

Se precisar, use os seguintes valores para as constantes: carga do próton = $1,6 \times 10^{-19}$ C; massa do próton = $1,7 \times 10^{-27}$ kg; aceleração da gravidade $g = 10$ m/s²; 1 atm = 76 cm Hg; velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Questão 1. Ao passar pelo ponto O , um helicóptero segue na direção norte com velocidade v constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto P , a uma distância δ de O , e voa para o oeste, em direção a O , com velocidade u também constante, conforme mostra a figura. Considerando t o instante em que a distância d entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.

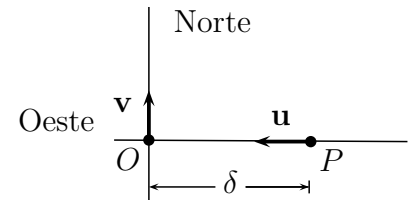
A () A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto O é $\delta u/v$.

B () A distância do helicóptero ao ponto O no instante t é igual a $\delta v/\sqrt{v^2 + u^2}$.

C (\times) A distância do avião ao ponto O no instante t é igual a $\delta v^2/(v^2 + u^2)$.

D () O instante t é igual a $\delta v/(v^2 + u^2)$.

E () A distância d é igual a $\delta u/\sqrt{v^2 + u^2}$.



Solução 1.

Depois de um tempo t o helicóptero sobe

$$t v$$

O avião anda

$$t u$$

A distância quadrado entre eles será

$$t^2 (v^2 + u^2) - 2 \delta t u + \delta^2$$

O tempo mínimo será

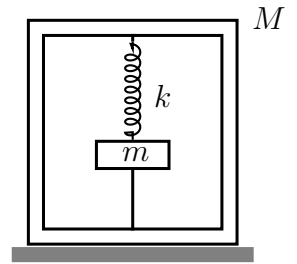
$$\frac{\delta u}{v^2 + u^2}$$

A distância do avião ao ponto O para t mínimo é

$$\frac{\delta v^2}{v^2 + u^2}$$

Questão 2. No interior de uma caixa de massa M , apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica k presa a um corpo de massa m , em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação b da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa. Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se

- A () $b > (M + m)g/k$.
 B (×) $b > (M + 2m)g/k$.
 C () $b > (M - m)g/k$.
 D () $b > (2M - m)g/k$.
 E () $b > (M - 2m)g/k$.



Solução 2.

Seja x o valor da deformação da mola no máximo para cima. Neste instante, a força que a mola exerce sobre a caixa é $kx = Mg$.

$$x = \frac{gM}{k}$$

Considerando o referencial da energia potencial na posição de equilíbrio da mola temos a lei da conservação da energia

$$\frac{b^2 k}{2} - b g m = \frac{g^2 M^2}{2 k} + \frac{g^2 m M}{k}$$

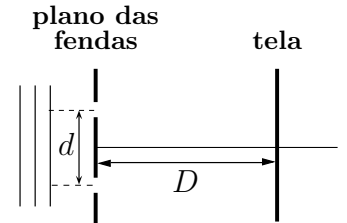
Cuja solução é

$$\left[b = \frac{g(M + 2m)}{k}, b = -\frac{gM}{k} \right]$$

A segunda solução não é possível pois $b > 0$ logo

$$[b > (M + 2m)g/k].$$

Questão 3. Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda λ_1 e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é λ_2 . As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a n , assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.



- A $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)/(nd)|$
 B $|D(M\lambda_2 - m\lambda_1)/(nd)|$
 C $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1)/d|$
 D $|Dn(M\lambda_2 - m\lambda_1)/d|$
 E $|D(Mn\lambda_2 - m\lambda_1)/d|$

Solução 3.

Sabemos que os máximos se encontram em

$$\psi = A^2 \cos^2 \left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2} \right)$$

Sabemos que

$$r_2 - r_1 = d \sin \theta = d\theta = d \frac{x}{D}$$

O $\cos^2 \alpha$ tem zeros em $n\pi$

Assim, sabendo que $k = 2\pi/\lambda$ temos que

$$\frac{\pi dx}{\lambda D} = n\pi$$

Esta é a fórmula geral. Caso do ar

$$x = \frac{m\lambda_1 D}{d}$$

Caso da água temos a mesma fórmula só que temos que levar em consideração o índice de refração da água. Sendo que o $\lambda_{H_2O} = \lambda_2/n$

$$y = \frac{M\lambda_2 D}{nd}$$

O resultado é

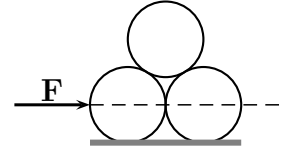
$$|x - y| = \left| \frac{m\lambda_1 D}{d} - \frac{M\lambda_2 D}{nd} \right|$$

organizando o resultado

$$|x - y| = |D(M\lambda_2 - Mn\lambda_1)/nd|$$

Questão 4. Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal \mathbf{F} , constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que

- A (×) $g/(3\sqrt{3}) \leq a \leq g/\sqrt{3}$.
 B () $2g/(3\sqrt{2}) \leq a \leq 4g/\sqrt{2}$.
 C () $g/(2\sqrt{3}) \leq a \leq 4g/(3\sqrt{3})$.
 D () $2g/(3\sqrt{2}) \leq a \leq 3g/(4\sqrt{2})$.
 E () $g/(2\sqrt{3}) \leq a \leq 3g/(4\sqrt{3})$.



Solução 4.

Colocamos o referencial no cilindro da esquerda. A aceleração máxima é obtida quando o cilindro de cima se desloca do da esquerda. As forças sobre o cilindro de cima são o Peso P , a normal devida ao cilindro da direita N_d a normal devida ao cilindro da esquerda N_e e a força de inercia F . Então temos as equações

$$\frac{\pi}{180}$$

$$g m = \frac{\sqrt{3} N_e}{2} + \frac{\sqrt{3} N_d}{2}$$

$$\frac{N_d}{2} + a m = \frac{N_e}{2} \quad eq(2)$$

$$\left[N_e = -\frac{\sqrt{3} N_d - 2 g m}{\sqrt{3}} \right]$$

Agora substituímos estes valores na eq(2)

$$\frac{N_d}{2} + a m = -\frac{\sqrt{3} N_d - 2 g m}{2 \sqrt{3}}$$

$$\frac{\frac{N_d}{2} + a m}{m} = -\frac{\sqrt{3} N_d - 2 g m}{2 \sqrt{3} m}$$

O a máximo é obtido fazendo $N_d = 0$ na eq(2)

$$\left[\left[a_{max} = \frac{g}{\sqrt{3}} \right] \right]$$

A aceleração mínima será quando o peso do cilindro de cima contrabalançar a força de inércia. As variáveis agora são: a força de inércia F sobre o cilindro da direita, a força F_e que o cilindro esquerdo exerce sobre o direito, a normal N do plano sobre o cilindro da direita, e o peso do cilindro de cima sobre o de baixo que é $P_c = -N_d$. Então temos as equações

$$N = \frac{\sqrt{3} N_d}{2} + g m$$

$$\frac{N_d}{2} + F_e = a m eq(4)$$

Agora fazemos $F_e = 0$ na eq(4) e resolvemos o sistema de equações para N, N_d, N_e e a

$$\frac{N_d}{2} = a m$$

$$\left[\left[a = \frac{g}{3^{\frac{3}{2}}}, N = \frac{4 g m}{3}, N_d = \frac{2 g m}{3^{\frac{3}{2}}}, N_e = \frac{4 g m}{3^{\frac{3}{2}}} \right] \right]$$

logo, o a mínimo será

$$\left[a_{min} = \frac{g}{3^{\frac{3}{2}}} = \frac{g}{3\sqrt{3}} \right]$$

Questão 5. Duas partículas, de massas m e M , estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r , de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M , num ponto Q , conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão m/M entre as massas é igual a

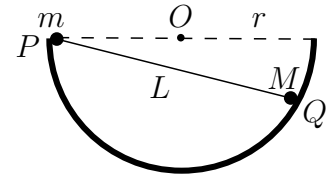
A (×) $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$.

D () $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$.

B () $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$.

E () $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$.

C () $(L^2 - 2r^2)(r^2 - L^2)$.



Solução 5.

Seja N_1 a força sobre a massa m , N_2 a força sobre a massa M , P o peso, α o ângulo entre a barra e o diâmetro, x_{cm} a distância entre a massa m e o centro de massa da barra. A soma das forças é zero

Agora dividimos a equação eq1 pela eq3 para eliminar N_1 e ficamos só com a variável α sabendo que $2r \cos(\alpha) = L$

$$\sin(2\alpha) N_2 = g(M + m)$$

$$\cos(2\alpha) N_2 = N_1$$

$$\frac{\sin(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = \frac{g(M + m)}{N_1}$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{gM}{N_1} + \frac{gm}{N_1}$$

$$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{gM}{N_1} + \frac{gm}{N_1}$$

O x_{cm} é

$$\frac{LM}{M + m}$$

O torque com relação ao ponto onde está a massa M é

$$\sin \alpha L N_1 = \cos \alpha g (M + m) \left(L - \frac{LM}{M + m} \right)$$

$$\frac{\sin \alpha L}{\cos \alpha} = \frac{g (M + m) \left(L - \frac{LM}{M + m} \right)}{N_1}$$

$$\tan \alpha L = \frac{gmL}{N_1}$$

$$\frac{2}{(1 - \tan^2 \alpha) L} = \frac{\left(\frac{gM}{N_1} + \frac{gm}{N_1} \right) N_1}{gmL}$$

$$-\frac{2}{(\tan^2 \alpha - 1) L} = \frac{M + m}{mL}$$

$$-\frac{2}{(\sec^2 \alpha - 2) L} = \frac{M + m}{mL}$$

$$-\frac{2}{\left(\frac{4r^2}{L^2} - 2 \right) L} = \frac{M + m}{mL}$$

$$\frac{L}{L^2 - 2r^2} = \frac{M + m}{mL}$$

$$\frac{L^2}{L^2 - 2r^2} = \frac{M + m}{m}$$

$$\frac{L^2}{L^2 - 2r^2} = \frac{M}{m} + 1$$

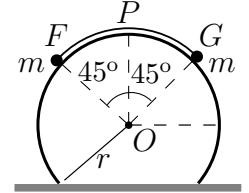
$$\frac{L^2}{L^2 - 2r^2} - 1 = \frac{M}{m}$$

organizando

$$\frac{m}{M} = \frac{(L^2 - 2r^2)}{(2r^2)}$$

Questão 6. Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma de suas extremidades, F e G , uma partícula de massa m . Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio r , abrangendo um ângulo de 90° e simetricamente disposto em relação ao ápice P do cilindro, conforme mostra a figura. Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo $\theta \equiv \widehat{FOP}$ em que a partícula na extremidade F perde contato com a superfície é tal que

- A () $2 \cos \theta = 1$.
- B () $2 \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2}$.
- C () $2 \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$.
- D (×) $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$.
- E () $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}/2$.



Solução 6.

Resolvemos por conservação de energia. Inicialmente só temos energia potencial. Seja θ o ângulo entre a massa da direita e o eixo horizontal, e K a energia cinética de uma delas. Considere o referencial no centro da esfera.

$$\sqrt{2} g m r = 2 K + \sin \theta g m r + \cos \theta g m r \quad eq(1)$$

A massa da esquerda se descola da esfera quando a reação normal ao plano for igual à zero, em outras palavras quando

$$m g \cos \theta = \frac{m v^2}{r} = \frac{2 K}{r}$$

Então temos

$$K = \frac{\cos \theta g m r}{2}$$

Que substituindo na eq(1) vem

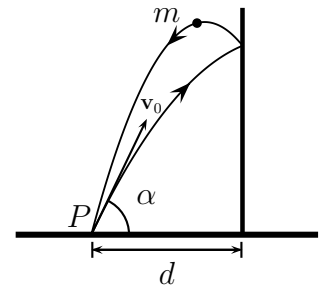
$$\sqrt{2} g m r = \sin \theta g m r + 2 \cos \theta g m r$$

logo

$$\sin \theta + 2 \cos \theta = \sqrt{2}$$

Questão 7. Uma pequena bola de massa m é lançada de um ponto P contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade v_0 , numa direção de ângulo α em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância d da parede, como mostra a figura. Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser

- A (×) $e = gd/(v_0^2 \sin 2\alpha - gd)$.
 B () $e = 2gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$.
 C () $e = 3gd/(2v_0^2 \sin 2\alpha - 2gd)$.
 D () $e = 4gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$.
 E () $e = 2gd/(v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$.



Solução 7.

Sendo u_x a componente da velocidade na direção x depois da colisão, o coeficiente de restituição é dado por

$$e = \frac{|u_x|}{|v_x|}$$

Isto equivale a resolver o problema de dois lançamentos do mesmo ponto tal que cada um segue uma curva e colidem com a parede na mesma altura h . Obs.: os tempos não são necessariamente iguais. Equações para a bola da curva de baixo. Neste caso o tempo que a bola leva para atingir a altura h é

$$t = \frac{d}{v_{x0}}$$

Neste tempo ela atinge a altura h dada por

$$h = \frac{d v_{y0}}{v_{x0}} - \frac{d^2 g}{2 v_{x0}^2}$$

A velocidade final na direção y é

$$v_y = v_{y0} - \frac{d g}{v_{x0}}$$

Esta é a velocidade vertical inicial do segundo movimento

$$v_{y0} - \frac{d g}{v_{x0}}$$

Agora calculamos o tempo necessário para a bola cair no chão

$$t \left(v_{y0} - \frac{d g}{v_{x0}} \right) + \frac{d v_{y0}}{v_{x0}} - \frac{d^2 g}{2 v_{x0}^2} - \frac{g t^2}{2} = 0$$

$$\frac{(2 t v_{x0}^2 + 2 d v_{x0}) v_{y0} - g t^2 v_{x0}^2 - 2 d g t v_{x0} - d^2 g}{2 v_{x0}^2} = 0$$

$$\left[t = \frac{2 v_{x0} v_{y0} - d g}{g v_{x0}}, t = -\frac{d}{v_{x0}} \right]$$

Agora achamos o u_x

$$\frac{d g v_{x0}}{2 v_{x0} v_{y0} - d g}$$

E o coeficiente de restituição sendo dado por

$$\frac{d g}{2 v_{x0} v_{y0} - d g}$$

Substituindo os valores de v_{x0} e v_{y0}

$$\frac{d g}{2 \cos \alpha \sin \alpha v_0^2 - d g}$$

sabendo que

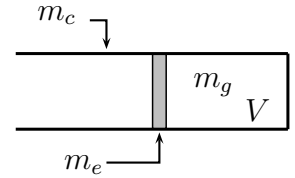
$$e = 2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

teremos

$$e = \frac{g d}{v_0^2 \sin 2\alpha - g d}$$

Questão 8. A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume V com um gás ideal a pressão P , e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas m_c , do cilindro, e m_e , do êmbolo, muito maiores que a massa m_g do gás, e sendo γ o expoente de Poisson, a variação da energia interna ΔU do gás quando a velocidade do cilindro for v_c é dada aproximadamente por

- A () $3PV^\gamma/2$.
 B () $3PV/(2(\gamma - 1))$.
 C (×) $-m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2m_e)$.
 D () $-(m_c + m_e)v_c^2/2$.
 E () $-m_e(m_e + m_c)v_c^2/(2m_c)$.



Solução 8.

Vamos considerar dois sistemas: um deles (1) consistindo do êmbolo junto com cilindro e o outro o gás. Vamos considerar o sistema (1): sabemos que o trabalho das forças externas sobre este sistema dá a variação da energia cinética e que o momento se conserva. Para este cálculo vamos desprezar a massa do gás. Então temos para a conservação do momentum

$$m_c v_c + m_e v_e = 0$$

Obtendo

$$v_e = -\frac{m_c v_c}{m_e}$$

O trabalho das forças externas é igual à variação da energia cinética

$$\frac{m_c^2 v_c^2}{2 m_e} + \frac{m_c v_c^2}{2}$$

E como o processo é adiabático corresponde à variação da energia interna do gás ΔU

$$\Delta U = -m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2 m_e)$$

Questão 9. Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\tan \theta = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

A () 1 m/s.

B () 3 m/s.

C () 5 m/s.

D () 2 m/s.

E () 4 m/s.

Solução 9.

Conservação de energia

$$g h M + g h_b m = \frac{u^2 M}{2} + g h M + \frac{m v^2}{2}$$

$$g h_b m = \frac{u^2 M}{2} + \frac{m v^2}{2}$$

O momento na direção x se conserva

$$m v'_x - u M = 0$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$$

Que elevando ao quadrado dá

$$v^2 = v'^2 + u^2 + 2\mathbf{v}' \cdot \mathbf{u} = v'^2 + u^2 - 2v'u \cos \theta$$

$$v'_x - u$$

$$m (v'_x - u) - u M = 0$$

Mas $v'_x = v' \cos(\theta) = 4v'/5$

$$m \left(\frac{4v'}{5} - u \right) - u M = 0$$

$$v^2 = v'^2 - \frac{8uv'}{5} + u^2$$

Agora substituímos os valores numéricos

$$7200 = 40 v'^2 + 60 u^2$$

$$80 \left(\frac{4v'}{5} - u \right) - 120 u = 0$$

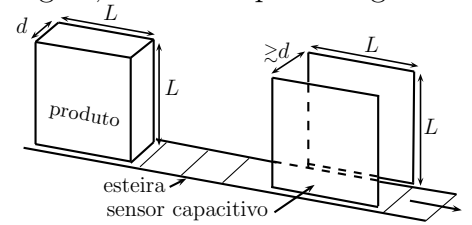
Queremos o valor de u

$$[[u = 4.97]]$$

Questão 10. Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões $L \times L \times d$, sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado L , afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que d , conforme a figura. Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância C_0 . Considere, contudo, tenha havido antes um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja $C = 3/4C_0$. Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo, $\kappa = 2$; e do ar, $\kappa_{ar} = 1$, e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.

A () 5% B () 50% C (×) 100%

D () 10% E () 75%



Solução 10.

A capacitância de capacitores paralelos é

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A capacitância sem vazamento é dada por

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

Capacitância sem vazamento no início

$$\frac{e_0 k L^2}{d}$$

Capacitância depois com vazamento

$$\frac{3 e_0 k L^2}{4 d} = \frac{e_0 k L (L - x)}{d} + \frac{e_0 x L}{d}$$

$$\frac{3 k L}{4} = k L + (1 - k) x$$

$$\left[x = \frac{k L}{4 k - 4} \right]$$

$$\left[x = \frac{L}{2} \right]$$

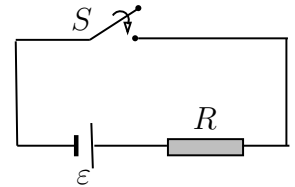
logo, a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original será de 50%

Questão 11. O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. ε e um resistor de resistência R . Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:

- I - Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.
- II - Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.
- III - A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

Assinale a alternativa verdadeira.

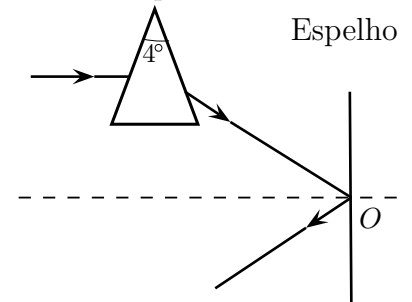
- A Apenas a I é correta.
- B Apenas a II é correta.
- C Apenas a III é correta.
- D Apenas a II e a III são corretas.
- E Todas são corretas.



Solução 11.

Questão 12. Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4° e índice de refração $n = 1,5$. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.

- A () 4° , sentido horário.
- B () 2° , sentido horário.
- C () 2° , sentido antihorário.
- D (×) 1° , sentido horário.
- E () 1° , sentido antihorário.



Solução 12. O ângulo de incidência do raio que vem da esquerda no prisma é $a_1 = 2^\circ$

$$\frac{\pi}{180}$$

Índice de refração do prisma

$$\frac{\pi}{90}$$

Usando a lei de Snell e aproximando o $\sin x = x$ para ângulos pequenos temos que o ângulo de refração é

$$\frac{\pi}{135}$$

ângulo entre o raio refratado e a horizontalmente

$$\frac{\pi}{270}$$

Ângulo entre a horizontal e a face interna do prisma

$$\frac{23 \pi}{45}$$

Ângulo entre o raio refratado e a face interna do prisma

$$\frac{131 \pi}{270}$$

Ângulo de incidência na face interna direita

$$\frac{2 \pi}{135}$$

Usando a lei de Snell para ângulos pequenos temos o ângulo refratado para fora do prisma

$$\frac{\pi}{45}$$

O ângulo que este raio faz com a horizontal é

$$\frac{\pi}{90}$$

$$\frac{180}{\pi}$$

O ângulo que o espelho tem que girar será de

$$\frac{\pi}{180}$$

Que em graus é

Questão 13. Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de $2,5 \times 10^9$ Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de

A () 1,0 cm.

B (×) 2,0 cm.

C () 3,0 cm.

D () 4,0 cm.

E () 5,0 cm.

Solução 13.

O raio r_1 sofre inversão de fase de π ou $\frac{\lambda}{2}$ em A , pois $n > n_1$. Os outros raios não sofrem inversão de fase nem na reflexão B nem na refração e, C . Para interferência construtiva dos raios refletidos r_1 e r_2 a condição é

$$2d = (m_1 + \frac{1}{2})\lambda_n$$

mas d é mínimo para $m = 0$, logo

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}$$

mas

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

logo

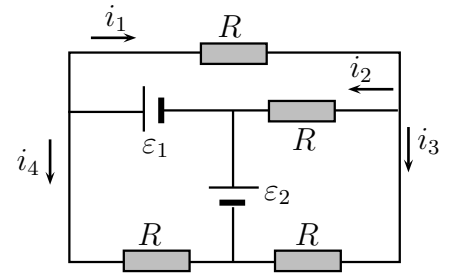
$$d_{min} = \frac{c}{4nf}$$

Substituindo os valores, teremos:

$$d_{min} = 2,0 \text{ cm}$$

Questão 14. Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência, $R = 10 \Omega$, e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são $\varepsilon_1 = 30 \text{ V}$ e $\varepsilon_2 = 10 \text{ V}$. Pode-se afirmar que as correntes i_1 , i_2 , i_3 e i_4 nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de

- A () 2, $2/3$, $5/3$ e 4.
 B (×) $7/3$, $2/3$, $5/3$ e 4.
 C () 4, $4/3$, $2/3$ e 2.
 D () 2, $4/3$, $7/3$ e $5/3$.
 E () 2, $2/3$, $4/3$ e 4.



Solução 14.

Sabemos que

$$-(I_1 - I_3) R - I_1 R + E_1 = 0$$

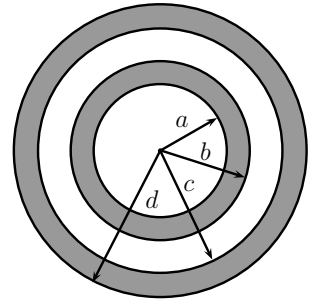
$$-I_4 R + E_2 + E_1 = 0$$

$$-(I_3 - I_1) R - I_3 R + E_2 = 0$$

$$\left[\left[I_1 = \frac{E_2 + 2E_1}{3R}, I_3 = \frac{2E_2 + E_1}{3R}, I_4 = \frac{E_2 + E_1}{R} \right] \right]$$

$$\left[\left[I_1 = \frac{7}{3}, I_2 = \frac{2}{3}, I_3 = \frac{5}{3}, I_4 = 4 \right] \right]$$

Questão 15. A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que a e c são, respectivamente, seus raios internos, e b e d seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas. Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio d , podemos afirmar, respectivamente, que



- A () $V(b) > V(d)$ e a carga é positiva.
 B () $V(b) < V(d)$ e a carga é positiva.
 C () $V(b) = V(d)$ e a carga é negativa.
 D () $V(b) > V(d)$ e a carga é negativa.
 E (x) $V(b) < V(d)$ e a carga é negativa.

Solução 15.

Temos 4 equações:

Indução

$$q_1 = -(-q)$$

e

$$q_3 = -q_2$$

casca esférica interna descarregada

$$q_1 + q_2 = 0$$

casca esférica externa descarregada

$$q_3 + q_4 = 0$$

logo

$$q_1 = q_3 = q \text{ e } q_2 = q_4 = -q$$

O potencial em $r = b$, $a < r < b$

$$V_b = \left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{b} + \frac{q}{c} - \frac{q}{d} \right) K_0$$

$$V_b = \left(-\frac{q}{b} + \frac{q}{c} - \frac{q}{d} \right) K_0$$

O potencial em $r = d$

$$V_d = \left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{d} \right) K_0$$

$$V_b = \left(-\frac{q}{d} \right) K_0$$

$$V_b - V_d = \left(-\frac{q}{b} + \frac{q}{c} \right) K_0$$

mas $c > d$

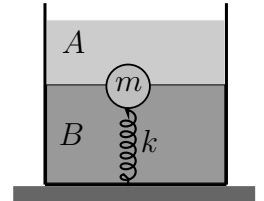
$$V_b - V_d < 0$$

logo

$$V_b < V_d$$

Questão 16. Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B , com densidades respectivas ρ_A e ρ_B . Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa $m = 5$ kg, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica $k = 800$ N/m, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de

- A () 0 m.
 B () 9/16 m.
 C () 3/8 m.
 D (×) 1/4 m.
 E () 1/8 m.



Solução 16.

Temos

$$E = E_A + E_B$$

logo:

$$E_A = 4\rho g \frac{V}{2}$$

$$E_B = 6\rho g \frac{V}{2}$$

$$P = \rho V g$$

Equilíbrio

$$E - P - kx = 0$$

$$x = \frac{1}{k} [E - P] = \frac{1}{k} [2\rho V g + 3\rho V g - \rho V g]$$

Sabendo que $\rho = \frac{m}{V}$

$$x = \frac{1}{k} [4\rho V g] = \frac{4mg}{k}$$

Substituindo os valores numéricos, teremos

$$x = 25 \text{ cm}$$

que equivale a $\frac{1}{4}$ do metro.

Questão 17. Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

A () a segunda lei de Newton.

D () a lei zero da termodinâmica.

B () a lei de conservação da energia.

E () a lei de conservação da quantidade de movimento.

C (×) a segunda lei da termodinâmica.

Solução 17.

Questão 18. Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás de hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado n para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho ϕ do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado n é dada por $E_n = E_1/n^2$. Considere as seguintes afirmações:

I - A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é $E_C = E_1/n^2 - E_1/2$.

II - A função trabalho do metal é $\phi = -E_1/2$.

III - A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

- A** () Apenas a I e a III são corretas.
B () Apenas a II e a III são corretas.
C () Apenas a I e a II são corretas.
D () Apenas a III é correta.
E (×) Todas são corretas.

Solução 18.

A energia irradiada pelo átomo de hidrogênio é

$$E_n - E_1$$

sabemos que E_1 é negativo

$$\frac{E_1}{n^2}$$

Este é um número positivo

$$\frac{E_1}{n^2} - E_1$$

A função trabalho é um número positivo sendo o valor dado em II

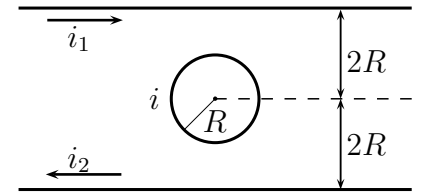
$$\phi = -\frac{E_1}{2}$$

A energia cinética será o valor do item I

$$\frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2}$$

Questão 19. Uma espira circular de raio R é percorrida por uma corrente elétrica i criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância $2R$ do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes i_1 e i_2 não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de i e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente

- A () $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.
 B () $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$ e antihorário.
 C () $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.
 D (×) $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$ e antihorário.
 E () $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.



Solução 19.

Já que os campos de i_1 e i_2 entram na folha de papel a única solução para este problema é quando i está no sentido antihorário. Neste caso o campo resultante final deve ser $-B$

$$-B = -B_2 - B_1 + B \quad eq(1)$$

O campo da espira de raio R no seu centro é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

e o do fio a uma distância R é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Então temos

$$B = \frac{i \mu_0}{2R}$$

$$B_1 = \frac{i_1 \mu_0}{4\pi R}$$

$$B_2 = \frac{i_2 \mu_0}{4\pi R}$$

Substituindo na eq(1)

$$-\frac{i \mu_0}{2R} = -\frac{i_2 \mu_0}{4\pi R} - \frac{i_1 \mu_0}{4\pi R} + \frac{i \mu_0}{2R}$$

chegamos a

$$i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$$

Questão 20. Uma lua de massa m de um planeta distante, de massa $M \gg m$, descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a e semieixo menor b , perfazendo um sistema de energia E . A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade v da lua no apogeu com sua velocidade v' no perigeu, isto é, $v'(a - e) = v(a + e)$, em que e é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que

A (\times) $E = -GMm/(2a)$. **B** ($)$ $E = -GMm/(2b)$. **C** ($)$ $E = -GMm/(2e)$.

D ($)$ $E = -GMm/\sqrt{a^2 + b^2}$. **E** ($)$ $v' = \sqrt{2GM/(a - e)}$.

Solução 20.

Lei das áreas:

$$v'(a - e) = v(a + e)$$

sendo $v' > v$ e $a > e$

Energia: $E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r'}$

$$E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2) - \frac{GMm}{\sqrt{(x'^2 + y'^2)}}$$

ou

$$E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2) - \frac{GMm}{\sqrt{(x + e)^2 + y^2}}$$

Energia no Apogeu A .

Temos $x = a, y = 0, v_x = 0$ e $v_y = -v$

$$E_A = \frac{m}{2}v^2 - \frac{GMm}{(a + e)}$$

$$v^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{(a + e)}$$

Energia no Perigeu P .

Temos $x = -a, y = 0, v_x = 0$ e $v_y = v'$

$$E_P = \frac{m}{2}v'^2 - \frac{GMm}{(e - a)}$$

logo

$$v'^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{(a - e)}$$

obs: $a > e$

$$v'^2(a - e^2) = v^2(a + e)^2$$

$$\frac{2E}{m}(a - e)^2 + 2GM(a - e) = \frac{2E}{m}(a + e)^2 + 2GM(a + e)$$

$$-\frac{4Eae}{m} - 2GMe = \frac{4Eae}{m} + 2GMe$$

$$-\frac{8Eae}{m} = 4GMe$$

logo

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

Questões Dissertativas

Questão 21. Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística $m = m_0\gamma$, o momentum relativístico $p = m_0\gamma v$ e a energia relativística $E = m_0\gamma c^2$, em que m_0 é a massa de repouso da partícula e $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz. Demonstre que $E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$ e, com base nessa relação, discuta a afirmação: “Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c ”.

Solução 21.

Elevamos a equação do momentum ao quadrado

$$p^2 = \gamma^2 m_0^2 v^2$$

$$p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Achamos v na primeira equação

$$\left[v^2 = \frac{c^2 p^2}{p^2 + c^2 m_0^2} \right]$$

Elevamos a equação da energia ao quadrado

$$E^2 = \frac{c^4 m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\left[v^2 = \frac{c^2 E^2 - c^6 m_0^2}{E^2} \right]$$

Igualamos o lado direito da solução 1 com o da solução 2

$$\frac{c^2 p^2}{p^2 + c^2 m_0^2} = \frac{c^2 E^2 - c^6 m_0^2}{E^2}$$

E finalmente resolvemos para E

$$\left[E^2 - c^2 p^2 = c^4 m_0^2 \right]$$

Justificativa: “Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz, c ”. Da relação

$$\left[E^2 - c^2 p^2 = c^4 m_0^2 \right]$$

se $m = 0$, então $E = pc$ logo $p = \frac{E}{c}$ Mas

$$E = \gamma m_0 c^2$$

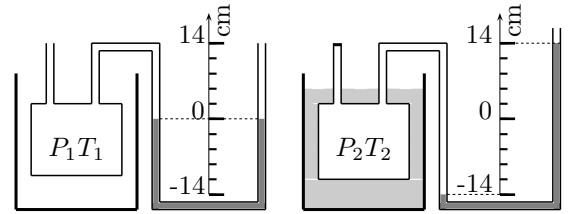
$$p = \frac{\gamma m_0 c^2}{c}$$

logo $p = mc$

Assim a partícula com $m = 0$ transporta apenas a energia $E = pc$ e possui momentum linear $p = mc$

Questão 22. Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de 0°C . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico $P \times T$ para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0

quando a pressão $P = 0$, interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



Solução 22.

Estado 1:

$$P_1 = P_{atm} = 10^5 Pa \quad T_1 = 0^\circ C$$

Estado 2:

$$P_2 = 1,3808 \times 10^5 Pa \quad T_2 = 100^\circ C$$

ainda temos $h = 28\text{ cm de Hg}$ e $\rho = 13600 \frac{kg}{m^3}$

Usando esses valores no cálculo de P_2 , temos:

$$P_2 = P_{atm} + \rho g h = 1,3808 \times 10^5 Pa$$

1 atm corresponde a 76 cm de Hg e temos que calcular x para 28 cm de Hg, então por uma simples regra de três temos

$$x = \frac{1 atm \times 28}{76}$$

$$x = \frac{7 atm}{19}$$

Do gráfico temos

$$\frac{(T_1 - T_0)}{(T_2 - T_0)} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$T_0 = \frac{(P_2 T_1 - P_1 T_2)}{(P_2 - P_1)}$$

Substituindo os valores

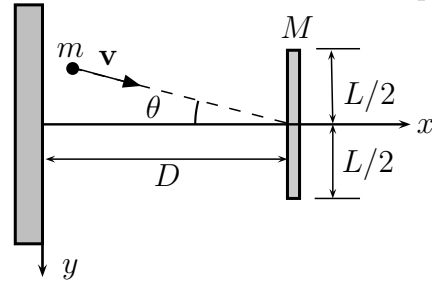
$$T_0 = -262,6^\circ C$$

À luz da teoria cinética na temperatura T_0 em que a pressão vai para zero, o movimento molecular cessa. Note que a pressão do gás é devido a choques moleculares com a parede do recipiente, ou devido a transferência de momentum para as paredes.

Gráfico $P \times T$

Questão 23. Num plano horizontal $x \times y$, um projétil de massa m é lançado com velocidade \mathbf{v} , na direção θ com o eixo x , contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea, de comprimento L e massa M , que se encontra inicialmente em repouso a uma distância D de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, deter-

mine o intervalo de valores de θ para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.



Solução 23.

Na primeira colisão existe a conservação do momentum, pois o choque é elástico

$$m \cos \vartheta v = vb M + m vx_2$$

e a energia

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{vb^2 M}{2} + \frac{m (vx_2^2 + \sin^2 \vartheta v^2)}{2}$$

$$\left[vx_2 = -\frac{v \sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta) M^2 + (-m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m) M} - m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[vb = \frac{m v \sqrt{M} \sqrt{-\sin^2 \vartheta M + M - m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m} + m \cos \vartheta v M}{M^2 + m M} \right]$$

$$\left[vx_2 = \frac{v \sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta) M^2 + (-m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m) M} + m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[vb = \frac{m \cos \vartheta v M - m v \sqrt{M} \sqrt{-\sin^2 \vartheta M + M - m \sin^2 \vartheta - m \cos^2 \vartheta + m}}{M^2 + m M} \right]$$

$$\left[vx_2 = -\frac{|\cos \vartheta| v |M| - m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[vb = \frac{(m |\cos \vartheta| + m \cos \vartheta) v}{M + m} \right], \left[vx_2 = \frac{|\cos \vartheta| v |M| + m \cos \vartheta v}{M + m} \right]$$

$$\left[vb = -\frac{(m |\cos \vartheta| - m \cos \vartheta) v}{M + m} \right]$$

$$\frac{\cos \vartheta v (M - m)}{M + m}$$

$$\frac{2 m \cos \vartheta v}{M + m}$$

A tangente do ângulo α da direção do movimento depois da colisão com a horizontal é

$$\frac{\sin \vartheta (M + m)}{\cos \vartheta (M - m)}$$

O tempo que m demora para colidir de volta com a parede depois da colisão com a barra é

$$\frac{D (M + m)}{\cos \vartheta v (M - m)}$$

Neste instante a distância entre a barra e a parede é

$$\frac{2 m D}{M - m} + D$$

Agora temos que encontrar o tempo a massa leva para encontrar a barra para acontecer a segunda colisão

$$\frac{t_2 \cos \vartheta v (M - m)}{M + m} = \frac{2 m t_2 \cos \vartheta v}{M + m} + \frac{2 m D}{M - m} + D$$

$$\left[t_2 = \frac{D M^2 + 2 m D M + m^2 D}{\cos \vartheta v M^2 - 4 m \cos \vartheta v M + 3 m^2 \cos \vartheta v} \right]$$

Então a distância D3 entre a parede e a barra na segunda colisão é

$$\frac{\cos \vartheta v (M - m) (D M^2 + 2 m D M + m^2 D)}{(M + m) (\cos \vartheta v M^2 - 4 m \cos \vartheta v M + 3 m^2 \cos \vartheta v)}$$

$$\frac{D M + m D}{M - 3 m}$$

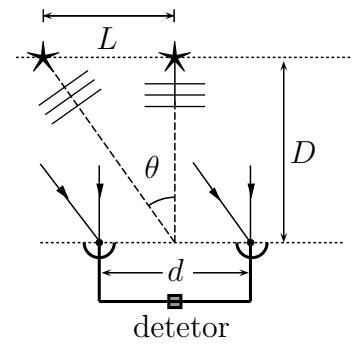
Finalmente temos a condição

$$\frac{L}{2} = \frac{\sin \vartheta (M + m) (D M + m D)}{\cos \vartheta (M - 3 m) (M - m)} + \frac{\sin \vartheta D (M + m)}{\cos \vartheta (M - m)}$$

$$\frac{t_2 \cos \vartheta v (M - m)}{M + m} = \frac{2 m t_2 \cos \vartheta v}{M + m} + \frac{2 m D}{M - m} + D$$

$$\frac{t_2 \cos \vartheta v M - m t_2 \cos \vartheta v}{M + m} = \frac{D M^2 + (2 m D + 2 m t_2 \cos \vartheta v) M + m^2 D - 2 m^2 t_2 \cos \vartheta v}{M^2 - m^2}$$

Questão 24. Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de $L = 5,0$ anos-luz e situam-se a uma distância $D = 2,5 \times 10^7$ anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima, d , entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo $\theta \ll 1$ em radianos, use a aproximação $\theta \simeq \tan \theta \simeq \sin \theta$.



Solução 24.

A intensidade da onda que chega no interferômetro é dada por

$$I = A \cos^2\left(\frac{k\Delta d}{2}\right)$$

Se a estrela está diretamente na vertical $\Delta d = 0$ e o máximo ocorre em $x = 0$. Se a estrela é deslocada da vertical elas chegam no interferômetro com uma defasagem caracterizada por Δd , deslocando o máximo da origem.

Os máximos são os do cosseno acima, então temos

$$\frac{k\Delta d}{2} = n\pi$$

Usando $k = 2\pi/\lambda$ e usando o n mínimo temos a separação das estrelas

$$\ell = \frac{\lambda D}{L}$$

$$3.0 \times 10^{+8}$$

$$4.7304 \times 10^{+16}$$

$$2.3651999999999999 \times 10^{+23}$$

$$0.14285714285714$$

$$714285.7142857142$$

Questão 25. Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme d_a , um balão aerostático, inicialmente de densidade d , desce verticalmente com aceleração constante de módulo a . A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo a . Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades d_a e d .

Solução 25.

Calculamos o empuxo

$$g m_1 - d_a g V_1 = a m_1$$

$$d_a g V_2 - g m_2 = a m_2$$

$$\frac{\delta m g}{(g - a) m_1} + \frac{a \delta m}{(g - a) m_1} + \frac{2 a}{g - a}$$

Questão 26. Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é P_i e o volume é V_i para um estado final em que a pressão é P_f e o volume é V_f . Sabe-se que $\gamma = C_p/C_v$ é o expoente de Poisson, em que C_p e C_v são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de P_i, V_i, P_f, V_f e γ .

Solução 26.

O processo é adiabático, então

$$\Delta U = -W$$

Mas ΔU também é

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR(T_f - T_i)$$

$$c_p - c_v = R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} \quad c_p = \frac{5}{3}R \quad c_v = \frac{3}{2}R$$

c_p = calor (específico) molar a pressão constante.

c_v = calor (específico) molar a volume constante.

$$PV = nRT$$

$$-W = \Delta U = \frac{3}{2}nR(T_f - T_i) = \frac{3}{2}nRT_f - \frac{3}{2}nRT_i$$

$$-W = \frac{3}{2}R P_f V_f - \frac{3}{2}R P_i V_i$$

$$-W = \frac{3R P_f V_f - 3R P_i V_i}{2R}$$

$$-W = \frac{c_v P_f V_f - c_v P_i V_i}{(c_p - c_v)}$$

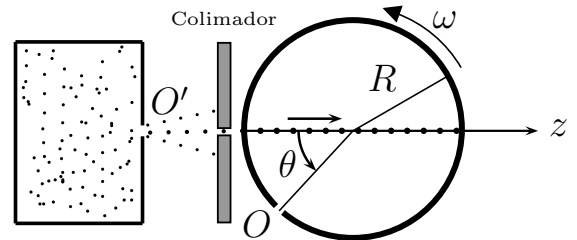
$$-W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)}$$

$$-W = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{(\gamma - 1)}$$

$$W = \frac{P_i V_i - P_f V_f}{(\gamma - 1)}$$

Questão 27. Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em $t = 0$, com os orifícios O' e O alinhados no eixo z , moléculas ejetadas de O' , após passar por um colimador, penetram no orifício O do tambor de raio interno R , que gira com velocidade angular constante ω . Considere, por simplificação, que neste instante inicial ($t = 0$) as moléculas em movimento encontram-se agrupadas em torno do centro do orifício O . Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo z , cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do

tambor no final de seus percursos. Nestas condições, obtenha em função do ângulo θ a expressão para $v - v_{\min}$, em que v é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro θ do tambor e v_{\min} é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



Solução 27.

O tempo que uma molécula vai anda OP é

$$t = \frac{2R}{v}$$

mas t também é dado por

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

Assim temos que

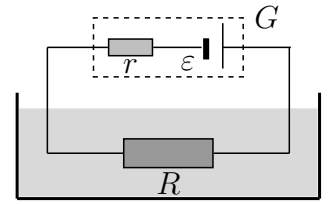
$$v = \frac{2R\omega}{\theta}$$

O v_{\min} é quando $\theta = 2\pi$, entao temos

$$v - v_{\min} = \frac{2R\omega}{\theta} - v = \frac{2R\omega}{2\pi}$$

Questão 28. O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor Q . Na figura, G é um gerador de força eletromotriz ε , com resistência elétrica interna r , e R é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo, a) Determine o valor de R e da corrente i em função de ε e da potência elétrica P fornecida pelo gerador nas condições impostas. b) Represente

graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial U em função da intensidade da corrente elétrica i . c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de Q , i e ε .



Solução 28.

A potência máxima dissipada na carga R acontece quando a resistência interna do gerador for $r = R$ e a corrente

$$i = \frac{\varepsilon}{2R}$$

A expressão de U é

$$U = \varepsilon - ri$$

A quantidade de calor Q é dada por

$$Q_{cal} = \frac{\varepsilon^2 t}{4R} J$$

mas $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$. Transformando em Joules temos

$$t = \frac{16QR}{\varepsilon^2}$$

Questão 29. Duas placas condutoras de raio R e separadas por uma distância $d \ll R$ são polarizadas com uma diferença de potencial V por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor, de massa m e raio r , é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade g , determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

Solução 29.

O campo elétrico entre as placas é

$$E = \frac{V}{d}$$

$$\sigma = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \frac{V}{d}$$

$$F_e - Q E - P + m g - F_E - P = 0$$

$$Q E = m g$$

$$Q \frac{V_{min}}{d} = m g$$

$$V_{min} = \frac{m g d}{Q}$$

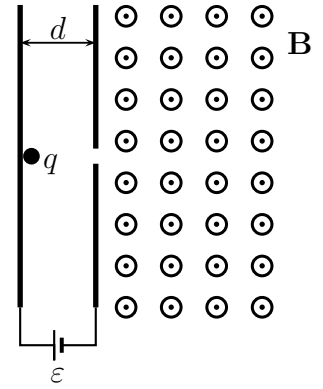
$$Q = \sigma \pi r^2$$

$$Q = \varepsilon_0 \frac{V_{min}}{d} \pi r^2$$

$$V_{min}^2 = \frac{m g d^2}{\varepsilon_0 \pi r^2}$$

$$V_{min} = \frac{d}{r} \sqrt{\frac{m g}{\varepsilon_0 \pi}}$$

Questão 30. Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial $\varepsilon = 1000 \text{ V}$ e espaçadas entre si de $d = 1 \text{ mm}$, conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo $B = 1,0 \text{ T}$. Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



Solução 30.

O campo elétrico entre as placas é

$$E = \frac{V}{d}$$

A força sobre ele é

$$F = \frac{qV}{d}$$

A aceleração entre as placas do capacitores

$$a = \frac{qV}{dm}$$

Usando Torricheli temos a velocidade final em qualquer x entre as placas

$$v = \sqrt{2} \sqrt{\frac{qxV}{dm}}$$

A energia cinética fica

$$E_c = \frac{qxV}{d}$$

Quando ele entra no campo magnético a sua energia cinética permanece constante valendo $\frac{1}{2}mv^2 = qV$

$$E_c = \frac{qxV}{d} = qV = 1,6 \times 10^{-19} \times 10^3 = 1,6 \times 10^{-16} \text{ J}$$

$$S = \frac{\pi R}{2}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

sendo $m = 1,7 \times 10^{-8} \text{ kg}$, $B = 1,0 \text{ T}$, $V = 10^3 \text{ V}$, substituindo os valores, teremos $R = 4,6 \text{ mm}$ Logo

$$S = \frac{3,14}{2} \times 4,6$$

$$S = 7,2 \text{ mm}$$

Gráfico da energia cinética em função de x