênio no meio ambiente:

- I. A concentração de oxigênio na atmosfera está diminuindo significativamente no último século, devido à queima de combustíveis fósseis e à redução da vegetação terrestre e marinha.
- II. Os maiores contribuintes para a produção de oxigênio e sua liberação na atmosfera terrestre são florestas densas, pastagens, ervas e arbustos.
- III. O oxigênio está envolvido, em algum grau, em todos os outros ciclos biogeoquímicos.
- IV. Águas doces frias são as maiores fontes de oxigênio livre na Terra.

Assinale a alternativa que apresentam as afirmações ERRADAS.

- a) Apenas I, II e III
- b) Apenas I, II e IV
- c) Apenas I, III e IV
- d) Apenas II, III e IV
- e) Todas

#### Resolução

I) *Errada.*

A concentração de oxigênio na atmosfera está diminuindo no último século, mas não significativamente, pois o teor de oxigênio se mantém em torno de 20% em volume.

II) *Errada.*

A maior contribuição na produção de oxigênio é o fitoplâncton que compreende o conjunto de algas microscópicas fotossintetizantes.

III) *Correta.*

O oxigênio está envolvido, em algum grau, em todos os outros ciclos biogeoquímicos, pois ele tem a propriedade química de oxidar a totalidade dos elementos químicos, por exemplo, ciclo do carbono ( $\text{CO}_2$ ), ciclo do nitrogênio ( $\text{NO}_3^-$ ), ciclo do fósforo ( $\text{PO}_4^{3-}$ ) etc.

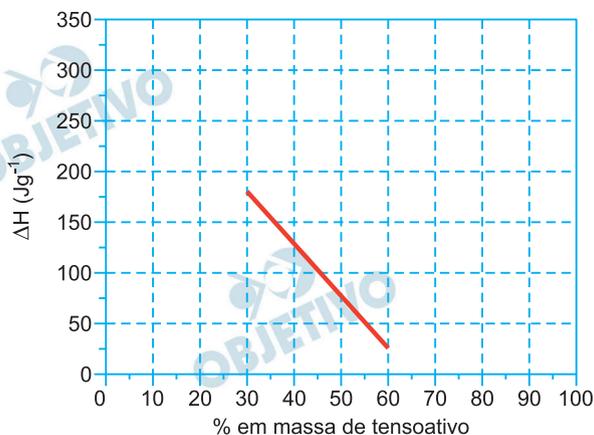
IV) *Errada.*

Águas salgadas (oceano) são as maiores fontes de oxigênio livre na Terra devido ao fitoplâncton.

Resposta: **B**

Sistemas compostos por água e tensoativos em diferentes proporções, depois de homogeneizados, passam por um processo termodinâmico quando atingem temperaturas em torno de  $0^{\circ}\text{C}$ . A variação de entalpia ( $\Delta H$ ) desse processo foi determinada para cada mistura em função da composição do sistema, conforme apresentado no gráfico. Considere que o ponto de fusão do tensoativo puro é menor que  $-20^{\circ}\text{C}$  e o calor latente de fusão da água pura é  $334 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ . Sobre esses sistemas são feitas as seguintes afirmações:

- I. O  $\Delta H$  refere-se à transição de fase do tensoativo.
- II. O calor latente de fusão do tensoativo puro é  $-180 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ .
- III. Até 35% em massa de água pode se apresentar na forma associada à substância e não funde.
- IV. O  $\Delta H$  é proporcional à quantidade de água não associada ao tensoativo.



Com base no gráfico e nas informações do enunciado, assinale a opção que indica a(s) afirmação(ões) CORRETA(S).

- a) Apenas I e II
- b) Apenas I, II e IV
- c) Apenas II
- d) Apenas III e IV
- e) Todas

### Resolução

#### I. *Incorreta.*

A extrapolação da reta fornecida para 0% de tensoativo é igual a  $334 \text{ J/g}$  que é o calor latente de fusão da água (vide gráfico a seguir).

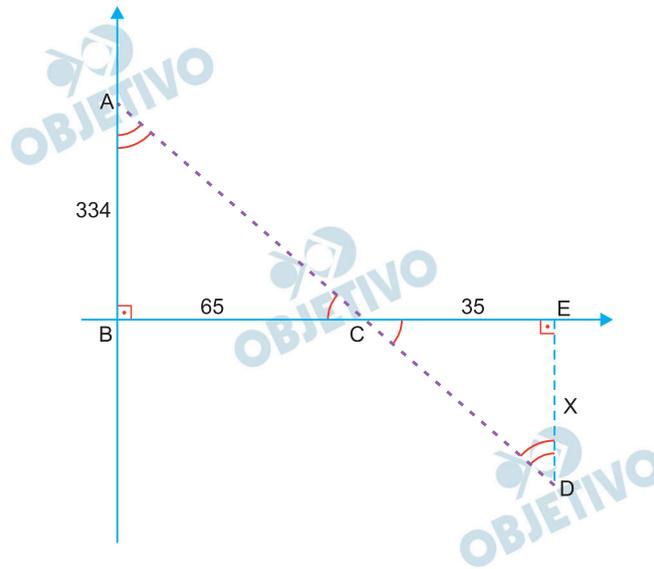
#### II. *Incorreta.*

O calor latente de fusão do tensoativo puro é  $+180 \text{ J/g}$  que pode ser obtido por semelhança de triângulos.

$$\Delta ABC \sim \Delta CDE:$$

$$\frac{334}{x} = \frac{65}{35}$$

$$x \cong 180$$



III. *Correta.*

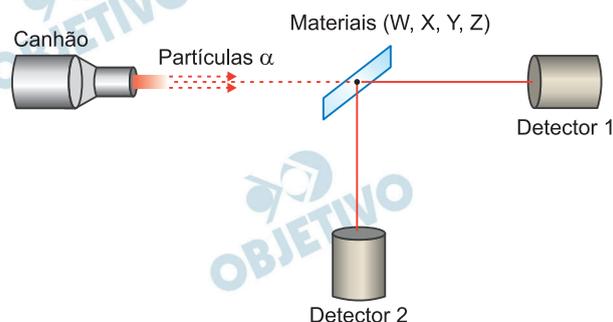
A extrapolação da reta para 65% de tensoativo e 35% de água indica  $\Delta H = 0$ , portanto, a água não funde.

IV. *Correta.*

O  $\Delta H$  aumenta com a quantidade de água não associada no tensoativo.

Resposta: **D**

Considere a seguinte configuração experimental, constituída de um canhão de partículas  $\alpha$ , dois detectores de partículas  $\alpha$  posicionados ortogonalmente entre si e uma folha fina de um determinado material (W, X, Y, Z).



Experimentos foram realizados, bombardeando cada material com uma quantidade de partículas  $\alpha$  e registrando o número de partículas coletadas em cada detector, conforme a tabela abaixo.

Experi- mento	Partículas lançadas	Mate- rial	Partículas Coletadas	
			Detector 1	Detector 2
I	8000	W	7903	1
II	10	X	10	0
III	10	Y	10	0
IV	10	Z	10	0

A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta a conclusão CORRETA sobre as observações feitas nos experimentos.

- Com a espessura de uma folha fina, somente o material W é capaz de defletir partículas  $\alpha$ .
- Conclusões não podem ser tiradas sobre os experimentos II, III e IV, pois o experimento 1 mostrou que a taxa de partículas defletidas é muito baixa para um dos materiais.
- A medição obtida no experimento 1 contém algum erro, visto que o número resultante da soma de partículas registrado nos detectores 1 e 2 não é igual ao de partículas lançadas pelo canhão.
- Os experimentos confirmam que os materiais X, Y e Z são transparentes às partículas  $\alpha$ .
- Se todos os materiais fossem bombardeados por um mesmo número de partículas  $\alpha$ , eles apresentariam exatamente o mesmo número de partículas nos

detectores 1 e 2, contanto que todos tivessem a mesma espessura.

### Resolução

a) *Incorreta.*

Os outros materiais (X, Y, Z) podem desviar as partículas  $\alpha$ , isso não ocorreu porque o número de partículas  $\alpha$  lançadas é pequeno (10), isto é, a probabilidade de uma partícula  $\alpha$  passar perto do núcleo é zero, portanto, no detector 2 teremos zero de partículas  $\alpha$  coletadas.

b) *Correta.*

Conclusões não podem ser tiradas sobre os experimentos II, III e IV, pois o experimento I mostrou que a porcentagem de partículas  $\alpha$  coletadas no detector 2 é muito pequena.

$$8000 \text{ ————— } 100\%$$

$$1 \text{ ————— } x$$

$$\therefore x = 0,0125\%$$

Conclusão: com 10 partículas  $\alpha$  lançadas a porcentagem será zero.

c) *Incorreta.*

A medição obtida no experimento I está correta, pois as outras 96 partículas  $\alpha$  (8000 – 7904) foram desviadas, mas não atingem nem o detector 1, nem o 2.

d) *Incorreta.*

Os experimentos II, III e IV não confirmam que os materiais X, Y e Z são transparentes às partículas  $\alpha$  devido ao fato de que o número de partículas  $\alpha$  lançadas é pequeno (10).

e) *Incorreta.*

Os números de partículas  $\alpha$  coletadas nos detectores 1 e 2 seriam diferentes, pois esses materiais têm cargas nucleares (números atômicos) diferentes, isto é, quanto maior a carga nuclear, maior o ângulo de desvio da partícula  $\alpha$ . Concluímos que o material de maior carga nuclear teria maior número de partículas  $\alpha$  coletadas no detector 2.

Resposta: **B**

Assinale a opção que apresenta a sequência que melhor descreve o ciclo de ações envolvidas no método científico (hipotético – dedutivo):

- a) Observação → Hipótese → Experimento → Análise dos Resultados → Conclusões → Observação → ...
- b) Introdução → Hipótese → Argumentação → Conclusões → Introdução → ...
- c) Hipótese → Argumentação → Contra Argumentação → Consenso → Hipótese → ...
- d) Observação → Hipótese → Argumentação → Contra Argumentação → Consenso → Observação → ...
- e) Hipótese → Argumentação → Consenso → Experimento → Observação → Hipótese → ...

#### Resolução

O método científico é um conjunto de etapas que devem ser seguidas para comprovar teorias e/ou desenvolver novos conhecimentos. Tal método consiste nos seguintes passos:

Observação → Hipótese → Experimento → Análise dos Resultados → Conclusões → Observação → ...

Portanto, a alternativa correta é a *a*.

Resposta: **A**

Considere a seguinte reação em fase gasosa, inicialmente conduzida a uma pressão de 200 atm e a uma temperatura de 400°C. Considere que partindo de um sistema contendo apenas A e B, o equilíbrio é alcançado após 60 min de reação.



em que A e B são reagentes, C e D os produtos e Q o calor liberado. Avalie as seguintes suposições sobre o efeito das modificações de um parâmetro da reação, mantendo os outros constantes.

- I. Conduzir a reação a 600°C gera uma fração maior de C e D.
- II. Conduzir a reação a 600°C faz com que o equilíbrio seja alcançado em menos de 60 min.
- III. Conduzir a reação a uma pressão de 100 atm gera uma fração menor de C e D.
- IV. Remover C e D do meio reacional após o equilíbrio e então retomar a reação permitem obter uma fração total maior de C e D.

Escolha a opção que lista a(s) afirmação(ões) CORRETA(S).

- a) Apenas I
- b) Apenas I e III
- c) Apenas II e IV
- d) Apenas II, III e IV
- e) Todas

### Resolução



Trata-se de uma reação exotérmica que ocorre com contração de volume (diminuição da quantidade em mols).

I) *Incorreta.*

Um aumento da temperatura de 400°C para 600°C, fará com que o equilíbrio seja deslocado no sentido da reação endotérmica (para a esquerda) diminuindo as frações dos produtos C e D no equilíbrio.

II) *Correta.*

Um aumento de temperatura de 400°C para 600°C aumenta a energia cinética das partículas no sistema, aumentando o número de choques e consequentemente a velocidade da reação com que o equilíbrio é atingido (menos de 60 min).

III) *Correta.*

Diminuir a pressão de 200 atm para 100 atm, desloca o equilíbrio no sentido da reação que se dá com expansão de volume (para a esquerda), diminuindo as frações de C e D (produtos) no equilíbrio.

IV) *Correta.*

Ao remover os produtos C e D do meio reacional após o equilíbrio, teremos no sistema apenas reagentes A e B que irão após a retomada da reação, produzir mais produtos C e D até alcançar um novo equilíbrio.

Portanto, iremos obter uma maior fração total de C e D (retirada + produzida).

Resposta: **D**

São feitas as afirmações a respeito de reações de substituição de compostos aromáticos.

- I. A reação do metil benzeno com o ácido sulfúrico fumegante é mais rápida comparada à reação do benzeno nas mesmas condições experimentais.
- II. A reação de nitração do metil benzeno produz preferencialmente compostos orto- e para- substituídos.
- III. A nitração do benzeno é mais rápida do que a nitração do nitrobenzeno, a qual requer uma maior concentração de ácido nítrico e uma temperatura maior.
- IV. O único produto resultante da reação de nitração do 1-hidroxi-4-metil-benzeno é o 1-hidroxi-2-nitro-4-metil-benzeno.
- V. A reação de nitração do ácido benzoico produz preferencialmente o composto meta-substituído.

Assinale a opção que contém as afirmações CORRETAS:

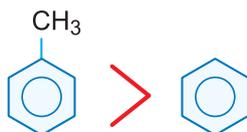
- a) Apenas I e II
- b) Apenas II e III
- c) Apenas II e IV
- d) Apenas III, IV e V
- e) Todas

#### Resolução

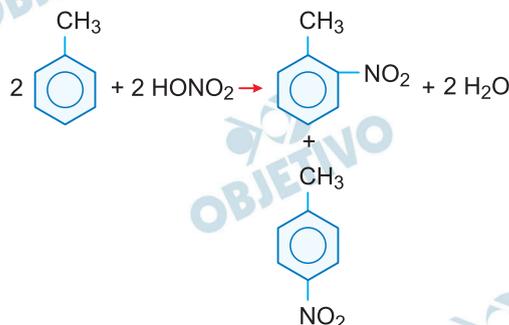
I) **Correta.**

Tolueno é mais reativo que o benzeno, sua nitração ocorre 25 vezes mais rápida.

O grupo metil ativa as posições orto e para nas reações de substituição eletrófila.



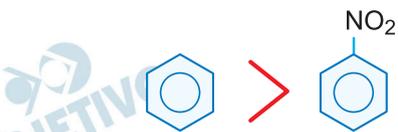
II) **Correta.**



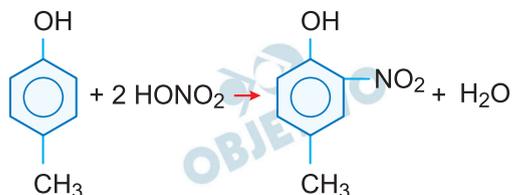
III) *Correta.*

Nitração do benzeno é mais rápida que a nitração do nitrobenzeno.

Os substituintes desativantes (metadirigentes) diminuem a velocidade da reação.

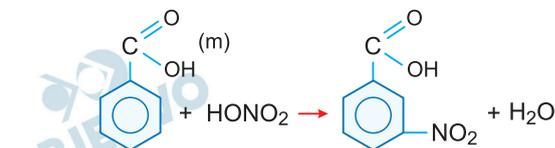


IV) *Correta.*



Grupo — OH é fortemente ativante prevalecendo sobre o grupo metil.

V) *Correta.*



Grupo carboxila é metadirigente.

Resposta:  E

Considere as seguintes afirmações sobre processos termodinâmicos, que podem ocorrer em uma ou mais etapas, em que  $\Delta T$  se refere à variação de temperatura entre os estados inicial e final:

- I. Um processo termodinâmico é definido pelo estado final e estado inicial do sistema.
- II.  $\Delta T$  é sempre nula em um processo isotérmico.
- III. A troca de calor envolvida em um processo isotérmico deve ser nula ( $q = 0$ ).
- IV. Todo processo em que  $\Delta T = 0$  é um processo isotérmico.
- V.  $\Delta T = 0$  para todo processo em sistema isolado.

Assinale a opção que contém as afirmações ERRADAS:

- a) Apenas I e II e IV
- b) Apenas I, III, IV e V
- c) Apenas I, III e V
- d) Apenas II e IV
- e) III e V

#### Resolução

I) *Incorreta.*

Um processo termodinâmico que só depende do estado final e estado inicial é para grandeza chamada função de estado, por exemplo, energia interna e entalpia.

II) *Correta.*

Isotérmico:  $T_{\text{inicial}} = T_{\text{final}}$ ;  $\Delta T = 0$

III) *Incorreta.*

Nas reações químicas ocorrem trocas de calor com os reagentes e produtos na mesma temperatura.

IV) *Incorreta.*

Em processos que ocorrem em mais de uma etapa podemos ter variação de temperatura mesmo que  $\Delta T = 0$ , mas não é processo isotérmico.

V) *Incorreta.*

Em um sistema isolado não há troca de energia e matéria com as vizinhanças, mas há troca de calor interna (exemplo calorímetro).

Resposta: **B**

Em um reator mantido à temperatura constante,  $\text{PCl}_5(\text{g})$  encontra-se em equilíbrio com 1 atm de  $\text{Cl}_2(\text{g})$  e 2 atm de  $\text{PCl}_3(\text{g})$ . Sabendo-se que a constante de equilíbrio da reação de dissociação do  $\text{PCl}_5(\text{g})$  nessa temperatura é  $K_p = 4$ , assinale a alternativa que apresenta a nova pressão de equilíbrio do  $\text{PCl}_5(\text{g})$  (em atm) após adição de mais 2 atm desse gás ao reator.

- a) 1,0
- b) 1,5
- c) 2,0
- d) 2,5
- e) 3,5

### Resolução

A equação da reação é:



As pressões de  $\text{Cl}_2(\text{g})$  e de  $\text{PCl}_3(\text{g})$  no equilíbrio são respectivamente 1 atm e 2 atm.

Cálculo da pressão de  $\text{PCl}_5(\text{g})$  no equilíbrio:

	$\text{PCl}_5(\text{g}) \rightleftharpoons \text{Cl}_2(\text{g}) + \text{PCl}_3(\text{g})$		
equilíbrio	x	1 atm	2 atm

$$K_p = \frac{P_{\text{Cl}_2} \cdot P_{\text{PCl}_3}}{P_{\text{PCl}_5}}$$

$$4 = \frac{1 \cdot 2}{P_{\text{PCl}_5}}$$

$$P_{\text{PCl}_5} = 0,5 \text{ atm}$$

Vamos adicionar mais 2 atm de  $\text{PCl}_5$  ao equilíbrio.

Montando uma tabela em atm:

	$\text{PCl}_5(\text{g}) \rightleftharpoons \text{Cl}_2(\text{g}) + \text{PCl}_3(\text{g})$		
equilíbrio inicial	0,5	1	2
adição de 2 atm de $\text{PCl}_5$	0,5 + 2	1	2
reage e forma	x	x	x
novo equilíbrio	2,5 - x	1 + x	2 + x

Cálculo de x:

$$K_p = \frac{P_{Cl_2} \cdot P_{PCl_3}}{P_{PCl_5}}$$

$$4 = \frac{(1+x) \cdot (2+x)}{(2,5-x)}$$

$$4(2,5-x) = (1+x)(2+x)$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm 9}{2} \begin{cases} x = 1 \\ x = -8 \text{ (impossível)} \end{cases}$$

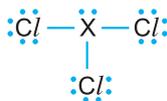
$$x = 1 \text{ atm}$$

Nova pressão de  $PCl_5$  após a adição:

$$p = (2,5 - x) \text{ atm} = 1,5 \text{ atm}$$

Resposta: **B**

Considere a estrutura de Lewis de um tricloreto. São feitas as seguintes afirmações a respeito da estrutura geométrica da molécula e a possível identidade do átomo X:



- I. A molécula adota uma estrutura trigonal plana, com ângulo de ligação Cl — X — Cl maior ou igual a 120°.
- II. A molécula adota uma estrutura tetraédrica, com ângulo de ligação Cl — X — Cl maior que 109,5°.
- III. O átomo “X” pode ser o nitrogênio, preservando a geometria molecular.
- IV. O átomo “X” pode ser o boro, preservando a geometria molecular.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) CORRETAS(S):

- a) Apenas I
- b) Apenas I e IV
- c) Apenas II e III
- d) Apenas II e IV
- e) Apenas III

#### Resolução

I) *Incorreta.*

A molécula adota uma estrutura piramidal com ângulo menor que 109°28’.

II) *Incorreta.*

III) *Correta.*

O átomo X tem 5 elétrons na camada de valência, portanto, pertence ao grupo 15 da tabela periódica.

O átomo X pode ser o nitrogênio, preservando a geometria molecular.

IV) *Incorreta.*

O átomo X não pode ser o boro, pois não haveria o par de elétrons disponível e a geometria seria trigonal plana.



Resposta:  E

Considere as seguintes afirmações sobre equilíbrio de fases e propriedades coligativas.

- I. A adição de um soluto não volátil a um solvente puro, em uma dada temperatura constante, sempre provoca uma diminuição na pressão de vapor.
- II. A pressão de vapor de uma solução formada por dois líquidos voláteis é sempre menor que a pressão de vapor dos líquidos puros a uma mesma temperatura.
- III. O valor absoluto do abaixamento no ponto de congelamento de uma solução é menor se o soluto dimeriza parcialmente no solvente, comparado ao sistema nas mesmas condições em que não há a dimerização do soluto.
- IV. A pressão osmótica é a pressão exercida pelas moléculas de soluto numa membrana semipermeável.
- V. Uma mistura formada por duas substâncias nunca solidifica inteiramente em uma única temperatura.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) CORRETA(S):

- a) Apenas I, III
- b) Apenas I, II e V
- c) Apenas II, III, IV e V
- d) Apenas III, IV e V
- e) Todas

#### Resolução

I) *Correta.*

A pressão de vapor de um solvente diminui na presença de um soluto não volátil (efeito tonoscópico).

II) *Incorreta.*

A pressão de vapor de uma solução formada por dois líquidos voláteis pode ser maior ou menor que a pressão de vapor dos líquidos puros, pois depende das magnitudes das interações solvente-solvente, soluto-soluto e solvente-soluto.

III) *Correta.*

Se ocorrer a dimerização das moléculas do soluto (2 moléculas viram 1 molécula) ocorre a diminuição do número de partículas dispersas do soluto, portanto, em comparação com a situação em que não há dimerização do soluto, o valor absoluto do abaixamento no ponto de congelamento será menor.

IV) *Incorreta.*

A pressão osmótica é a pressão exercida sobre uma solução para evitar a osmose.

V) *Incorreta.*

Mistura eutética é uma mistura que se comporta como uma substância pura na fusão ou solidificação.

Resposta: **A**