Quando precisar use os seguintes valores para as constantes: Constante da gravitação universal

$G = 7 \times 10^{-11}\ m^3/kg.s^2$. Aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$. Velocidade do som no ar = 340 m/s. Raio da Terra R = 6400 km. Constante dos gases R = 8,3 J/mol.K. Índice adiabático do ar $\gamma = C_p / C_v = 1{,}4$.

Massa molecular do ar M_{ar} = 0,029kg/mol. Permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2$.

Pressão atmosférica 1,0 atm = 100 kPa. Massa específica da água = 1,0 g/cm³.

1

Considere uma estrela de neutrons com densidade média de $5 \times 10^{14}\ g/cm^3$, sendo que sua frequência de vibração radial ν é função do seu raio R, de sua massa m e da constante da gravitação universal G. Sabe-se que ν é dada por uma expressão monomial, em que a constante adimensional de proporcionalidade vale aproximadamente 1. Então o valor de ν é da ordem de

a) 10^{-2} Hz. b) 10^{-1} Hz. c) 10^{0} Hz.
d) 10^{2} Hz. e) 10^{4} Hz.

Resolução

$\nu = R^x m^y G^z$

1) **Equação dimensional de G:**

$$F = \frac{G\,Mm}{d^2} \Rightarrow M\,L\,T^{-2} = \frac{G\,M^2}{L^2}$$

$$[G] = M^{-1}\,L^3\,T^{-2}$$

2) $[\nu] = L^x\,M^y\,(M^{-1}\,L^3\,T^{-2})^z$

$$T^{-1} = L^{x+3z}\,M^{y-z}\,T^{-2z}$$

Identificando os expoentes:

$y - z = 0 \qquad z = \frac{1}{2}$

$x + 3z = 0 \qquad y = \frac{1}{2}$

$-2z = -1 \qquad x = -\frac{3}{2}$

$$\nu = R^{-\frac{3}{2}}\,m^{\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{\nu = \sqrt{\frac{Gm}{R^3}}}$$

Sendo $m = \mu\,\frac{4}{3}\,\pi\,R^3$, **vem:**

$$\boxed{\nu = \sqrt{G\,\mu\,\frac{4}{3}\,\pi}}$$

$$\nu = \sqrt{7 \,.\, 10^{-11} \,.\, 5 \,.\, 10^{17} \,.\, 4} \text{ (Hz)}$$

$$\nu = \sqrt{140 \,.\, 10^{6}} \text{ (Hz)}$$

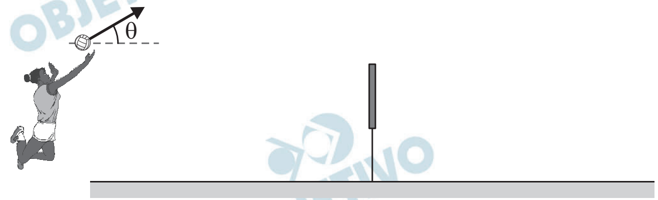
$$\boxed{\nu \cong 12 \,.\, 10^{3} \text{ Hz} = 1{,}2 \,.\, 10^{4} \text{ Hz}}$$

OG: 10^4 Hz

Resposta: $\boxed{E}$

2

Numa quadra de volei de 18 m de comprimento, com rede de 2,24 m de altura, uma atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a 3,0 m de altura, num ângulo θ de 15° com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede.



Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com 12 m/s de velocidade inicial, a bola

a) bate na rede.

b) passa tangenciando a rede.

c) passa a rede e cai antes da linha de fundo.

d) passa a rede e cai na linha de fundo.

e) passa B rede e cai fora da quadra.

Resolução

1) **Na direção horizontal:**

$$x = x_0 + V_{0x}\, t$$

$$x = (V_0 \cos 15°)\, t \Rightarrow \boxed{t = \frac{x}{V_0 \cos 15°}} \quad (1)$$

2) **Na direção vertical:**

$$y = y_0 + V_{0y}\, t + \frac{\gamma_y}{2} t^2 \quad \uparrow\oplus$$

$$y = 3{,}0 + (V_0 \text{ sen } 15°)t - 5{,}0\, t^2 \ (2)$$

(2) em (1):

$$y = 3{,}0 + \frac{V_0 \text{ sen } 15°}{V_0 \cos 15°} x - 5{,}0 \,.\, \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 15°}$$

$$y = 3{,}0 + x \text{ tg } 15° - \frac{5{,}0\, x^2}{144 \,.\, \cos^2 15°}$$

$\cos 15° \cong 0{,}97$; $\cos^2 15° = 0{,}93$;

tg 15° = 0,27 (*ver anexo)

$$y = 3{,}0 + 0{,}27x - \frac{5{,}0\, x^2}{144 \,.\, 0{,}93}$$

$$y = 3{,}0 + 0{,}27x - 0{,}037x^2 \text{ (SI)}$$

3) Para x = 9,0m, vem:

$$y = 3{,}0 + 0{,}27 \,.\, 9{,}0 - 0{,}037 \,.\, 81 \text{ (m)}$$

$$y = 3{,}0 + 2{,}43 - 3{,}0 \text{ (m)} \Rightarrow y = 2{,}43\text{m}$$

Como y > h = 2,24m (altura da rede), a bola passa acima da rede.

4) Para y = 0, temos x = D:

$$0 = 3{,}0 + 0{,}27\, D - 0{,}037\, D^2$$

$$0{,}037\, D^2 - 0{,}27\, D - 3{,}0 = 0$$

$$D = \frac{0{,}27 \pm \sqrt{0{,}0729 + 0{,}44}}{0{,}074}$$

$$D = \frac{0{,}27 + 0{,}72}{0{,}074} \text{ (m)}$$

$$\boxed{D = 13{,}4 \text{ m}}$$

Como D < 18m, a bola cai antes da linha de fundo.

Resposta: Ⓒ

***Anexo:**

$$\cos 15° = \cos(45° - 30°)$$

$$\cos 15° = \cos 45° \,.\, \cos 30° + \text{sen } 45° \,.\, \text{sen } 30°$$

$$\cos 15° = \frac{\sqrt{2}}{2} \,.\, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \,.\, \frac{1}{2}$$

$$\cos 15° = \boxed{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$$

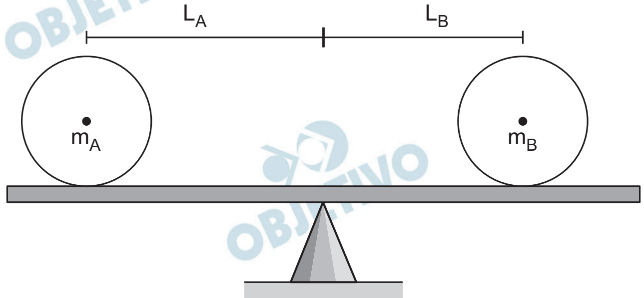
$$\boxed{\cos 15° \cong 0{,}966} \text{ e } \boxed{\cos^2 15° \cong 0{,}93}$$

$$\text{tg } 15° = \text{tg}(45° - 30°)$$

$$\text{tg } 15° = \frac{\text{tg } 45° - \text{tg } 30°}{1 + \text{tg } 45° \,.\, \text{tg } 30°} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \,.\, \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\text{tg } 15° = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \boxed{2 - \sqrt{3}} \quad \boxed{\text{tg } 15° \cong 0{,}27}$$

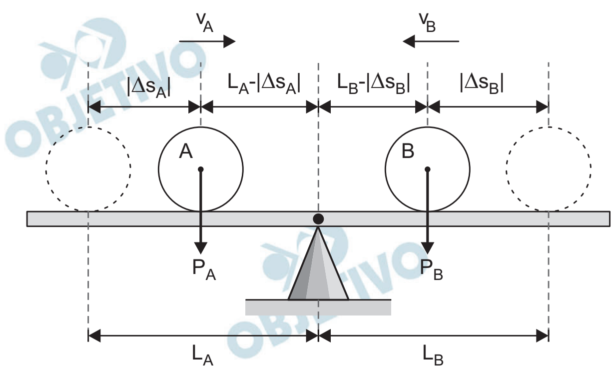
Sobre uma prancha horizontal de massa desprezível e apoiada no centro, dois discos, de massas m_A e m_B, respectivamente, rolam com as respectivas velocidades v_A e v_B, constantes, em direção ao centro, do qual distam L_A e L_B, conforme a figura.



Com o sistema em equilíbrio antes que os discos colidam, a razão v_A/v_B é dada por

a) 1.
b) m_A/m_B.
c) m_B/m_A.
d) $L_A m_A / L_B m_B$.
e) $L_B m_B / L_A m_A$.

Resolução



Para o equilíbrio, o somatório dos torques em relação ao ponto de apoio é nulo.

Inicialmente, temos:

$$m_A \, g \, L_A = m_B \, g \, L_B$$

$$m_A \, L_A = m_B \, L_B$$

Após um intervalo de tempo Δt, anterior à colisão dos discos, temos:

$$m_A \, g \, (L_A - |\Delta s_A|) = m_B \, g \, (L_B - |\Delta s_B|)$$

$$m_A \, L_A - m_A \, |\Delta s_A| = m_B \, L_B - m_B \, |\Delta s_B|$$

$$m_A \frac{|\Delta s_A|}{\Delta t} = m_B \frac{|\Delta s_B|}{\Delta t}$$

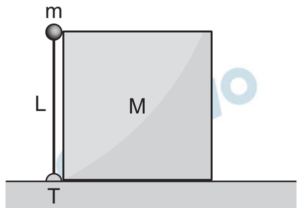
$$m_A v_A = m_B v_B$$

$$\boxed{\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}}$$

Resposta: C

4

Uma haste vertical de comprimento L, sem peso, é presa a uma articulação T e dispõe em sua extremidade de uma pequena massa m que, conforme a figura, toca levemente a quina de um bloco de massa M. Após uma pequena perturbação, o sistema movimenta-se para a direita. A massa m perde o contato com M no momento em que a haste perfaz um ângulo de $\pi/6$ rad com a horizontal.

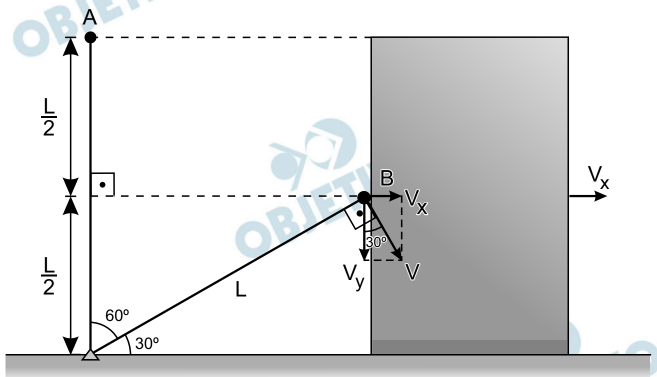


Desconsiderando atritos, assinale a velocidade final do bloco.

a) $\sqrt{\dfrac{mgL}{M}}$ b) $\sqrt{\dfrac{mgL}{M+4m}}$ c) $\sqrt{\dfrac{mgL}{M+4m/3}}$

d) $\sqrt{\dfrac{2mgL}{M}}$ e) $\sqrt{gL}$

Resolução



1) A esfera e o bloco terão a mesma velocidade horizontal V_x enquanto estiverem em contato.

2) Da figura: $\text{sen}\ 30° = \dfrac{V_x}{V} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{V = 2V_x}$

3) Conservação da energia mecânica entre A e B:

$$mg\,\frac{L}{2} = \frac{m\,V^2}{2} + \frac{M}{2}\,V_x^2$$

$$mg\,\frac{L}{2} = \frac{m}{2}\,4V_x^2 + \frac{M}{2}\,V_x^2$$

$$mg\,\frac{L}{2} = V_x^2\left(2m + \frac{M}{2}\right) = V_x^2\,\frac{(4\,m + M)}{2}$$

$$V_x^2 = \frac{m\,g\,L}{4m + M}$$

$$\boxed{V_x = \sqrt{\frac{m\,g\,L}{4m + M}}}$$

Resposta: B

Em queixa à polícia, um músico depõe ter sido quase atropelado por um carro, tendo distinguido o som em Mi da buzina na aproximação do carro e em Ré, no seu afastamento. Então, com base no fato de ser de 10/9 a relação das frequências $\nu_{Mi}/\nu_{Ré}$, a perícia técnica conclui que a velocidade do carro, em km/h, deve ter sido aproximadamente de

a) 64. b) 71. c) 83. d) 102. e) 130.

Resolução

A frequência observada ν_o é obtida pela equação do Efeito Doppler-Fizeau:

$$\frac{\nu_o}{V_S \pm V_o} = \frac{\nu_F}{V_S \pm V_F}$$

Em que: ν_F = frequência do som emitido pela fonte;

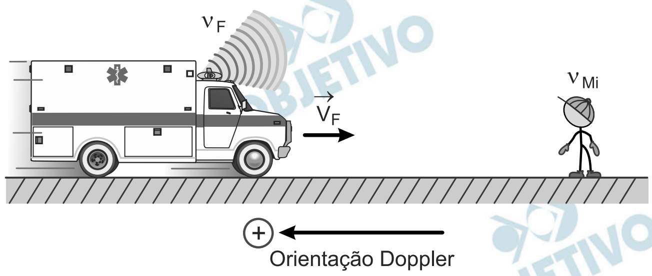
V_S = módulo da velocidade do som;

V_o = módulo da velocidade do observador;

V_F = módulo da velocidade da fonte.

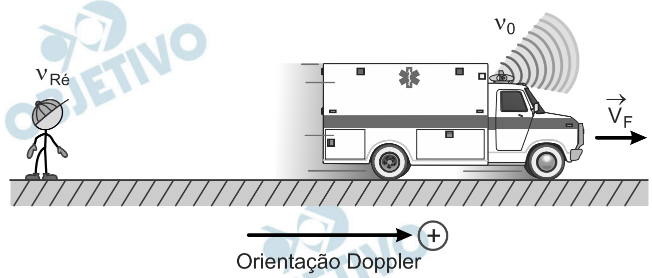
O observador se encontra em repouso durante o evento: $V_o = 0$.

1) Na aproximação:



$$\frac{\nu_{Mi}}{V_S} = \frac{\nu_F}{V_S - V_F} \quad (1)$$

2) No afastamento:



$$\frac{\nu_{Ré}}{V_S} = \frac{\nu_F}{V_S + V_F} \quad (2)$$

Dividindo-se (1) por (2), temos:

$$\frac{\dfrac{\nu_{Mi}}{V_S}}{\dfrac{\nu_{Ré}}{V_S}} = \frac{\dfrac{\nu_F}{V_S - V_F}}{\dfrac{\nu_F}{V_S + V_F}}$$

$$\frac{\nu_{Mi}}{\nu_{Ré}} = \frac{V_S + V_F}{V_S - V_F}$$

$$\frac{10}{9} = \frac{340 + V_F}{340 - V_F}$$

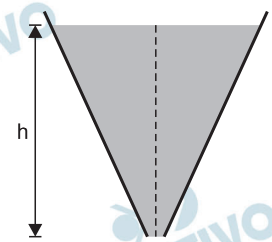
$$V_F = \frac{340}{19}\ \text{m/s}$$

$$V_F = \frac{1224}{19}\ \text{km/h}$$

$$\boxed{V_F \cong 64\ \text{km/h}}$$

Resposta: A

Na figura, o tanque em forma de tronco de cone, com 10,0cm de raio da base, contém água até o nível de altura h = 500cm, com 100 cm de raio da superfície livre.

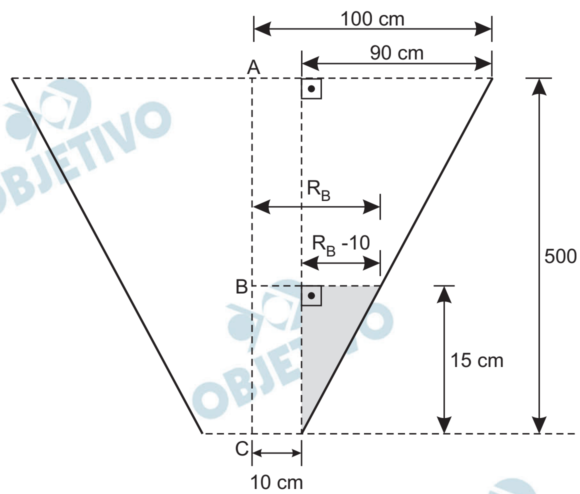


Removendo-se a tampa da base, a água começa a escoar e, nesse instante, a pressão no nível a 15,0cm de altura é de

a) 100kPa. b) 102kPa. c) 129kPa.
d) 149kPa. e) 150kPa.

Resolução

I)



Cálculo de R_B: semelhança de triângulos:

$$\frac{R_B - 10}{90} = \frac{15}{500} \Rightarrow \boxed{R_B = 12{,}7\text{cm} = 0{,}127\text{m}}$$

II) $$Z = \frac{Vol}{\Delta t} = \frac{A\,\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow Z = AV \Rightarrow V = \frac{Z}{A}$$

$$V = \frac{Z}{\pi R^2}$$

em que V é a velocidade de escoamento e Z é a vazão.

III) Equação de Bernoulli para os pontos A e C:

$$p_{atm} + \frac{\rho V_C^2}{2} + \underbrace{\rho g h_C}_{\text{parcela nula}} = p_{atm} + \frac{\rho V_A^2}{2} + \rho g h_A$$

$$\frac{\rho}{2}\left(V_C^2 - V_A^2\right) = \rho\, g\, h_A \Rightarrow V_C^2 - V_A^2 = 2 g h_A$$

$$\frac{Z^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{R_C^4} - \frac{1}{R_A^4}\right) = 2\, g h_A$$

$$\frac{Z^2}{\pi^2}\left[\frac{1}{(10^{-1})^4} - \frac{1}{(1{,}0)^4}\right] = 2 \,.\, 10 \,.\, 5{,}0$$

$$\frac{Z^2}{\pi^2}(10000 - 1{,}0) = 100 \Rightarrow \frac{Z^2}{\pi^2} \cong \frac{10^2}{10^4}$$

$$\boxed{\frac{Z^2}{\pi^2} \cong 10^{-2}\ \text{(SI)}}$$

IV) Equação de Bernoulli para os pontos B e C:

$$p_B + \frac{\rho V_B^2}{2} + \rho\, g h_B = p_{atm} + \frac{\rho V_C^2}{2} + \underbrace{\rho\, g h_C}_{\text{parcela nula}}$$

$$p_B = p_{atm} + \frac{\rho}{2}\left(V_C{}^2 - V_B{}^2\right) - \rho g\, h_B$$

$$p_B = p_{atm} + \frac{\rho}{2}\left(\frac{Z^2}{\pi^2 R_C{}^4} - \frac{Z^2}{\pi^2 R_B{}^4}\right) - \rho g\, h_B$$

$$p_B = p_{atm} + \frac{\rho}{2}\,\frac{Z^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{R_C{}^4} - \frac{1}{R_B{}^4}\right) - \rho g\, h_B$$

$$p_B = 100 \,.\, 10^3 + \frac{10^3}{2} \,.\, 10^{-2}\left[\frac{1}{(10^{-1})^4} - \frac{1}{(0{,}127)^4}\right] - 10^3 \,.\, 10 \,.\, 0{,}15\ \text{(Pa)}$$

$$p_B = 100 \,.\, 10^3 + 30{,}8 \,.\, 10^3 - 1{,}5 \,.\, 10^3\ \text{(Pa)}$$

Da qual se obtém:

$$\boxed{p_B = 129{,}3\text{kPa}}$$

Resposta: C

A partir de um mesmo ponto a uma certa altura do solo, uma partícula é lançada sequencialmente em três condições diferentes, mas sempre com a mesma velocidade inicial horizontal v_0. O primeiro lançamento é feito no vácuo e o segundo, na atmosfera com ar em repouso. O terceiro é feito na atmosfera com ar em movimento cuja velocidade em relação ao solo é igual em módulo, direção e sentido à velocidade v_0. Para os três lançamentos, designando-se respectivamente de t_1, t_2 e t_3 os tempos de queda da partícula e de v_1, v_2 e v_3 os módulos de suas respectivas velocidades ao atingir o solo, assinale a alternativa correta.

a) $t_1 < t_3 < t_2$; $v_1 > v_3 > v_2$ b) $t_1 < t_2 = t_3$; $v_1 > v_3 > v_2$

c) $t_1 = t_3 < t_2$; $v_1 = v_3 > v_2$ d) $t_1 < t_2 < t_3$; $v_1 = v_3 > v_2$

e) $t_1 < t_2 = t_3$; $v_1 > v_2 = v_3$

Resolução

1) **Na situação (3), a partícula não sofre resistência do ar na direção horizontal e, portanto, o trabalho da resistência do ar tem módulo maior na situação (2) do que na situação (3).**

2) **Comparando as velocidades de chegada ao chão:**

$$\tau_{total} = \Delta E_{cin}$$

$$\tau_P + \tau_{ar} = \frac{m\,V^2}{2} - \frac{m\,V_0^{\,2}}{2}$$

$$\frac{m\,V^2}{2} = \frac{m\,V_0^2}{2} + \tau_P + \tau_{ar}$$

Situação 1: $\tau_{ar} = 0 \Rightarrow V = V_1 =$ Valor máximo

Situação 2: τ_{ar} é máximo $\Rightarrow V = V_2 =$ valor mínimo

Portanto: $\boxed{V_1 > V_3 > V_2}$

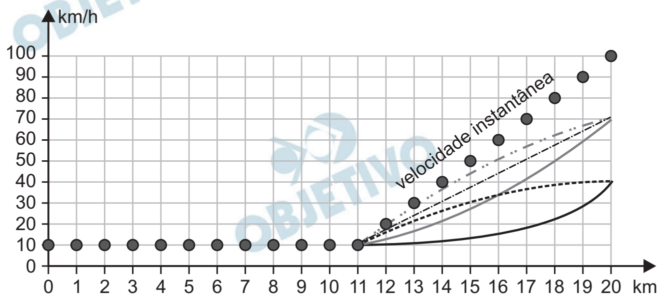
3) **O tempo de queda só depende do movimento vertical.**

Na situação (1), sob ação exclusiva do peso, o tempo é mínimo: t_1 = valor mínimo.

Nas situações (2) e (3), o movimento vertical sofre a mesma influência da resistência do ar e, portanto: $t_2 = t_3$ e $\boxed{t_1 < t_2 = t_3}$

Resposta: B

Os pontos no gráfico indicam a velocidade instantânea, quilômetro a quilômetro, de um carro em movimento retilíneo. Por sua vez, o computador de bordo do carro calcula a velocidade média dos últimos 9 km por ele percorridos.



Então, a curva que melhor representa a velocidade média indicada no computador de bordo entre os quilômetros 11 e 20 é

a) a tracejada que termina acima de 50 km/h.

b) a cheia que termina acima de 50 km/h.

c) a tracejada que termina abaixo de 50 km/h.

d) a pontilhada.

e) a cheia que termina abaixo de 50 km/h.

Resolução

Para cada trecho de 1 km, admitamos como velocidade escalar média a média aritmética das velocidades instantâneas.

Calculemos o tempo total para percorrer os 9 km da posição 11 km até a posição 20 km.

$$\Delta t_1 = \frac{1}{15}\ h \qquad \Delta t_4 = \frac{1}{45}\ h$$

$$\Delta t_2 = \frac{1}{25}\ h \qquad \Delta t_5 = \frac{1}{55}\ h$$

$$\Delta t_3 = \frac{1}{35}\ h \qquad \vdots$$

$$\Delta t_9 = \frac{1}{95}\ h$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \ldots + \Delta t_9$$

$$\Delta t = \frac{1}{15} + \frac{1}{25} + \frac{1}{35} + \ldots + \frac{1}{95}\ (h)$$

$$\boxed{\Delta t \cong 0{,}23h}$$

A velocidade escalar média nos 9 km será dada por:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{9\ km}{0{,}23h}$$

$$\boxed{V_m \cong 39\text{km/h}}$$

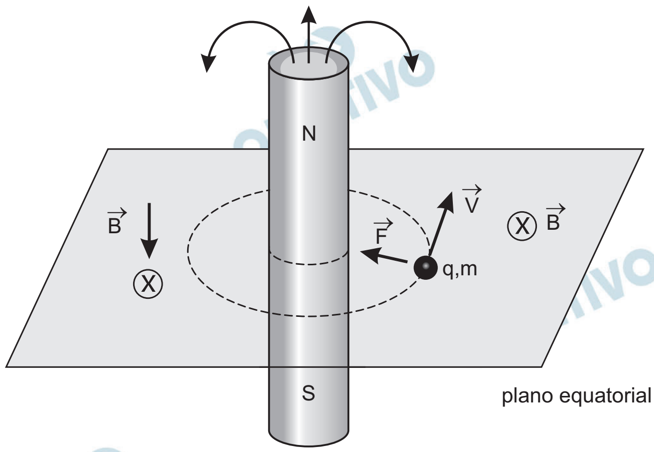
Resposta: E

9

Uma massa m de carga q gira em órbita circular de raio R e período T no plano equatorial de um ímã. Nesse plano, a uma distância r do ímã, a intensidade do campo magnético é $B(r) = \mu/r^3$, em que μ é uma constante. Se fosse de 4R o raio dessa órbita, o período seria de

a) T/2. b) 2T. c) 8T. d) 32T. e) 64T.

Resolução



$$\left.\begin{array}{l} F = q \cdot V \cdot B \\ F = \dfrac{m \cdot V^2}{R} \end{array}\right\} \dfrac{m \cdot V}{R} = q \cdot B$$

$$V = \frac{R \cdot q \cdot B}{m} \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi}{V} \quad (2)$$

De (1) e (2):

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B} \quad (3)$$

Porém:

$$B = \frac{\mu}{R^3} \quad (4)$$

(4) em (3):

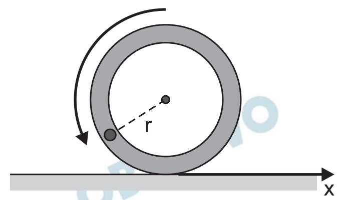
$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{q \cdot \mu} \cdot R^3}$$

Quadruplicando-se o raio R dessa órbita:

$$T' = \left(\frac{2\pi m}{q\mu}\right) \cdot (4R)^3 \Rightarrow \boxed{T' = 64T}$$

Resposta: E

Um tubo fino de massa 1225 g e raio r = 10,0 cm encontra-se inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. A partir do ponto mais alto, um corpo de massa 71,0 g com velocidade inicial zero desliza sem atrito pelo interior do tubo no sentido anti-horário, conforme a figura.

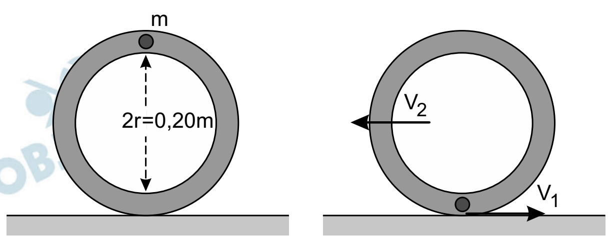


Então, quando na posição mais baixa, o corpo terá uma velocidade relativa ao tubo, em cm/s, igual a

a) –11,3. b) –206. c) 11,3.

d) 206. e) 194.

Resolução



1) Conservação da quantidade de movimento na direção horizontal:

$$m\,V_1 = M\,V_2$$

$$71{,}0\,V_1 = 1225\,V_2$$

$$\boxed{V_2 = \frac{71{,}0}{1225}\,V_1} \quad (1)$$

2) Conservação da energia mecânica:

$$mg\,2r = \frac{m\,V_1^2}{2} + \frac{M\,V_2^2}{2}$$

$$71{,}0 \,.\, 10 \,.\, 0{,}20 = \frac{71{,}0}{2}\,V_1^2 + \frac{1225}{2}\left(\frac{71{,}0}{1225}\right)^2 V_1^2$$

$$2{,}0 = \frac{V_1^2}{2} + \frac{71{,}0}{1225} \cdot \frac{1}{2}\,V_1^2$$

$$4{,}0 = V_1^2\left(1 + \frac{71{,}0}{1225}\right)$$

$$4{,}0 = V_1^2\,\frac{(1225 + 71{,}0)}{1225}$$

$$V_1^2 = \frac{4,0 \,.\, 1225}{1296} \text{ (SI)}$$

$$V_1 = \frac{2,0 \,.\, 35}{36} \text{ (m/s)}$$

$$\boxed{V_1 = \frac{70}{36} \text{(m/s)}} \quad (2)$$

(2) em (1):

$$V_2 = \frac{71,0}{1225} \cdot \frac{70}{36} \text{ (m/s)}$$

$$V_2 = \frac{4970}{44100} \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{V_2 \cong 0,113\text{m/s}}$$

$$\text{e } \boxed{V_1 \cong 1,944\text{m/s}}$$

A velocidade relativa é dada por:

$V_{rel} = V_1 + V_2 = 2,057\text{m/s} \cong 206\text{cm/s}$

Levando-se em conta o sinal:

$V_{rel} = V_c - V_t = 1,944 - (-0,113)\text{(m/s)}$

$$\boxed{V_{rel} = +2,06\text{m/s} = 206\text{cm/s}}$$

Resposta: D

Num plano horizontal liso, presas cada qual a uma corda de massa desprezível, as massas m_1 e m_2 giram em órbitas circulares de mesma frequência angular uniforme, respectivamente com raios r_1 e $r_2 = r_1/2$. Em certo instante essas massas colidem-se frontal e elasticamente e cada qual volta a perfazer um movimento circular uniforme. Sendo iguais os módulos das velocidades de m_1 e m_2 após o choque, assinale a relação m_2/m_1.

a) 1 b) 3/2 c) 4/3 d) 5/4 e) 7/5

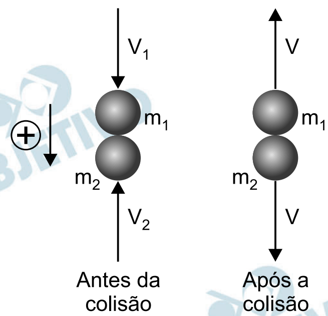
Resolução

1) Relação entre V_1 e V_2:

$$V_1 = \omega r_1$$

$$V_2 = \omega r_2 = \omega \frac{r_1}{2}$$

Portanto: $\boxed{V_1 = 2V_2}$



2) Conservação da quantidade de movimento:

$$Q_f = Q_i$$

$$m_2V - m_1V = m_1V_1 - m_2V_2$$

$$V(m_2 - m_1) = m_1\, 2V_2 - m_2V_2$$

$$V(m_2 - m_1) = V_2(2m_1 - m_2) \quad (1)$$

3) Coeficiente de restituição:

$$V_{af} = V_{ap}$$

$$2V = V_1 + V_2 = 3V_2 \Rightarrow \boxed{V = \frac{3}{2}V_2} \quad (2)$$

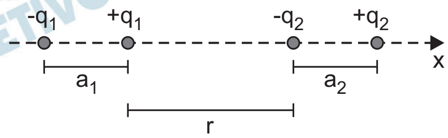
(2) em (1): $$\frac{3}{2}V_2\,(m_2 - m_1) = V_2\,(2m_1 - m_2)$$

$$3m_2 - 3m_1 = 4m_1 - 2m_2$$

$$5m_2 = 7m_1 \Rightarrow \boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{7}{5}}$$

Resposta: $\boxed{E}$

Considere quatro cargas fixadas sobre o eixo x orientado para a direita. Duas delas, $-q_1$ e $+q_1$, separadas por uma distância a_1, formam o sistema 1 e as outras duas, $-q_2$ e $+q_2$, separadas por uma distância a_2, formam o sistema 2.



Considerando que ambos os sistemas estão separados por uma distância r muito maior que a_1 e a_2, conforme a figura, e que $(1 + z)^{-2} \simeq 1 - 2z + 3z^2$ para $z << 1$, a força exercida pelo sistema 1 sobre o sistema 2 é

a) $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q_1q_2}{r^2}$.

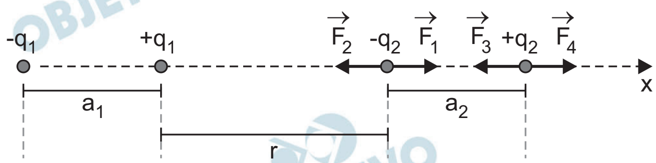
b) $-\dfrac{2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q_1q_2}{r^2}$.

c) $-\dfrac{2}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q_1q_2a_1a_2}{r^4}$.

d) $-\dfrac{6}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q_1q_2a_1a_2}{r^4}$.

e) $\dfrac{8}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q_1q_2a_1a_2}{r^4}$.

Resolução



1) $(-q_1)$ em $(-q_2)$: força de repulsão $(\vec{F}_1)$

$$F_1 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(r + a_1)^2}$$

$$F_1 = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \frac{r^{-2}}{\left(1 + \dfrac{a_1}{r}\right)^2} = kq_1\,q_2\,\frac{r^{-2}}{(1 + z)^2}$$

$$F_1 = kq_1\,q_2 \cdot r^{-2}\,(1 + z)^{-2} = kq_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\,(1 - 2z + 3z^2)$$

$$F_1 = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\left(1 - \frac{2a_1}{r} + 3\,\frac{a_1^2}{r^2}\right) \quad ①$$

2) $(+q_1)$ em $(-q_2)$: força de atração $(\vec{F}_2)$

$$F_2 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2} \quad ②$$

3) $(-q_1)$ em $(+q_2)$: força de atração $(\vec{F}_3)$

$$F_3 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(r + a_1 + a_2)^2}$$

$$F_3 = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \frac{r^{-2}}{\left(1 + \dfrac{a_1 + a_2}{r}\right)^2} = kq_1\,q_2\,\frac{r^{-2}}{(1 + z')^2}$$

$$F_3 = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\left[1 - 2\left(\frac{a_1 + a_2}{r}\right) + 3\left(\frac{a_1 + a_2}{r}\right)^2\right]$$

4) $(+q_1)$ em $(+q_2)$: força de repulsão $(\vec{F}_4)$

$$F_4 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(r + a_2)^2} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(r + z'')^2}$$

$$F_4 = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\left(1 - 2 \cdot \frac{a_2}{r} + 3\,\frac{a_2^2}{r^2}\right)$$

5) Força resultante do sistema 1 sobre o sistema 2, considerando como sentido positivo o eixo x.

$$F_{res} = + F_1 - F_2 - F_3 + F_4$$

$$F_{res} = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\left[1 - \frac{2a_1}{r} + 3\,\frac{a_1^2}{r^2} - 1 - 1 + \right.$$

$$\left. + 2\left(\frac{a_1 + a_2}{r}\right) - 3\left(\frac{a_1 + a_2}{r}\right)^2 + 1 - 2\,\frac{a_2}{r} + \frac{3a_2^2}{r^2}\right]$$

$$F_{res} = k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\left(3\,\frac{a_1^2}{r^2} + \frac{3a_2^2}{r^2} - 3\left(\frac{a_1^2 + 2\,a_1\,a_2 + a_2^2}{r^2}\right)\right)$$

$$F_{res} = - k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot r^{-2}\left(\frac{6\,a_1 \cdot a_2}{r^2}\right)$$

$$F_{res} = - 6k \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \frac{a_1 \cdot a_2}{r^4}$$

$$\boxed{F_{res} - \frac{6}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 \cdot q_2 \cdot a_1 \cdot a_2}{r^4}}$$

Resposta: D

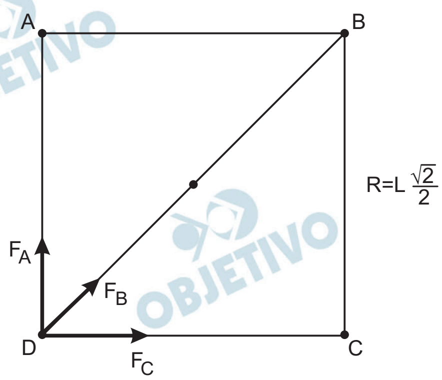
Quatro corpos pontuais, cada qual de massa m, atraem-se mutuamente devido à interação gravitacional. Tais corpos encontram-se nos vértices de um quadrado de lado L girando em torno do seu centro com velocidade angular constante. Sendo G a constante de gravitação universal, o período dessa rotação é dado por

a) $2\pi\sqrt{\dfrac{L^3}{Gm}\left(\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}\right)}$. b) $\dfrac{4\pi}{3}\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}\,L^3}{3Gm}}$.

c) $\sqrt{\dfrac{L^3}{Gm}\left(\dfrac{4+\sqrt{2}}{7}\right)}$. d) $2\pi\sqrt{\dfrac{L^3}{Gm}\left(\dfrac{4-\sqrt{2}}{7}\right)}$.

e) $\sqrt{\dfrac{L^3}{Gm}\left(\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}\right)}$.

Resolução



1) $\mathbf{F_A = F_C = \dfrac{G\,m^2}{L^2}}$

$$\mathbf{F_B = \frac{G\,m^2}{(L\sqrt{2})^2} = \frac{G\,m^2}{2\,L^2}}$$

$$\mathbf{F_R = \frac{Gm^2}{L^2}\,.\,\sqrt{2} + \frac{Gm^2}{2\,L^2}}$$

$$\boxed{\mathbf{F_R = \frac{Gm^2}{L^2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)}}$$

2) $\mathbf{F_R = F_{cp} = m\omega^2\,.\,\dfrac{L\sqrt{2}}{2}}$

$$\mathbf{\frac{Gm^2}{L^2}\left(\frac{2\sqrt{2}+1}{2}\right) = m\omega^2\,L\,\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\omega^2 = \frac{Gm}{L^3} \quad \frac{(2\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{Gm}{L^3} \left(\frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} \right)} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{Gm} \quad \frac{\sqrt{2}}{(2\sqrt{2} + 1)}}$$

Porém:

$$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1} \cdot \frac{2\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2} - 1} = \frac{4 - \sqrt{2}}{7}$$

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{Gm} \left(\frac{4 - \sqrt{2}}{7} \right)}}$$

Resposta: D

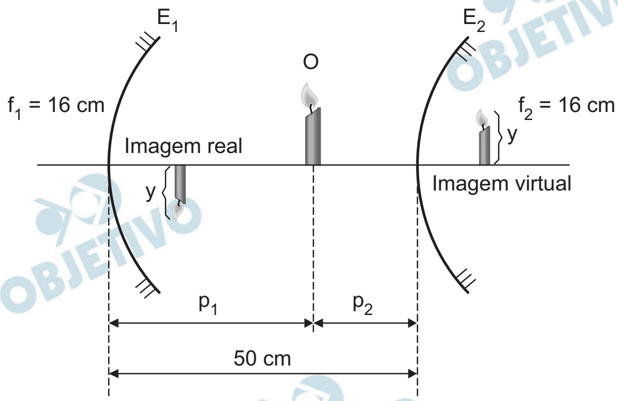
Dois espelhos esféricos interdistantes de 50cm, um côncavo, E_1, e outro convexo, E_2, são dispostos coaxialmente tendo a mesma distância focal de 16cm. Uma vela é colocada diante dos espelhos perpendicularmente ao eixo principal, de modo que suas primeiras imagens conjugadas por E_1 e E_2 tenham o mesmo tamanho. Assinale a opção com as respectivas distâncias, em cm, da vela aos espelhos E_1 e E_2.

a) 25 e 25 b) 41 e 9 c) 34 e 16

d) 35 e 15 e) 40 e 10

Resolução

A montagem descrita está esquematizada abaixo, em que O é o objeto, I_1 é a imagem conjugada por E_1 e I_2 é a imagem conjugada por E_2.



I) $\boxed{p_1 + p_2 = 50}$ ①

II) $A_2 = -A_1$

$$\frac{f_2}{f_2 - p_2} = -\frac{f_1}{f_1 - p_1} \Rightarrow \frac{-16}{-16 - p_2} = \frac{-16}{16 - p_1}$$

$$16 - p_1 = -16 - p_2$$

Da qual: $\boxed{p_1 - p_2 = 32}$ ②

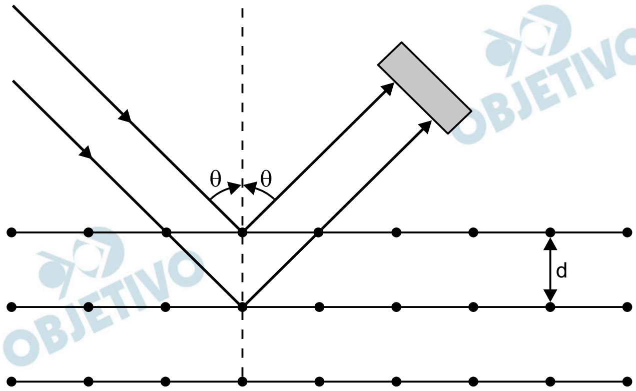
III) Fazendo-se ① + ②, vem:

$2p_1 = 82 \Rightarrow \boxed{p_1 = 41 \text{ cm}}$

$\therefore 41 + p_2 = 50 \Rightarrow \boxed{p_2 = 9 \text{ cm}}$

Resposta: B

Com um certo material, cujas camadas atômicas interdistam de uma distância d, interage um feixe de radiação que é detectado em um ângulo θ conforme a figura. Tal experimento e realizado em duas situações: **(I)** o feixe é de raios X monocromáticos, com sua intensidade de radiaçao medida por um detector, resultando numa distribuição de intensidade em função de θ, com valor máximo para $\theta = \alpha$, e **(II)** o feixe é composto por elétrons monoenergéticos, com a contagem do número de elétrons por segundo para cada ângulo medido, resultando no seu valor máximo para $\theta = \beta$. Assinale a opção com possíveis mudanças que implicam a alteração simultânea dos ângulos α e β medidos.



a) Aumenta-se a intensidade do feixe de raio X e diminui-se a velocidade dos elétrons.

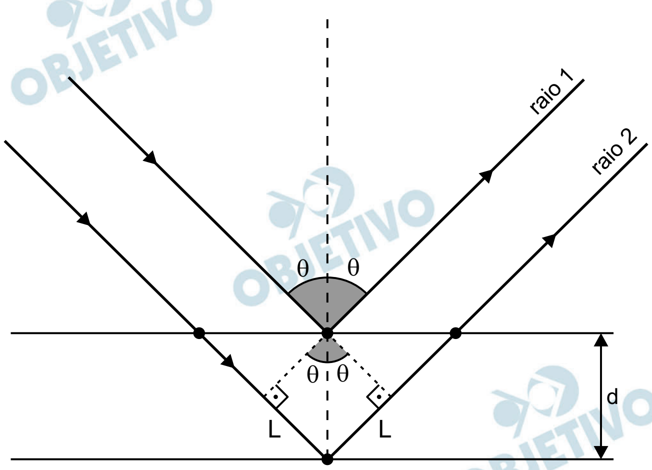
b) Aumenta-se a frequência dos raios X e triplica-se o número de elétrons no feixe.

c) Aumentam-se o comprimento de onda dos raios X e a energia cinética dos elétrons.

d) Dobram-se a distância entre camadas d (pela escolha de outro material) e o comprimento de onda dos raios X. Além disso, diminui-se a velocidade dos elétrons pela metade.

e) Diminui-se a intensidade dos raios X e aumenta-se a energia dos elétrons.

Resolução



Para a interferência construtiva dos raios x, a diferença de percurso entre os raios 1 e 2 deve ser múltipla inteira do comprimento de onda λ do feixe:

$\Delta x = N\lambda$, N inteiro

$$\boxed{2d \text{ sen } \theta = N\lambda}$$

Que ocorre com $\theta = \alpha$:

$\Delta x = 2L = 2 \text{ d sen } \theta$

$2d \text{ sen } \alpha = N\lambda$

$$\boxed{\text{sen } \alpha = \frac{N}{2d} \lambda} \quad (1)$$

No caso do feixe de elétrons, cada um com massa m e energia cinética E, o comprimento de onda de de Broglie λ_e é dado por

$$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Para a interferência construtiva do feixe de elétrons, temos, de forma análoga ao feixe de raios X, a relação

$$\boxed{2d \text{ sen } \theta = N \lambda_e}$$

Que ocorre para $\theta = \beta$:

$2d \text{ sen } \beta = N \lambda_e$

$$\boxed{\text{sen } \beta = \frac{Nh}{2d\sqrt{mE}}} \quad (2)$$

a) *Falsa*. A equação (1) mostra que o ângulo α só se altera com o comprimento de onda λ do feixe de raios X, e não com a intensidade do feixe.

b) *Falsa*. A equação (2) mostra que o ângulo β só se altera com a energia cinética E do elétron, e não com o número de elétrons do feixe.

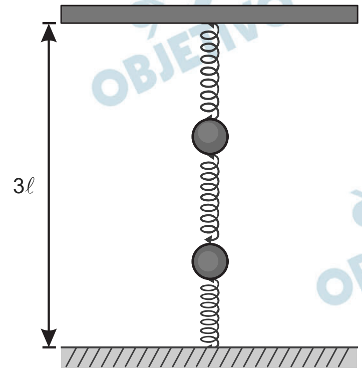
c) *Correta*. Aumentando λ, o ângulo α aumenta; aumentando E, o ângulo β diminui, ocorre uma alteração simultânea nos ângulos α e β.

d) *Falsa*. Dobrando d e λ, o ângulo α não se altera.

e) *Falsa*. Como discutido na alternativa *a*.

Resposta: C

Três molas idênticas, de massas desprezíveis e comprimentos naturais ℓ, são dispostas verticalmente entre o solo e o teto a 3ℓ de altura. Conforme a figura, entre tais molas são fixadas duas massas pontuais iguais. Na situação inicial de equilíbrio, retira-se a mola inferior (ligada ao solo) resultando no deslocamento da massa superior de uma distância d_1 para baixo, e da inferior, de uma distância d_2 também para baixo, alcançando-se nova posição de equilíbrio.

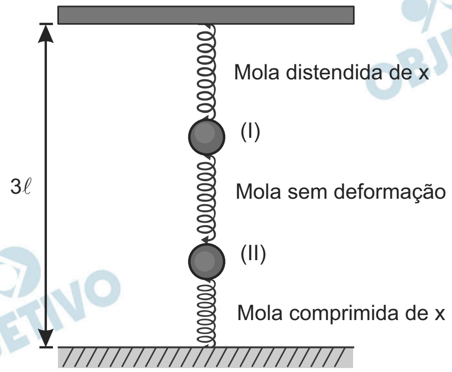


Assinale a razão d_2/d_1.

a) 2 b) 3/2 c) 5/3 d) 4/3 e) 5/4

Resolução

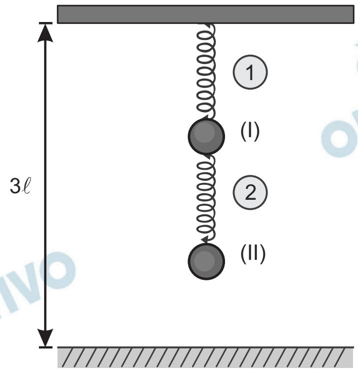
Se a distância entre o teto e o solo é 3ℓ e cada mola tem comprimento natural ℓ, na situação inicial de equilíbrio tudo se passa como se a mola de cima estivesse distendida de x, a mola de baixo estivesse comprimida também do mesmo comprimento x e a mola intermediária *não estivesse deformada*. Isso viabiliza o comprimento total 3ℓ para a associação de molas.



Equilíbrio das massas (I) ou (II), de peso P:

$F_e = P \Rightarrow \boxed{kx = P}$ ①

Com a retirada da mola de baixo, próxima ao solo, o sistema assume a configuração a seguir. Neste caso, as duas molas remanescentes ficam tracionadas.



Mola 1: $F_{e_1} = 2P$

$k\,(x + d_1) = 2P$

$\boxed{kx + kd_1 = 2P}$ 2

Substituindo-se 1 em 2, vem:

$P + kd_1 = 2P$

$\boxed{kd_1 = P}$ 3

Mola 2: $F_{e_2} = P$

$k\,(d_2 - d_1) = P$

$\boxed{kd_2 - kd_1 = P}$ 4

Comparando-se 3 e 4, segue-se que:

$kd_2 - kd_1 = kd_1 \Rightarrow d_2 = 2d_1$

Da qual: $\boxed{\dfrac{d_2}{d_1} = 2}$

Resposta: A

17

No livro *Teoria do Calor* (1871), Maxwell, escreveu referindo-se a um recipiente cheio de ar:

"iniciando com uma temperatura uniforme, vamos supor que um recipiente é dividido em duas partes por uma divisória na qual existe um pequeno orifício, e que um ser que pode ver as moléculas individualmente abre e fecha esse orifício de tal modo que permite somente a passagem de moléculas rápidas de A para B e somente as lentas de B para A. Assim, sem realização de trabalho, ele aumentará a temperatura de B e diminuirá a temperatura de A em contradição com…"

Assinale a opção que melhor completa o texto de Maxwell.

a) a primeira lei da termodinâmica.

b) a segunda lei da termodinâmica.

c) a lei zero da termodinâmica.

d) o teorema da energia cinética.

e) o conceito de temperatura.

Resolução

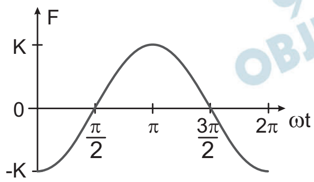
O "ser" citado por Maxwell opera no sentido de "organizar" o sistema: moléculas mais agitadas para o recipiente B e moléculas menos agitadas para o recipiente A.
Com isso, ao "organizar" o sistema, o "ser" reduz a entropia total ('desordem"), porém sem realizar trabalho algum.
Isso conflita com a 2.ª lei da Termodinâmica, que exige em ações como esta a realização de um trabalho (não nulo).

Resposta: B

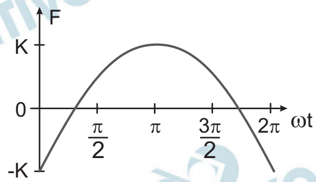
18

Dois fios longos de comprimento L conduzem correntes iguais, I. O primeiro fio é fixo no eixo x do sistema de referência enquanto o segundo gira lentamente com frequência angular ω num plano paralelo ao plano xy, com seu ponto médio fixo em $z = d$, sendo $d > 0$. Supondo que os dois fios sejam paralelos com correntes no mesmo sentido em $t = 0$, e definindo $K = \mu_0 I^2 L/(2\pi d)$, assinale a opção com a figura que melhor representa a dependência temporal da força F que o fio fixo exerce sobre o outro.

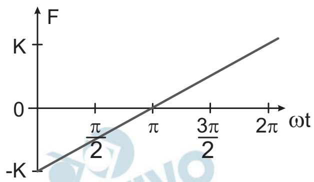
a)



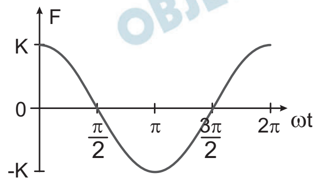
b)



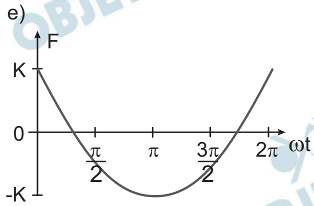
c)



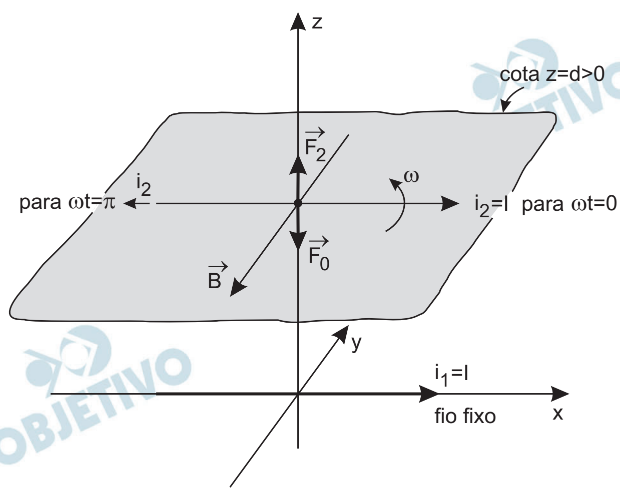
d)



e)



Resolução



As figuras a seguir são vistas de cima e mostram a rotação do segundo fio.

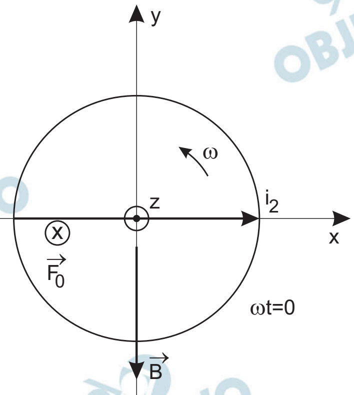


fig. 1

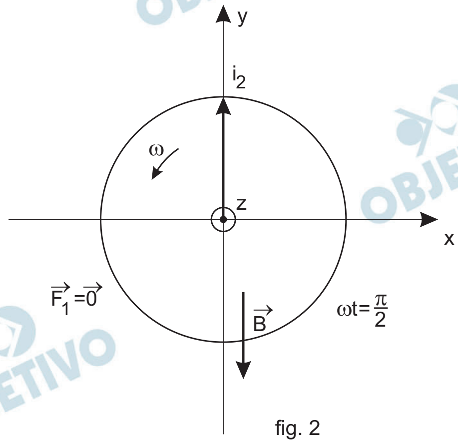


fig. 2

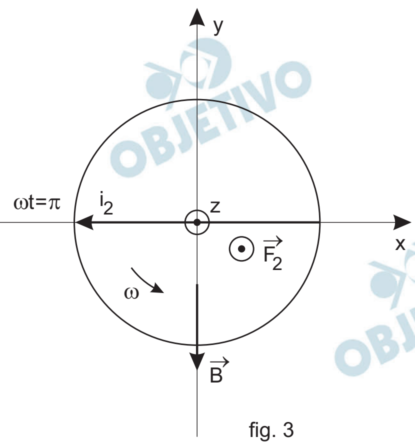


fig. 3

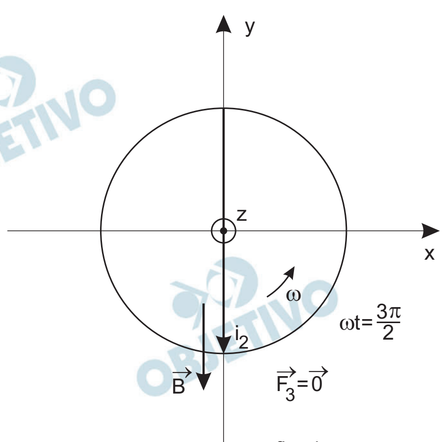


fig. 4

O valor da força magnética que atua no segundo condutor, relativa ao eixo z, é dado pela equação:

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \text{sen}\,(\varphi_0 + \omega t)$$

Na fig. 1, temos: $\omega t = 0$ **e** $F = F_0 \neq 0$

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \text{sen}\,\varphi_0 = -B \cdot I \cdot L$$

Concluímos:

$$\text{sen}\,\varphi_0 = -1 \Rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}}$$

Então:

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \omega t\right)$$

No entanto: $B = \dfrac{\mu_0 \cdot I}{2\pi d}$

$$F = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot L}{2\pi d} \cdot \text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \omega t\right)$$

É dado que:

$$K = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot L}{2\pi d}$$

Concluindo:

$$F = K \cdot \text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \omega t\right)$$

$$\omega t = 0 \Rightarrow F_0 = -K$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow F_1 = 0$$

$$\omega t = \pi \Rightarrow F_2 = +K$$

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow F_3 = 0$$

Logo, o gráfico correspondente à função é o da alternativa A.

Resposta: **A**

19

Um pêndulo simples de massa m e haste rígida de comprimento h é articulado em torno de um ponto e solto de uma posição vertical, conforme a Figura 1. Devido à gravidade, o pêndulo gira atingindo uma membrana ligada a um tubo aberto em uma das extremidades, de comprimento L e área da seção transversal S (Figura 2). Após a colisão de reduzida duração, Δt, o pêndulo recua atingindo um ângulo máximo θ (Figura 3). Sejam ρ a densidade de equilíbrio do ar e c a velocidade do Som. Supondo que energia tenha sido transferida somente para a harmônica fundamental da onda sonora plana no tubo, assinale a opção com a amplitude da oscilação das partículas do ar.

Figura 1

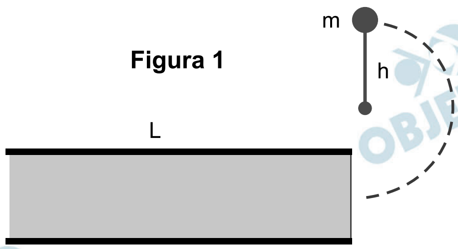


Figura 2

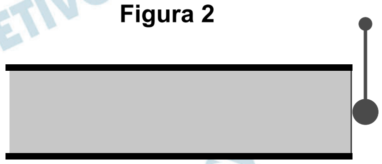
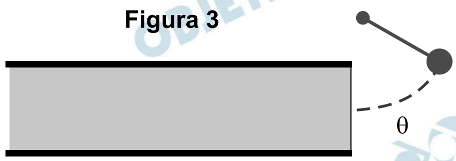


Figura 3



a) $\dfrac{2L}{\pi c}\sqrt{\dfrac{2mgh(1 + \cos\theta)}{\rho S c \Delta t}}$

b) $\dfrac{L}{c}\sqrt{\dfrac{2mgh(1 + \cos\theta)}{\rho S L}}$

c) $\dfrac{2L}{\pi c}\sqrt{\dfrac{2mgh(1 + \cos\theta)}{\rho S L}}$

d) $\dfrac{2L}{\pi c}\sqrt{\dfrac{2mgh(1 - \cos\theta)}{\rho S c \Delta t}}$

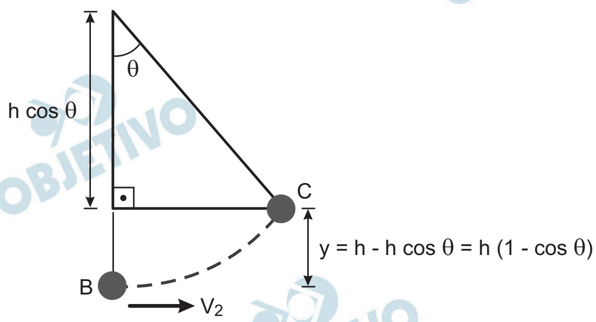
e) $\dfrac{L}{\pi c}\sqrt{\dfrac{2mgh(1 - \cos\theta)}{\rho S c \Delta t}}$

Resolução

1) **Conservação da energia mecânica antes da colisão:**

$$2\,m\,g\,h = \frac{m\,V_1^2}{2} = E_1$$

2) **Após a colisão:**



$$E_B = E_C \Rightarrow \frac{m\,V_2^2}{2} = m\,g\,h\,(1 - \cos\theta) = E_2$$

3) **Energia mecânica transferida:**

$$E = E_1 - E_2 = 2\,m\,g\,h - m\,g\,h\,(1 - \cos\theta)$$

$$E = m\,g\,h\,(2 - 1 + \cos\theta) \Rightarrow \boxed{E = m\,g\,h\,(1 + \cos\theta)}$$

4) **A potência transferida é dada por:**

$$Pot = \frac{E}{\Delta t} = \frac{m\,g\,h}{\Delta t}\,(1 + \cos\theta)$$

5) **A potência da onda sonora é dada por:**

$Pot = 2\,\pi^2\,\rho\,S\,f^2 \,.\, A^2 \,.\, c$ (H. Moysés Nussenzveig)

ρ = densidade do ar

S = área da secção transversal do tubo

f = frequência do som fundamental = $\frac{c}{4L}$

A = amplitude de oscilação pedida

c = módulo da velocidade do som

Isto posto, temos:

$$\frac{m\,g\,h}{\Delta t}\,(1 + \cos\theta) = 2\pi^2\,\rho\,S\left(\frac{c}{4L}\right)^2 A^2 \,.\, c$$

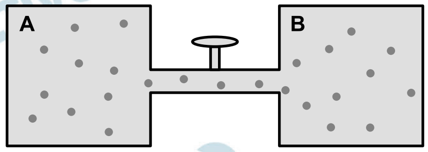
$$\frac{m\,g\,h}{\Delta t}\,(1 + \cos\theta) = 2\pi^2\,\rho\,S\,\frac{c^2}{16L^2}\,A^2 \,.\, c$$

$$A^2 = \frac{8\,m\,g\,h\,(1 + \cos\theta)\,L^2}{\pi^2\,\Delta t\,\rho\,S\,c^3}$$

$$\boxed{A = \frac{2L}{\pi\,c}\sqrt{\frac{2\,m\,g\,h\,(1 + \cos\theta)}{\rho\,S\,\Delta t \,.\, c}}}$$

Resposta: A

Dois recipientes A e B de respectivos volumes V_A e $V_B = \beta V_A$, constantes, contêm um gás ideal e são conectados por um tubo fino com válvula que regula a passagem do gás, conforme a figura.



Inicialmente o gás em A está na temperatura T_A sob pressão P_A e em B, na temperatura T_B sob pressão P_B. A válvula é então aberta até que as pressões finais P_{Af} e P_{Bf} alcancem a proporção $P_{Af} / P_{Bf} = \alpha$, mantendo as temperaturas nos seus valores iniciais. Assinale a opção com a expressão de P_{Af}.

a) $\left[\left(\dfrac{P_B}{P_A}\dfrac{T_A}{T_B} + \beta\right) / \left(\beta \dfrac{1}{\alpha}\dfrac{T_A}{T_B}\right)\right] P_A$

b) $\left[\left(1 + \beta\dfrac{P_B}{P_A}\dfrac{T_A}{T_B}\right) / \left(1 - \dfrac{\beta}{\alpha}\dfrac{T_A}{T_B}\right)\right] P_A$

c) $\left[\left(1 + \beta\dfrac{P_B}{P_A}\dfrac{T_A}{T_B}\right) / \left(1 + \dfrac{\beta}{\alpha}\dfrac{T_A}{T_B}\right)\right] P_A$

d) $\left[\left(1 + \beta\dfrac{P_B}{P_A}\dfrac{T_A}{T_B}\right) / \left(\alpha + \beta\dfrac{T_A}{T_B}\right)\right] P_A$

e) $\left[\left(\beta\dfrac{P_B}{P_A}\dfrac{T_A}{T_B} - 1\right) / \left(\alpha + \beta\dfrac{T_A}{T_B}\right)\right] P_A$

Resolução

A quantidade de matéria é conservada, assim:

$$n_{inicial} = n_{final}$$

$$n_A + n_B = n_{A_f} + n_{B_f}$$

$$\frac{P_A V_A}{T_A R} + \frac{P_B V_B}{T_B R} = \frac{P_{A_f} V_A}{T_A R} + \frac{P_{B_f} V_B}{T_B R}$$

$$\frac{P_A V_A T_B + P_B V_B T_A}{T_A T_B R} = \frac{P_{A_f} V_A T_B + P_{B_f} V_B T_A}{T_A T_B R}$$

$$P_A V_A T_B + P_B \cdot \beta V_A \cdot T_A = P_{A_f} V_A T_B + P_{B_f} \cdot \beta V_A \cdot T_B$$

$$P_A T_B + \beta P_B T_A = P_{A_f} \cdot T_B + \frac{P_{A_f}}{\alpha} \cdot \beta T_A$$

$$P_A T_B + \beta P_B T_A = \frac{P_{A_f} \alpha T_B + P_{A_f} \beta T_A}{\alpha}$$

$$P_{A_f} = \frac{P_AT_B + \beta P_BT_A}{\dfrac{\alpha T_B + \beta T_A}{\alpha}}$$

Dividindo o numerador e o denominador por P_AT_B, vem:

$$P_{A_f} = \frac{\dfrac{P_AT_B + \beta P_BT_A}{P_AT_B}}{\dfrac{T_B + \dfrac{\beta T_A}{\alpha}}{P_AT_B}}$$

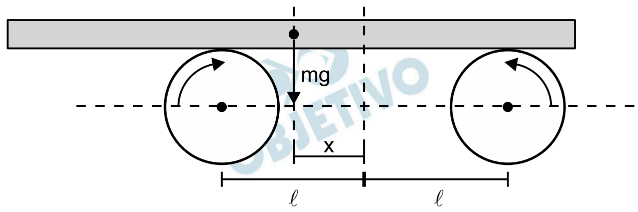
$$P_{A_f} = \left(\frac{1 + \dfrac{\beta P_BT_A}{P_AT_B}}{\dfrac{T_B}{T_B} + \dfrac{\beta T_A}{\alpha T_B}} \right) = \left(\frac{1 + \dfrac{\beta P_BT_A}{P_AT_B}}{1 + \dfrac{\beta}{\alpha} \dfrac{T_A}{T_B}} \right)$$

$$\boxed{P_{A_f} = \left[\left(1 + \beta \frac{P_B}{P_A} \cdot \frac{T_A}{T_B}\right) / \left(1 + \beta \frac{T_A}{T_B}\right)\right] P_A}$$

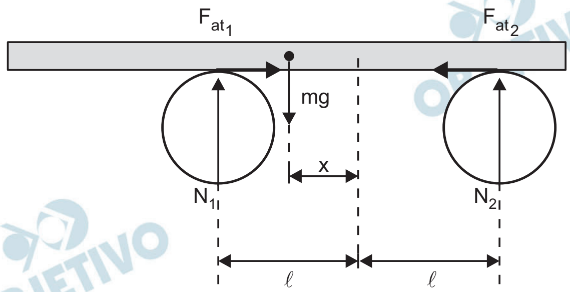
Resposta: C

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser desenvolvidas, justificadas e respondidas no caderno de soluções.

Uma prancha homogênea de massa m é sustentada por dois roletes, interdistantes de 2ℓ, que giram rapidamente em sentidos opostos, conforme a figura. Inicialmente o centro de massa da prancha dista x da linha intermediária entre os roletes. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre os roletes e a prancha, determine a posição do centro de massa da prancha em função do tempo.



Resolução



1) Na direção vertical, temos:

$$N_1 + N_2 = m\,g \quad (1)$$

2) A soma dos torques em relação ao centro de gravidade deve ser nula.

$$N_1(\ell - x) = N_2(\ell + x)$$

$$N_1 = N_2 \frac{(\ell + x)}{\ell - x} \quad (2)$$

(2) em (1): $N_2 \dfrac{(\ell + x)}{\ell - x} + N_2 = m\,g$

$$N_2\left(\frac{\ell + x}{\ell - x} + 1\right) = m\,g$$

$$N_2 \frac{(\ell + x + \ell - x)}{\ell - x} = m\,g \Rightarrow \boxed{N_2 = \frac{m\,g\,(\ell - x)}{2\ell}}$$

Em (2):

$$N_1 = \frac{m\,g\,(\ell - x)}{2\ell} \cdot \frac{(\ell + x)}{\ell - x}$$

$$\boxed{N_1 = m\,g \frac{(\ell + x)}{2\ell}}$$

3) PFD: $F_{at_1} - F_{at_2} = m\,a$

$$\mu N_1 - \mu N_2 = m\,a$$

$$\boxed{\mu\,(N_1 - N_2) = m\,a} \quad (1)$$

$$N_1 - N_2 = \frac{m\,g}{2\ell}(\ell + x - \ell + x) = \frac{m\,g}{2\ell} \,.\, 2x$$

$$\boxed{N_1 - N_2 = \frac{m\,g\,x}{\ell}} \quad (2)$$

(2) em (1):

$$\frac{\mu\,m\,g\,x}{\ell} = m\,a \Rightarrow \boxed{a = \frac{\mu\,g}{\ell} \,.\, x}$$

O centro de massa da prancha vai descrever um MHS.

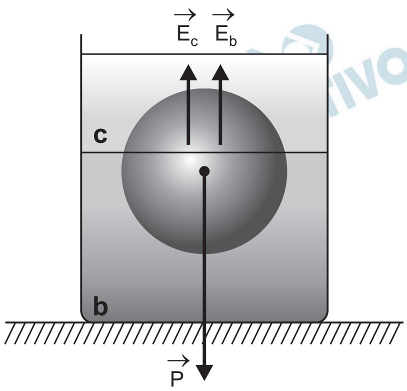
Supondo-se que a posição inicial corresponda à velocidade nula, então x será a amplitude do MHS e teremos:

x(t) = x cos ωt

$$\boxed{x(t) = x \cos\left(\sqrt{\frac{\mu\,g}{\ell}}\ t\right)}$$

Uma esfera sólida e homogênea de volume V e massa específica ρ repousa totalmente imersa na interface entre dois líquidos imiscíveis. O líquido de cima tem massa específica ρ_c e o de baixo, ρ_b, tal que $\rho_c < \rho < \rho_b$. Determine a fração do volume da esfera imersa no líquido superior.

Resolução



Equilíbrio da esfera:

$$P = E_{total}$$

$$P = E_b + E_c$$

$$Mg = \rho_b V_b g + \rho_c V_c g$$

$$\rho V = \rho_b (V - V_c) + \rho_c V_c$$

$$\rho V = \rho_b V - \rho_b V_c + \rho_c V_c$$

$$V_c (\rho_b - \rho_c) = V (\rho_b - \rho)$$

Da qual: $\boxed{\dfrac{V_c}{V} = \dfrac{\rho_b - \rho}{\rho_b - \rho_c}}$

Resposta: $\dfrac{V_c}{V} = \dfrac{\rho_b - \rho}{\rho_b - \rho_c}$

23

Dois capacitores em paralelo de igual capacitância C estão ligados a uma fonte cuja diferença de potencial é U. A seguir, com essa fonte desligada, introduz-se um dielétrico de constante dielétrica k num dos capacitores, ocupando todo o espaço entre suas placas. Calcule:

a) a carga livre que flui de um capacitor para outro;

b) a nova diferença de potencial entre as placas dos capacitores;

c) a variação da energia total dos capacitores entre as duas situações.

Resolução

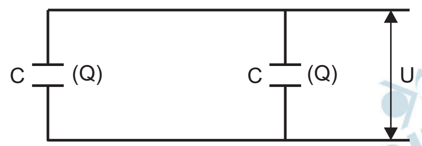


fig. 1 - situação inicial

a) **O capacitor no qual introduzimos o dielétrico recebeu uma carga elétrica q do outro capacitor. A figura mostra:**

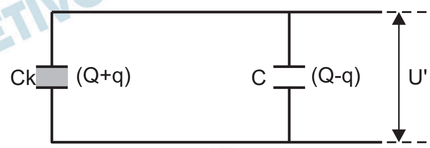


fig. 2 - situação final

Estando em paralelo, os capacitores estão sob a mesma ddp U':

$$U' = \frac{C\,k}{Q + q} \quad \text{e} \quad U' = \frac{C}{Q - q}$$

$$\frac{C\,k}{Q + q} = \frac{C}{Q - q} \Rightarrow k\,(Q - q) = Q + q$$

$$kQ - kq = Q + q$$

$$q = \frac{Q(k - 1)}{k + 1}$$

Mas Q é a carga inicial de um dos capacitores:

$$Q = C\,.\,U$$

$$\boxed{q = \frac{CU\,(k - 1)}{k + 1}}$$

b) **Cálculo da nova ddp U':**

Na situação inicial:

$$Q_{TOT} = 2Q = 2CU$$

Na situação final:

$Q_{TOT} = C \cdot U' + k\,C\,U'$

$Q_{TOT} = CU'(1 + k)$

Usando o princípio da conservação da carga elétrica:

$C \cdot U'(1 + k) = 2C\,U$

$$\boxed{U' = \frac{2U}{1 + k}}$$

c) Cálculo da variação de energia dos capacitores:

$$W_{in} = \frac{C_{eq} \cdot U^2}{2} = \frac{2\,C\,U^2}{2} = C\,U^2$$

$$W_{fi} = \frac{C'_{eq} \cdot (U')^2}{2} = \frac{(Ck + C)}{2} \cdot \left(\frac{2U}{1 + k}\right)^2$$

$$W_{fi} = \frac{C(k + 1)}{2} \cdot \frac{4U^2}{(1 + k)^2}$$

$$W_{fi} = \frac{2\,C\,U^2}{(1 + k)}$$

$\Delta W = W_{fi} - W_{in}$

$$\Delta W = \frac{2\,C\,U^2}{(1 + k)} - CU^2 = CU^2\left(\frac{2}{1 + k} - 1\right)$$

$$\Delta W = CU^2\left(\frac{1 - k}{1 + k}\right)$$

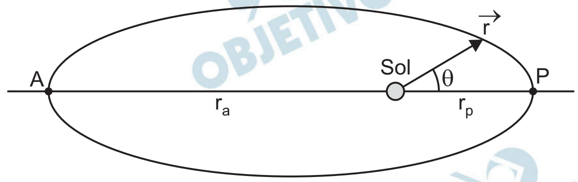
$$\boxed{\Delta W = -\,CU^2\left(\frac{k - 1}{k + 1}\right)}$$

A equação anterior mostra uma perda de energia eletrostática ao introduzir o dielétrico em um dos capacitores.

Esse fenômeno é atribuído à perda por energia térmica e por emissão de ondas eletromagnéticas.

Seja um cometa numa órbita elíptica com as distâncias do afélio, r_a, e periélio, r_p. Com o Sol num dos focos como origem de um sistema de coordenadas polares, a equação que descreve o módulo do vetor posição **r** em função do ângulo θ medido a partir do periélio é $r(\theta) = \alpha/(1 + \varepsilon \cos\theta)$, em que α e ε são constantes, sendo $0 < \varepsilon < 1$. Expresse a excentricidade ε, a constante α e o período da órbita em função de r_a e r_p.

Resolução



$$r(\theta) = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon \cos\theta}$$

1) **Para θ = 0, temos $r(\theta) = r_p$**

$$\boxed{r_p = \frac{\alpha}{1+\varepsilon}} \quad (1)$$

2) **Para θ = 180°, temos $r(\theta) = r_a$**

$$\boxed{r_a = \frac{\alpha}{1-\varepsilon}} \quad (2)$$

$$\alpha = (1+\varepsilon)\, r_p = r_a\,(1-\varepsilon)$$

$$r_p + \varepsilon r_p = r_a - r_a\,\varepsilon$$

$$\varepsilon\,(r_p + r_a) = r_a - r_p \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{r_a - r_p}{r_p + r_a}}$$

Em (1):

$$\alpha = r_p\,(1+\varepsilon)$$

$$\alpha = r_p\left(1 + \frac{r_a - r_p}{r_p + r_a}\right) = r_p\,\frac{(r_p + r_a + r_a - r_p)}{r_p + r_a}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2r_a\,r_p}{r_p + r_a}}$$

3) **O período de órbita é dado pela 3.ª Lei de Kepler:**

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$R = \frac{r_p + r_a}{2}$$

$$T^2 = \left(\frac{r_p + r_a}{2}\right)^3 \cdot \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\boxed{T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} \cdot \left(\frac{r_p + r_a}{2}\right)^3}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(r_p + r_a)^3}{8\,GM}}}$$

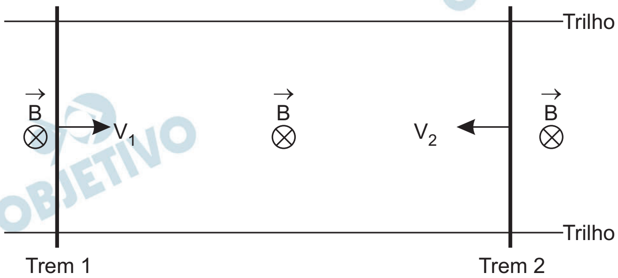
G = constante de gravitação universal

M = massa do Sol

Na figura, os dois trens se aproximam, um com velocidade constante $v_1 = 108$ km/h e o outro com velocidade também constante $v_2 = 144$ km/h. Considere os trens condutores perfeitos e os trilhos interdistantes de d = 2,0 m, com resistência elétrica por unidade de comprimento igual a 0,10 Ω/km. Sabendo que em t = 0 os trens estão a 10 km de distância entre si e que o componente vertical local do campo magnético da Terra é $B = 5{,}0 \times 10^{-5}$ T, determine a corrente nos trilhos em função do tempo.

Resolução

Os dois trens funcionam como se fossem duas barras condutoras, apoiadas transversalmente nos trilhos e movimentando-se em sentidos opostos.



$\vec{B}$: componente vertical do campo magnético da Terra

Com a aproximação dos dois trens, a área delimitada por eles e pelos trilhos (retângulo) vai diminuir e ocorre diminuição do fluxo magnético. Surge no retângulo uma corrente induzida no sentido horário (regra da mão direita), a qual vai gerar uma "recuperação" de fluxo (Lei de Lenz).

Cálculo da velocidade relativa:

$$V_{rel} = V_1 + V_2$$

$$V_{rel} = 108 \frac{km}{h} + 144 \frac{km}{h} = 252 \frac{km}{h}$$

ou

$$V_{rel} = 30 \text{ m/s} + 40 \text{ m/s} = 70 \text{ m/s}$$

Enquanto os trens se deslocam, o comprimento dos trilhos diminui.

$$L = L_0 - V_{rel} \cdot t$$

$L = 10 - 252t$ (*L* em km e *t* em horas)

A resistência elétrica deve ser contada em dobro, pois temos dois trilhos:

$$R = 0{,}10\ (\Omega/\text{km}) \;.\; (10 - 252\ t) \;.\; 2\ (\text{km})$$

$$R = 0{,}20\ (10 - 252\ t) \qquad (R \text{ em } \Omega \text{ e } t \text{ em horas})$$

A intensidade da corrente induzida é dada por

$$i = \frac{B \,.\, d \,.\, V_{rel}}{R}$$

$$B = 5{,}0 \,.\, 10^{-5}\text{T};\ \ d = 2{,}0\text{ m};\ V_{rel} = 70\text{ m/s}$$

$$i = \frac{5{,}0 \,.\, 10^{-5} \,.\, 2{,}0 \,.\, 70}{0{,}20(10 - 252t)}$$

$$i = \frac{35 \,.\, 10^{-3}}{10 - 252t} \text{ ou } \boxed{i = \frac{3{,}5 \,.\, 10^{-2}}{10 - 252t}} \text{ Para } \begin{cases} t \text{ em horas} \\ i \text{ em A} \end{cases}$$

Resposta: $i = \dfrac{3{,}5 \,.\, 10^{-2}}{10 - 252t}$ **(A) (t em horas)**

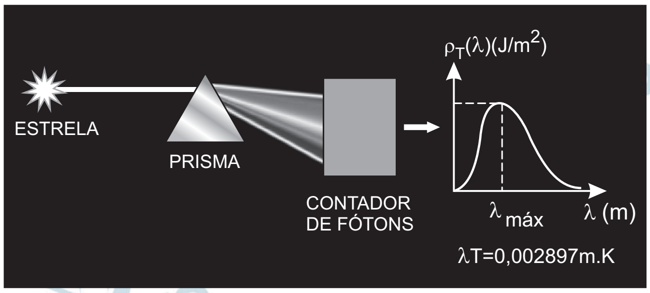
Contando com um prisma e um contador de número de fótons por segundo, deseja-se medir a temperatura de uma estrela com base no seu espectro eletromagnético obtido por meio de um telescópio.

a) Projete esquematicamente esse experimento representando o prisma como um triângulo e o contador de fótons por segundo como um quadrado.

b) Explique os conceitos usados em (a) para obter a temperatura da estrela.

Resolução

a) **Montagem experimental para a medida da temperatura da estrela:**



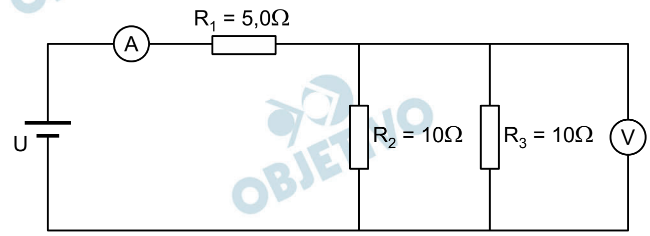
b) **O prisma promove a dispersão da luz da estrela e, o contador de fótons permite a construção do gráfico da densidade de energia ρ_T (λ) em função do comprimento de onda λ. O ponto máximo do gráfico associa o valor de $\lambda_{máx}$ à temperatura T da estrela por meio da Lei de Wien.**

$$\boxed{\lambda T = 0{,}002897 \text{ m . K}}$$

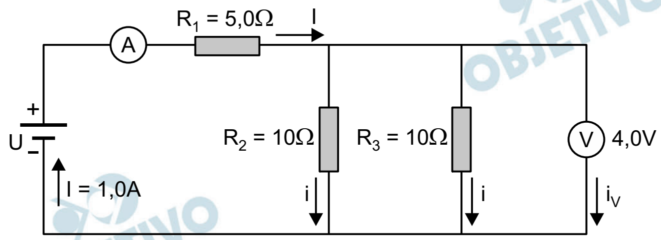
Resposta: a) vide figura
b) Lei de Wien $\lambda T = 0{,}002897$ mK

27

No circuito abaixo os medidores de corrente e de tensão elétrica possuem resistência interna. Sabendo-se que a fonte fornece a ddp U, o voltímetro mede 4,0 V, o amperímetro mede 1,0 A e que os valores das resistências R_1, R_2 e R_3 estão indicadas na figura, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.



Resolução



I) Cálculo da corrente i que percorre os resistores R_2 e R_3.

Como $R_2 = R_3 = 10\Omega$, as correntes que percorrem esses dois resistores têm intensidades iguais.

$U_V = R_2 i \Rightarrow 4,0 = 10i \Rightarrow \boxed{i = 0,40A}$

II) Voltímetro:

$I = 2i + i_V \Rightarrow 1,0 = 2 \,.\, 0,40 + i_V$

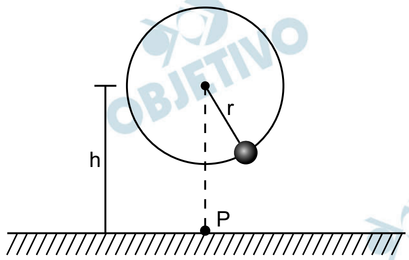
$\boxed{i_v = 0,20A}$

$U_V = R_V \, i_V \Rightarrow 4,0 = R_V \, 0,20$

$\boxed{R_v = 20\Omega}$

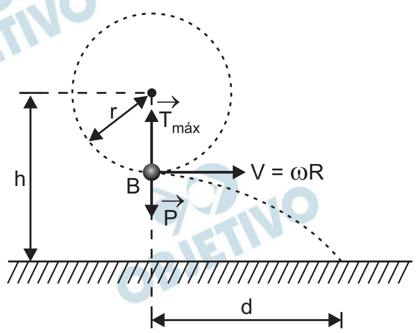
Resposta: 20Ω

Na figura, presa a um fio de comprimento de 1,0 m, uma massa de 1,0 kg gira com uma certa velocidade angular num plano vertical sob a ação da gravidade, com eixo de rotação a h = 6,0 m do piso. Determine a velocidade angular mínima dessa massa para a ruptura do fio que suporta no máximo a tração de 46N, bem como a distância ao ponto P do ponto em que, nesse caso, a massa tocará o solo.



Resolução

I) A ruptura do fio ocorre na posição mais baixa da partícula, onde se estabelece a força de tração com intensidade máxima.



No ponto B:

$$T_{máx} - P = F_{cp_B}$$

$$T_{máx} - mg = m\omega^2_{máx}\, r$$

$$46 - 1,0 \,.\, 10 = 1,0\ \omega^2_{máx}\ 1,0$$

$$\omega^2_{máx} = 36 \Rightarrow \boxed{\omega_{máx} = 6,0 \text{ rad/s}}$$

II) Cálculo do alcance d do voo balístico:

Queda vertical: MUV

$$\Delta y = V_{0y}t + \frac{\gamma_y}{2}t^2 \Rightarrow h - r = \frac{g}{2}\ t^2$$

$$6,0 - 1,0 = \frac{10}{2}t^2 \Rightarrow \boxed{t = 1,0 s}$$

Movimento horizontal: MU

$$d = Vt \Rightarrow d = \omega\, r\, t$$

$$d = 6,0 \,.\, 1,0 \,.\, 1,0 \text{ (m)}$$

$$\boxed{d = 6{,}0 \text{ m}}$$

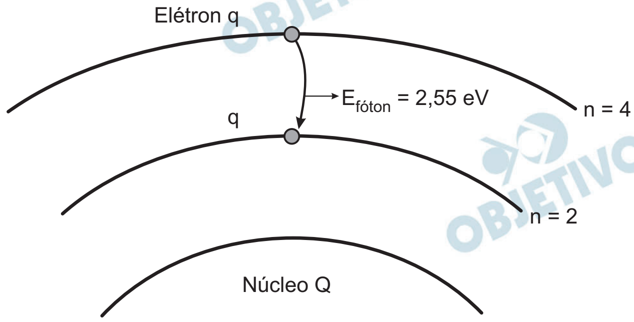
Resposta: 6,0 rad/s e 6,0 m

29

Um átomo de Hidrogênio emite um fóton de energia 2,55 eV na transição entre dois estados estacionários. A razão entre as velocidades dos elétrons nesses dois estados é 1/2. Determine a energia potencial do elétron no estado final desse átomo, sabendo que energia total no estado n é $E_n = -13{,}6/n^2$ eV e o raio é $r = n^2 r_B$, em que r_B é o raio de Bohr e n = 1, 2, 3… .

Resolução

A transição apresentada ocorre do estado 4 para o estado 2 para a emissão do fóton com energia 2,55 eV.



$$E = -\frac{13{,}6}{n^2}\ \text{eV}$$

$$n = 2 \Rightarrow E_2 = -\frac{13{,}6}{2^2}\ \text{eV} = -3{,}4\ \text{eV}$$

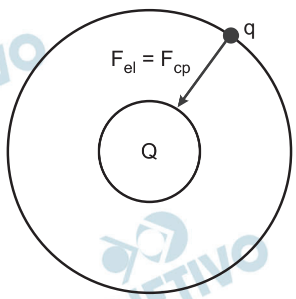
$$n = 4 \Rightarrow E_4 = -\frac{13{,}6}{4^2}\ \text{eV} = -0{,}85\ \text{eV}$$

$$E_{fóton} = E_4 - E_2 = -0{,}85 - (-3{,}4)\ (\text{eV})$$

$$\boxed{E_{fóton} = 2{,}55\ \text{eV}}$$

Assim, o estado final é n = 2 e $E_2 = -3{,}4$ eV

A energia cinética do elétron é obtida igualando a força centrípeta à força eletrostática.



$$F_{cp} = F_{el}$$

$$\frac{mV^2}{R} = \frac{k_0\,|Q|\,|q|}{R^2}$$

$$mV^2 = \frac{k_0\,|Q|\,|q|}{R}$$

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{k_0\,|Q|\,|q|}{2R}$$

$$\boxed{E_c = \frac{|E_{pot}|}{2}}$$

Assim, a energia mecânica para o estado n = 2 vale:

$\boxed{E_{mec} = E_c + E_{pot}}$ **. A energia potencial é negativa, pois a força é de atração.**

$$E_{mec} = -\frac{E_{pot}}{2} + E_{pot}$$

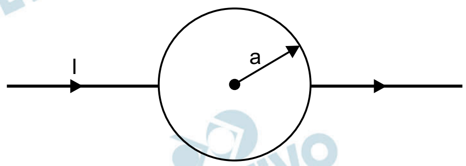
$$E_{mec} = \frac{E_{pot}}{2}$$

$$E_{pot} = 2\,E_{mec}$$

$$E_{pot} = 2\,(-3{,}4)\ eV$$

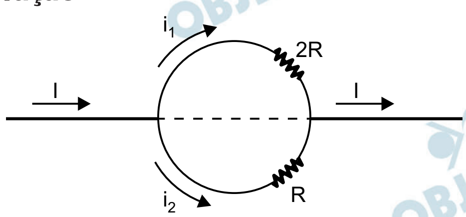
$$\boxed{E_{pot} = -6{,}8\ eV}$$

A figura mostra um fio por onde passa uma corrente I conectado a uma espira circular de raio a. A semicircunferência superior tem resistência igual a 2R e a inferior, igual a R. Encontre a expressão para o campo magnético no centro da espira em termos da corrente I.



Resolução

(I)



As duas semicircunferências que compõem a espira estão associadas em paralelo, logo:

$U_1 = U_2 \Rightarrow 2R\ i_1 = R\ i_2$

Da qual: $\boxed{i_1 = \dfrac{i_2}{2}}$

(II) $i_1 + i_2 = I \Rightarrow \dfrac{i_2}{2} + i_2 = I \Rightarrow \boxed{i_2 = \dfrac{2}{3}I}$

Logo: $i_1 = \dfrac{i_2}{2} \Rightarrow \boxed{i_1 = \dfrac{1}{3}I}$

(III) O campo magnético resultante no centro da espira é dado pela soma vetorial do campo magnético provocado pela semiespira de cima (campo entrando no plano da figura) com o campo magnético criado pela semiespira de baixo (campo saindo do plano da figura).

$\vec{B}_{res} = \vec{B}_2 + \vec{B}_1 \Rightarrow B_{res} = B_2 - B_1$

No centro de uma espira circular de raio r percorrida por uma corrente i, a intensidade do campo magnético B (perpendicular ao plano da espira) é calculada por:

$B = \dfrac{\mu\ i}{2r}$ **(μ é a permeabilidade magnética do meio)**

Considerando-se uma semiespira, a intensidade do campo magnético no mesmo local reduz-se à metade (Lei de Biot-Savart).

Assim:

$$B = \frac{\mu\, i}{4r}$$

Retomando o cálculo acima, vem:

$$B_{res} = \frac{\mu\, i_2}{4a} - \frac{\mu\, i_1}{4a}$$

$$B_{res} = \frac{\mu \frac{2}{3} I}{4a} - \frac{\mu \frac{1}{3} I}{4a}$$

$$B_{res} = \frac{2\, \mu\, I}{12a} - \frac{\mu\, I}{12a}$$

Da qual: $\boxed{B_{res} = \frac{\mu\, I}{12a}}$

Resposta: $\frac{\mu\, I}{12a}$