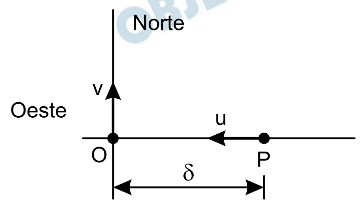
FÍSICA

Se precisar, use os seguintes valores para as constantes: carga do próton = 1,6 x 10^{-19}C; massa do próton = 1,7 x 10^{-27}kg; aceleração da gravidade g = 10m/s^2; 1 atm = 76cmHg: velocidade da luz no vácuo c = 3 x 10^8m/s.

1 C

Ao passar pelo ponto O, um helicóptero segue na direção norte com velocidade v constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto P, a uma distância δ de O, e voa para o oeste, em direção a O, com velocidade u também constante, conforme mostra a figura.



Considerando t o instante em que a distância d entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.

a) A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto O é δu/v.

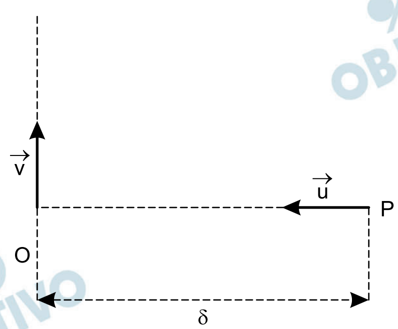
b) A distância do helicóptero ao ponto O no instante t é igual a $\delta u / \sqrt{v^2 + u^2}$.

c) A distância do avião ao ponto O no instante t é igual a $\delta v^2 / (v^2 + u^2)$.

d) O instante t é igual a $\delta v / (v^2 + u^2)$.

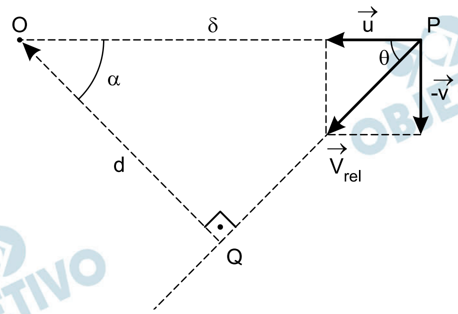
e) A distância d é igual a $\delta u / \sqrt{v^2 + u^2}$.

Resolução



1) A velocidade do avião, em relação ao helicóptero, $\vec{V}_{rel}$ é dada por:

$\vec{V}_{rel} = \vec{u} - \vec{v}$



O helicóptero é suposto parado em O e o avião movendo-se com a velocidade relativa.
A distância será mínima quando $\overline{OQ}$ for perpendicular a PQ.

2) Cálculo de PQ:

$$PQ = V_{rel} \,.\, t = \sqrt{u^2 + v^2} \,.\, t$$

3) Cálculo de d:

$$d^2 = \delta^2 - (PQ)^2 = d^2 - (u^2 + v^2)\, t^2 \quad (1)$$

4) De (1): $\boxed{t^2 = \dfrac{\delta^2 - d^2}{u^2 + v^2}}$ **(2)**

5) Da figura: $\text{sen}\,\theta = \dfrac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} = \dfrac{d}{\delta}$

$$d = \frac{\delta\, v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (3)$$

(3) em (2):

$$t^2 = \frac{\delta^2 - \left(\dfrac{\delta^2 v^2}{u^2 + v^2}\right)}{u^2 + v^2} = \frac{\dfrac{\delta^2 u^2 + \delta^2 v^2 - \delta^2 v^2}{u^2 + v^2}}{u^2 + v^2}$$

$$t^2 = \frac{\delta^2 u^2}{(u^2 + v^2)^2} \Rightarrow \boxed{t = \frac{\delta\, u}{u^2 + v^2}} \quad (d \text{ é falsa})$$

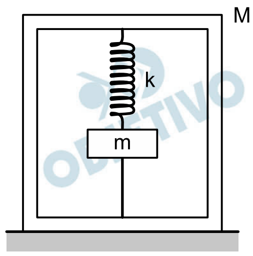
6) $d_H = vt = \dfrac{v \,.\, \delta \,.\, u}{u^2 + v^2}$

7) $d_A = \delta - u\, t = \delta - \dfrac{u\, \delta\, u}{u^2 + v^2}$

$$\Delta s_A = \frac{\delta\, u^2 + \delta\, v^2 - u^2\, \delta}{u^2 + v^2}$$

$$\boxed{\Delta s_A = \frac{\delta\, v^2}{u^2 + v^2}}$$

No interior de uma caixa de massa M, apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica k presa a um corpo de massa m, em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação b da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa.

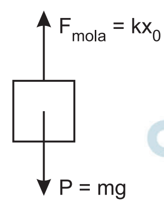


Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se

a) $b > (M + m)g/k$.
b) $b > (M + 2m)g/k$.
c) $b > (M - m)g/k$.
d) $b > (2M - m)g/k$.
e) $b > (M - 2m)g/k$.

Resolução

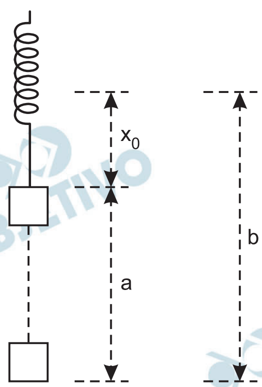
1) Na posição de equilíbrio do bloco m:



$$F_{mola} = P$$

$$kx_0 = mg \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{mg}{k}}$$

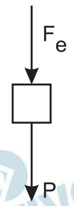
2) Na situação inicial:



A amplitude de oscilação *a* é dada por:

$$\boxed{a = b - x_0 = b - \frac{mg}{k}}$$

3) No ponto mais alto da trajetória (compressão máxima da mola):



$$F_e + P = ka$$

$$F_e + mg = k\left(b - \frac{mg}{k}\right)$$

$$F_e + mg = kb - mg$$

$$\boxed{F_e = kb - 2mg}$$

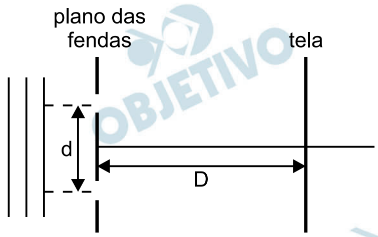
4) Para a caixa ser levantada:

$$F_e > Mg$$

$$kb - 2mg > Mg \Rightarrow kb > (2m + M)g$$

$$\boxed{b > \frac{(2m + M)\,g}{k}}$$

Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda λ_1 e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é λ_2. As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela.



Sendo o índice de refração da água igual a n, assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.

a) $|D\,(M\lambda_2 - mn\lambda_1)\,/\,(nd)|$

b) $|D\,(M\lambda_2 - m\lambda_1)\,/\,(nd)|$

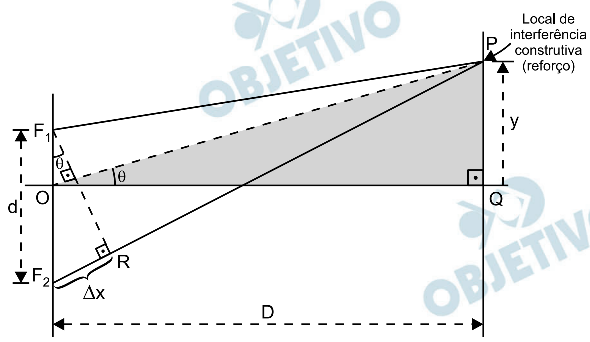
c) $|D\,(M\lambda_2 - mn\lambda_1)\,/\,d|$

d) $|Dn\,(M\lambda_2 - m\lambda_1)\,/\,d|$

e) $|D\,(Mn\lambda_2 - m\lambda_1)\,/\,d|$

Resolução

I)



No ponto P (local de interferência construtiva), a diferença de percursos Δx entre as ondas provenientes das fendas F_2 e F_1 deve ser múltipla inteira do comprimento de onda λ, isto é:
$\Delta x = N\,\lambda$ (N = 1, 2, 3…)

No triângulo retângulo OPQ:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{y}{D} \Rightarrow \text{sen}\,\theta \cong \frac{y}{D} \quad (\theta \text{ é bastante pequeno})$$

No triângulo retângulo F_1RF_2:

$$\text{sen}\,\theta \cong \frac{\Delta x}{d}$$

$$\text{Logo: } \frac{y}{D} = \frac{\Delta x}{d} \Rightarrow \boxed{y = N\,\frac{\lambda D}{d}}$$

II) Experimento no ar:

$$y_1 = m\,\frac{\lambda_1 D}{d}$$

III) Experimento na água:

$$\frac{\lambda_{H_2O}}{\lambda_2} = \frac{n_{ar}}{n} \Rightarrow \frac{\lambda_{H_2O}}{\lambda_2} = \frac{1}{n}$$

$$\boxed{\lambda_{H_2O} = \frac{\lambda_2}{n}}$$

$$y_2 = M\,\frac{\lambda_{H_2O}\,D}{d} \Rightarrow y_2 = \frac{M\,\lambda_2\,D}{nd}$$

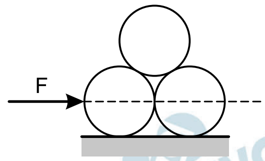
IV) Fazendo $y_2 - y_1 = L$ (distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento), tem-se:

$$L = \frac{M\,\lambda_2\,D}{nd} - \frac{m\,\lambda_1\,D}{d}$$

Da qual:

$$\boxed{L = \frac{D}{nd}(M\lambda_2 - mn\lambda_1)}$$

Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal **F**, constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura.



Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que

a) $g/(3\sqrt{3}) \leq a \leq g/\sqrt{3}$.

b) $2g/(3\sqrt{2}) \leq a \leq 4g/\sqrt{2}$.

c) $g/(2\sqrt{3}) \leq a \leq 4g/(3\sqrt{3})$.

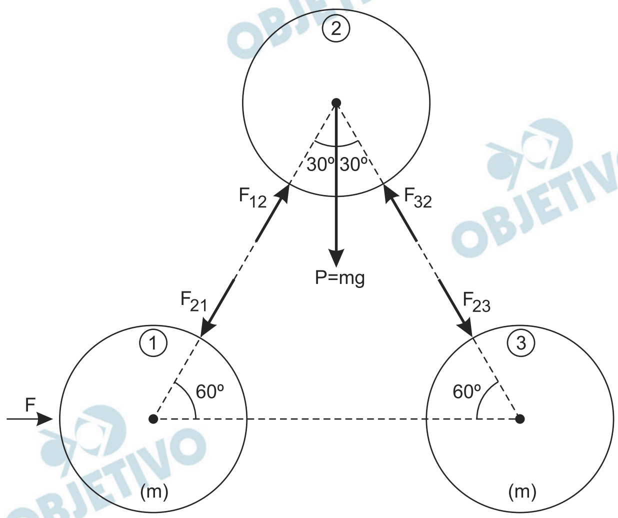
d) $2g/(3\sqrt{2}) \leq a \leq 3g/(4\sqrt{2})$.

e) $g/(2\sqrt{3}) \leq a \leq 3g/(4\sqrt{3})$.

Resolução

- **Cálculo de F ⇒ F = (3m) a ⇒** $\boxed{\mathbf{F = 3\,m\,a}}$

1. ***Cálculo da aceleração mínima:***
Neste caso, é nula a força de contato entre os cilindros 1 e 3.



- **Cilindro ① (projeção horizontal):**

$$\mathbf{F - F_{21} \cos 60° = m\,a}$$

$$\mathbf{3\,m\,a - F_{21}\,\frac{1}{2} = m\,a}$$

$$\boxed{\mathbf{F_{21} = 4\,m\,a}} \quad \text{(I)}$$

- **Cilindro ② (projeção horizontal):**

$$\mathbf{F_{12} \cos 60° - F_{32} \cos 60° = m\,a}$$

$$(4\,m\,a)\,\frac{1}{2} - F_{32}\,\frac{1}{2} = m\,a$$

$$\boxed{F_{32} = 2\,m\,a} \quad \text{II}$$

- **Cilindro 2 (projeção vertical):**

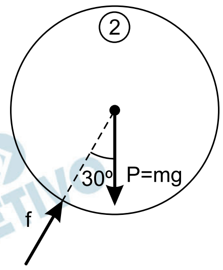
  $(F_{12} + F_{32})\cos 30° = P$

  De I e II, vem:

  $$(4\,m\,a + 2\,m\,a)\,\frac{\sqrt{3}}{2} = m\,g$$

  $$\boxed{a_{mín} = \frac{g}{3\sqrt{3}}}$$

2\. ***Cálculo da aceleração máxima:***
Na condição de aceleração máxima, admite-se que o cilindro 2 praticamente não troca força com o cilindro 3.



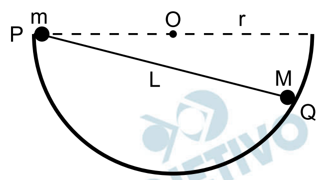
- **Cilindro 2:**

  projeção vertical $\Rightarrow f\cos 30° = m\,g$

  projeção horizontal $\Rightarrow f\,\text{sen}\,30° = m\,a$

  $$\therefore \text{tg}\,30° = \frac{a}{g} \Rightarrow \boxed{a_{máx} = \frac{g}{\sqrt{3}}}$$

Duas partículas, de massas m e M, estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r, de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M, num ponto Q, conforme mostra a figura.



Desconsiderando forças de atrito, a razão m/ M entre as massas é igual a

a) $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$.

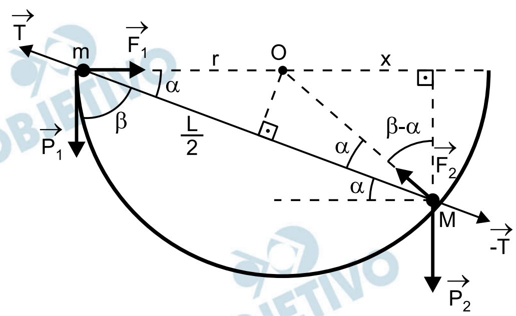
b) $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$.

c) $(L^2 - 2r^2)(r^2 - L^2)$.

d) $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$.

e) $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$.

Resolução



1) $\mathbf{sen\,(\beta - \alpha) = cos\,2\alpha = \dfrac{x}{r}}$ **(1)**

2) $\mathbf{cos\,2\alpha = cos^2\alpha - sen^2\alpha = 2cos^2\alpha - 1}$

$$\cos 2\alpha = 2\left(\frac{L}{2r}\right)^2 - 1 = \frac{L^2}{2r^2} - 1 \quad (2)$$

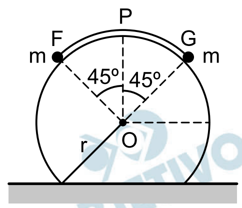
(2) em (1): $\dfrac{x}{r} = \dfrac{L^2 - 2r^2}{2r^2} \Rightarrow \boxed{x = \dfrac{L^2 - 2r^2}{2r}}$

3) Somatório dos torques nulo em relação ao ponto O:

mg . r = Mg . x

$$\boxed{\frac{m}{M} = \frac{x}{r} = \frac{L^2 - 2r^2}{2r^2}}$$

Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma de suas extremidades, F e G, uma partícula de massa m. Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio r, abrangendo um ângulo de 90° e simetricamente disposto em relação ao ápice P do cilindro, conforme mostra a figura.



Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo $\theta \equiv F\hat{O}P$ em que a partícula na extremidade F perde contato com a superfície é tal que

a) $2 \cos \theta = 1$.

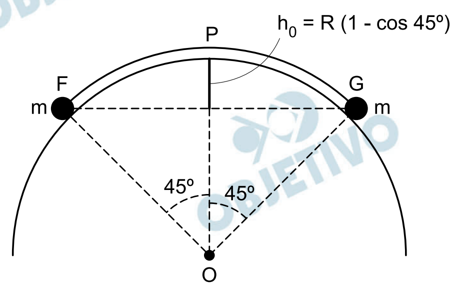
b) $2 \cos \theta - \text{sen}\ \theta = \sqrt{2}$.

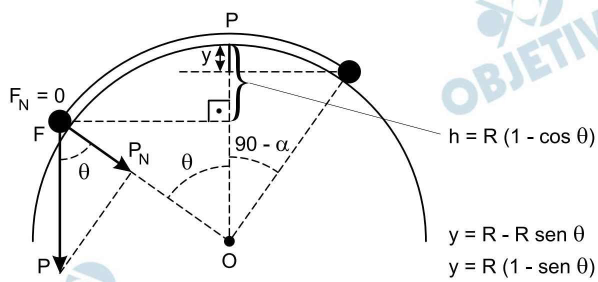
c) $2\ \text{sen}\ \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$.

d) $2 \cos \theta + \text{sen}\ \theta = \sqrt{2}$.

e) $2 \cos \theta + \text{sen}\ \theta = \sqrt{2}/2$.

Resolução





1) Para um referencial passando por P, temos:

$$E_0 = -2\ mg\ R \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$E_f = -mg\ R\ (1 - \cos\theta) - mg\ R\ (1 - \text{sen}\ \theta) + \frac{2mV^2}{2}$$

2) $E_f = E_0$

$$-mgR\ (1 - \cos\theta) - mgR\ (1 - \text{sen}\ \theta) + mV^2 =$$

$$= -2mgR\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$-gR + gR\cos\theta - gR + gR\text{sen}\,\theta + V^2 =$$

$$= -2gR + gR\sqrt{2}$$

$$\boxed{V^2 = gR(-\cos\theta - \text{sen}\,\theta + \sqrt{2})} \quad \text{(I)}$$

3) **Na posição de desligamento:**

$$P_N = F_{cp}$$

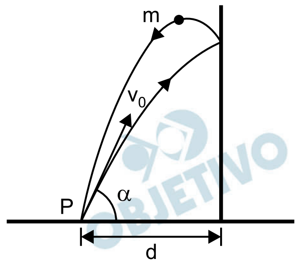
$$mg\cos\theta = \frac{mV^2}{R}$$

$$\cos\theta = \frac{V^2}{gR} = -\cos\theta - \text{sen}\,\theta + \sqrt{2}$$

$$\boxed{2\cos\theta + \text{sen}\,\theta = \sqrt{2}}$$

7 A

Uma pequena bola de massa m é lançada de um ponto P contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade v_0, numa direção de ângulo α em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância d da parede, como mostra a figura.



Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser

a) $e = gd/(v_0^2 \text{sen} 2\alpha - gd)$.

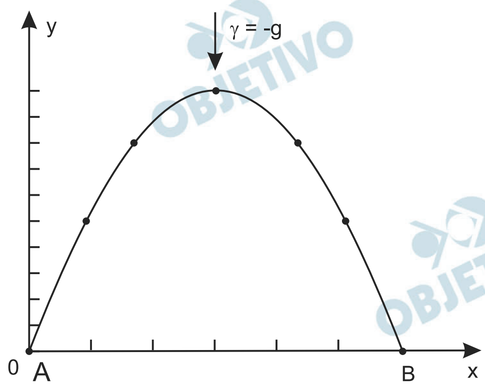
b) $e = 2gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$.

c) $e = 3gd/(2v_0^2 \text{sen} 2\alpha - 2gd)$.

d) $e = 4gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$.

e) $e = 2gd/(v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$.

Resolução

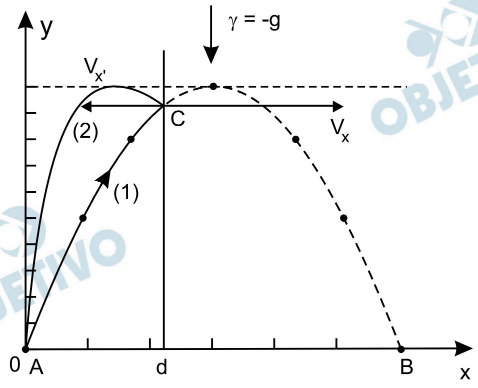


Na ausência da parede, o tempo de voo (t_{AB}) é dado por:

$$y = y_0 + V_{0y} t - \frac{g}{2} t^2$$

$$0 = 0 + V_{0y}\, t_{AB} - \frac{1}{2}\, g\, t_{AB}^2$$

$$\boxed{t_{AB} = \frac{2\, V_{0y}}{g}}$$



Supondo-se que, imediatamente antes e após a colisão da bola contra a parede (ponto c), não houve alteração do módulo da componente vertical da velocidade da bola naquele ponto, então:

$$t_1 + t_2 = t_{AB}$$

t_1: tempo de subida de A para C

t_2: tempo de voo de C para A

Sendo V_x e V'_x os módulos das componentes horizontais, respectivamente, imediatamente antes e após a colisão, temos:

$$t_1 = \frac{d}{V_x} \text{ e } t_2 = \frac{d}{V'_x}$$

Logo:

$$\frac{d}{V_x} + \frac{d'}{V'_x} = \frac{2V_{0y}}{g}$$

$$\frac{d}{V_0 \cos \alpha} + \frac{d}{V'_x} = \frac{2V_0 \operatorname{sen} \alpha}{g}$$

$$\frac{d}{V'_x} = \frac{2V_0 \operatorname{sen} \alpha}{g} - \frac{d}{V_0 \cos \alpha}$$

$$\frac{d}{V'_x} = \frac{V_0^2\, 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha - d\, g}{V_0\, g \cos \alpha}$$

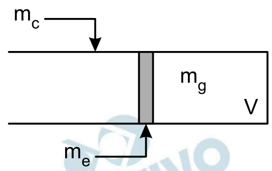
$$\boxed{V'_x = \frac{V_0 \,.\, d \,.\, g \cos \alpha}{V_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha - d\, g}}$$

Coeficiente de restituição:

$$e = \frac{V_{rel_{afastamento}}}{V_{rel_{aproximação}}} \Rightarrow e = \frac{V'_x}{V_x}$$

$$e = \frac{\dfrac{V_0 \,.\, d \,.\, g \,.\, \cos\alpha}{V_0^2 \,\text{sen}\, 2\alpha - d \,.\, g}}{V_0 \cos\alpha} \Rightarrow \boxed{e = \frac{d \,.\, g}{V_0^2 \,\text{sen}\, 2\alpha - d \,.\, g}}$$

A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume V com um gás ideal a pressão P, e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente.



Considerando as respectivas massas m_c, do cilindro, e m_e, do êmbolo, muito maiores que a massa m_g do gás, e sendo γ o expoente de Poisson, a variação da energia interna ΔU do gás quando a velocidade do cilindro for v_c é dada aproximadamente por

a) $3PV^{\gamma}/2$.

b) $3PV/(2(\gamma - 1))$.

c) $-m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2m_e)$.

d) $-(m_c + m_e)v_c^2/2$,

e) $-m_e(m_e + m_c)v_c^2/(2m_c)$.

Resolução

Como o sistema é isolado, a quantidade de movimento do sistema se conserva:

$$m_e \vec{v}_e + m_c \vec{v}_c = \vec{0} \Rightarrow m_e \vec{v}_e = -m_c \vec{v}_c$$

Em módulo:

$$v_e = \frac{m_c}{m_e} v_c \ (I)$$

Como a transformação é adiabática, a quantidade de calor Q trocada pelo gás é nula:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$0 = \tau + \Delta U$$

$$\Delta U = -\tau \ (II)$$

O trabalho τ do gás provoca variação na energia cinética do sistema:

$$\tau = m_c \frac{v_c^2}{2} + m_e \frac{v_e^2}{2}$$

Da equação (I), vem:

$$\tau = m_c \frac{v_c^2}{2} + \frac{m_e}{2} \left(\frac{m_c v_c}{m_e} \right)^2$$

$$\tau = \frac{v_c^2}{2} \left(m_c + \frac{m_c^2}{m_e} \right)$$

$$\tau = m_c(m_e + m_c) \frac{v_c^2}{2\, m_e}$$

Substituindo na equação (II), vem:

$$\Delta U = -\, m_c(m_e + m_c)\, \frac{v_c^{\,2}}{2\, m_e}$$

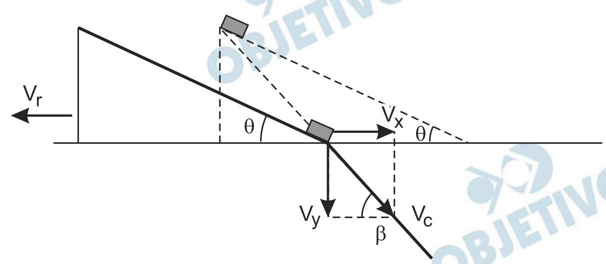
 C

Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por tan θ = 3/4. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

a) 1 m/s. b) 3 m/s. c) 5 m/s.

d) 2 m/s. e) 4 m/s.

Resolução



1) **Conservação da quantidade de movimento na horizontal:**

$$mV_x = MV_r$$

$$80V_x = 120V_r$$

$$V_x = \frac{3}{2}\,V_r$$

2) **A velocidade do corpo em relação à rampa é na horizontal:**

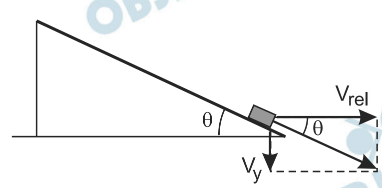
$$V_{rel_x} = V_x - (-V_r) = V_x + V_r = \frac{3}{2}\,V_r + V_r$$

$$\boxed{V_{rel_x} = \frac{5}{2}\,V_r}$$

3) **O movimento relativo do corpo, em relação à rampa, tem a direção da rampa, logo:**

$$\text{tg}\,\theta = \frac{V_y}{V_{rel}} \qquad V_y = \frac{5}{2}\,V_r\,.\,\text{tg}\,\theta = \frac{5}{2}\,V_r\,.\,\frac{3}{4}$$

$$\boxed{V_y = \frac{15}{8}\,V_r}$$



4) **Fazendo conservação de energia:**

$$\varepsilon_m^f = \varepsilon_m^i$$

$$\frac{M}{2} V_r^2 + \frac{m}{2} V_c^2 = m\,g\,h$$

$$\frac{120}{2} \cdot V_r^2 + \frac{80}{2} (V_y^2 + V_x^2) = 80 \cdot 10 \cdot 9{,}0$$

$$60\,V_r^2 + 40 \left(\frac{225}{64}\,V_r^2 + \frac{9}{4}\,V_r^2\right) = 7200$$

$$60V_r^2 + 40\left(\frac{225\,V_r^2 + 144\,V_r^2}{64}\right) = 7200$$

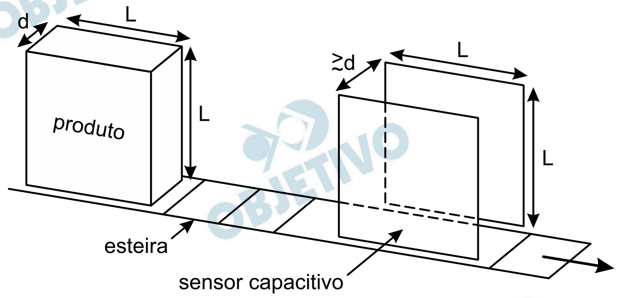
$$60\,V_r^2 + \frac{5}{8} \cdot 369\,V_r^2 = 7200$$

$$291\,V_r^2 = 7200$$

$$V_r^2 \cong 25$$

$$\boxed{V_r \cong 5{,}0 \text{ m/s}}$$

Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões L x L x d, sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado L, afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que d, conforme a figura.

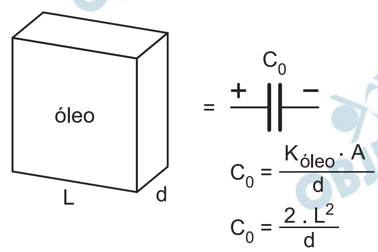


Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância C_0. Considere, contudo, tenha havido antes um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja $C = 3/4C_0$. Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo, k = 2; e do ar, $k_{ar} = 1$, e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.

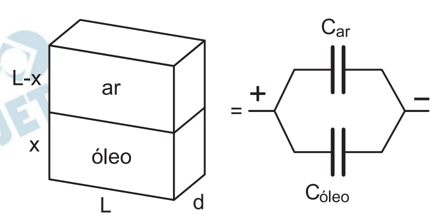
a) 5% b) 50% c) 100% d) 10% e) 75%

Resolução

Situação desejada (sem vazamento)



Situação real (com vazamento de óleo)



Capacitor com dielétrico de óleo e capacitor com dielétrico de ar ligados sob a mesma ddp (associação em paralelo):

$$C_{paralelo} = \frac{3}{4} C_0 \text{ (1)}$$

$$C_{paralelo} = C_{ar} + C_{óleo}$$

$$C_{paralelo} = \frac{k_{ar} \cdot A_{ar}}{d} + \frac{k_{óleo} \cdot A_{óleo}}{d} \quad (2)$$

Igualando-se (1) e (2), vem:

$$\frac{k_{ar} \cdot A_{ar}}{d} + \frac{k_{óleo} \cdot A_{óleo}}{d} = \frac{3}{4} C_0$$

$$\frac{1 \cdot (L - x) L}{d} + \frac{2 \cdot x \cdot L}{d} = \frac{3}{4} \frac{2L^2}{d}$$

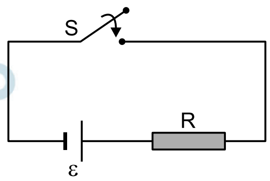
$$L - x + 2x = 1{,}5L$$

$$x = 1{,}5L - L$$

$$\boxed{x = 0{,}50L}$$

Houve um vazamento de 50% do óleo.

O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. ε e um resistor de resistência R.



Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:

I. Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.

II. Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.

III. A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

Assinale a alternativa verdadeira.

a) Apenas a I é correta.

b) Apenas a II é correta.

c) Apenas a III é correta.

d) Apenas a II e a III são corretas.

e) Todas são corretas.

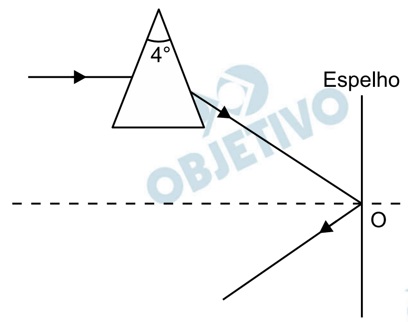
Resolução

I) CORRETA. Logo após a chave S ser fechada haverá f.e.m. autoinduzida no circuito, pois a variação da corrente de zero ao valor final produz um campo magnético variável no tempo de acordo com a Lei de Faraday para a produção da força eletromotriz.

II) CORRETA. Após um tempo suficientemente grande, cessará o fenômeno de autoindução no circuito, pois não haverá a variação temporal do campo magnético, já que a corrente se torna contínua e constante em seu valor.

III) CORRETA. A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo, a qual produz variação do fluxo magnético, de acordo com a Lei de Faraday.

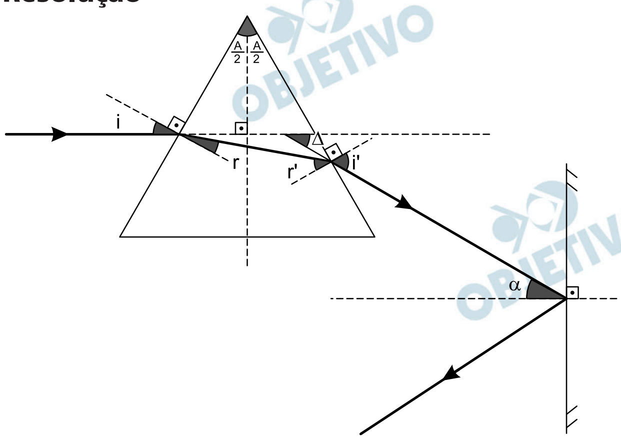
Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4° e índice de refração n = 1,5. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura.



Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retome paralelamente ao raio incidente no prisma.

a) 4°, sentido horário.
b) 2°, sentido horário.
c) 2°, sentido antihorário.
d) 1°, sentido horário.
e) 1°, sentido antihorário.

Resolução



Da figura, o ângulo de incidência α da luz no espelho é igual ao ângulo de desvio Δ proporcionado pelo prisma:

$$\alpha = \Delta$$

Para o retorno do raio de luz refletido paralelo ao raio incidente, o espelho deve rotacionar de $\frac{\alpha}{2}$ no sentido horário.

I) Cálculo do ângulo de incidência i no prisma:
Na figura, temos que os lados do ângulo i são mutuamente perpendiculares aos lados do ângulo

que corresponde à metade do ângulo de abertura A do prisma

$$i = \frac{A}{2} = \frac{4^o}{2}$$

$$i = 2^o = \frac{\pi}{90} \text{ rad}$$

II) Cálculo do ângulo de refração interno r:

Da Lei de Snell-Descartes, temos:

n_{ar} sen . i = n sen . r

$$1,0 \text{ . sen} \left(\frac{\pi}{90}\right) = 1,5 \text{ . sen r}$$

Para ângulos menores do que 5º, podemos assumir que o seno do ângulo é igual ao ângulo, medido em radianos:

$$\frac{\pi}{90} = 1,5 \text{ . r}$$

$$r = \frac{\pi}{135} \text{ rad}$$

III) Cálculo do ângulo de incidência interno r’ no prisma:

A = r + r’

$$\frac{\pi}{45} = \frac{\pi}{135} + r'$$

$$r' = \frac{2\pi}{135} \text{ rad}$$

IV) Cálculo do ângulo de emergência da luz i’

n sen r’ = n_{ar} sen i’

$$1,5 \text{ . sen} \left(\frac{2\pi}{135}\right) = 1 \text{ . sen i'}$$

$$1,5 \text{ . } \frac{2\pi}{135} = i'$$

$$i' = \frac{\pi}{45} \text{ rad}$$

V) Cálculo do ângulo de desvio Δ sofrido pela luz ao atravessar o prisma.

Δ = i + i’ – Δ

$$\Delta = \frac{\pi}{90} + \frac{\pi}{45} - \frac{\pi}{45} \text{ (rad)}$$

$$\Delta = \frac{\pi}{90} \text{ rad}$$

O ângulo φ de rotação do espelho é então de:

$$\varphi = \frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{180}\ \text{rad}$$

ou

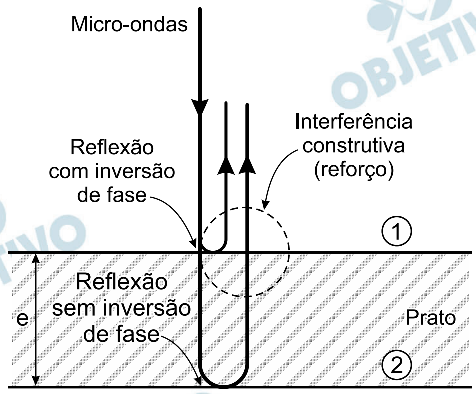
$\varphi = 1^o$, no sentido horário

Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de 2,5 x 10^9 Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de

a) 1,0 cm. b) 2,0 cm. c) 3,0 cm.
d) 4,0 cm. e) 5,0 cm.

Resolução

(I) O fenômemo descrito está ilustrado abaixo. É importante observar que a reflexão na interface (1) (ar-prato) ocorre com inversão de fase, enquanto na interface (2) (prato-ar), ocorre sem inversão de fase, já que o ar é menos refringente que o material do prato.



Sendo Δx a diferença de percursos entre os pulsos refletidos na interface (2) e aqueles refletidos na interface (1), tem-se que:

$$\Delta x = 2e \ \text{ e } \ \Delta x = i\,\frac{\lambda_p}{2}$$

Logo: $2e = i\,\dfrac{\lambda_p}{2}$

Da qual: $\boxed{e = i\,\dfrac{\lambda_p}{4}}$ **(em que i = 1, 3, 5...)**

É importante notar que, como os pulsos se superpõem em oposição de fase, a condição de interferência construtiva entre eles impõe que o fator i seja um número ímpar.

Para se obter o valor mínimo de e, utiliza-se i = 1. Assim:

$$\boxed{e_{mín} = 1\,\frac{\lambda_p}{4}}$$

(II) Mas: $\dfrac{\lambda_p}{\lambda_{ar}} = \dfrac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow \dfrac{\lambda_p}{\dfrac{c}{f}} = \dfrac{n_{ar}}{n_p}$

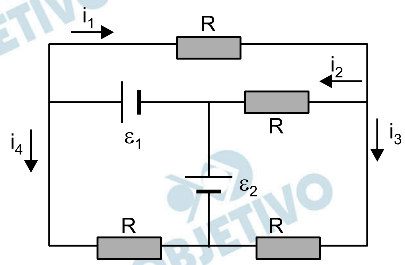
$$\lambda_p = \frac{c\, n_{ar}}{f\, n_p} \Rightarrow \lambda_p = \frac{3,0 \,.\, 10^8 \,.\, 1,0}{2,5 \,.\, 10^9 \,.\, 1,5} \text{ (m)}$$

Da qual: $\boxed{\lambda_p = 0,08\text{m} = 8,0\text{cm}}$

(III) Assim: $e_{mín} = 1 \,\dfrac{\lambda_p}{4} = \dfrac{8,0\text{cm}}{4}$

$\boxed{e_{mín} = 2,0\text{cm}}$

Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência, R = 10 Ω, e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são $\varepsilon_1 = 30$ V e $\varepsilon_2 = 10$ V.



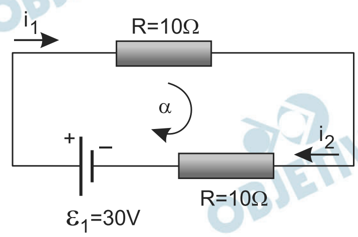
Pode-se afirmar que as correntes i_1, i_2, i_3 e i_4 nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de

a) 2, 2/3, 5/3 e 4.
b) 7/3, 2/3, 5/3 e 4.
c) 4, 4/3, 2/3 e 2.
d) 2, 4/3, 7/3 e 5/3.
e) 2, 2/3, 4/3 e 4.

Resolução

Separação das malhas e aplicação das Leis de Kirchhoff:

Malha α:



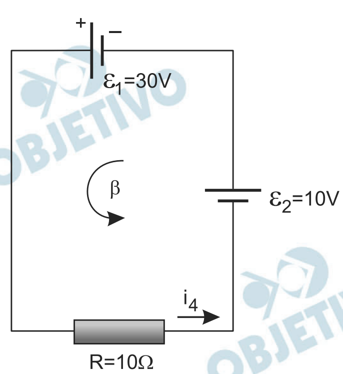
$$\mathbf{Ri_1 + Ri_2 - \varepsilon_1 = 0}$$

$$\mathbf{10i_1 + 10i_2 - 30 = 0}$$

$$\mathbf{10i_1 + 10i_2 = 30}$$

$$\boxed{\mathbf{i_1 + i_2 = 3}} \quad \mathbf{(I)}$$

Malha β:



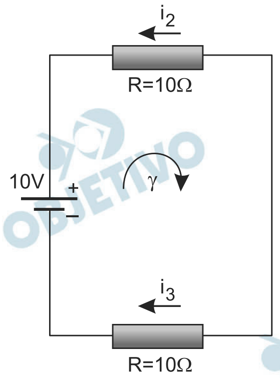
$$\mathbf{R_1 + i_4 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0}$$

$$\mathbf{10 \,.\, i_4 - 30 - 10 = 0}$$

$$\mathbf{10i_4 = 40}$$

$\boxed{i_4 = 4{,}0\ A}$ **(II)**

Malha γ:



$$Ri_3 + Ri_2 - \varepsilon_2 = 0$$

$$10i_3 - 10i_2 - 10 = 0$$

$$10i_3 - 10i_2 = 10$$

$$i_3 - i_2 = 1$$

$\boxed{i_3 = 1 + i_2}$ **(III)**

Observando o circuito, vemos que $i_1 = i_2 + i_3$. Substituindo-se essa expressão em (I), vem:

$$i_2 + i_3 + i_2 = 3$$

$\boxed{2i_2 + i_3 = 3}$ **(IV)**

III em IV:

$$2i_2 + (1 + i_2) = 3$$

$$3i_2 = 2$$

$$\boxed{i_2 = \frac{2}{3}\ A}$$

Em III: $i_3 = 1 + i_2$

$$i_3 = 1 + \frac{2}{3}\ (A)$$

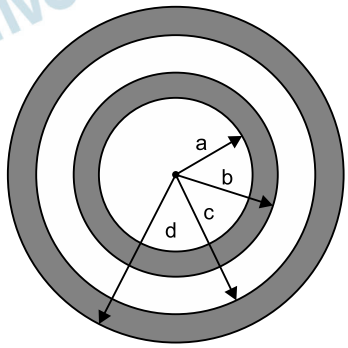
$$\boxed{i_3 = \frac{5}{3}\ A}$$

Como $i_1 = i_2 + i_3$, temos:

$$i_1 = \frac{2}{3} + \frac{5}{3}\ (A)$$

$$\boxed{i_1 = \frac{7}{3}\ A}$$

A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que a e c são, respectivamente, seus raios internos, e b e d seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas.



Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio d, podemos afirmar, respectivamente, que

a) V(b) > V(d) e a carga é positiva.

b) V(b) < V(d) e a carga é positiva.

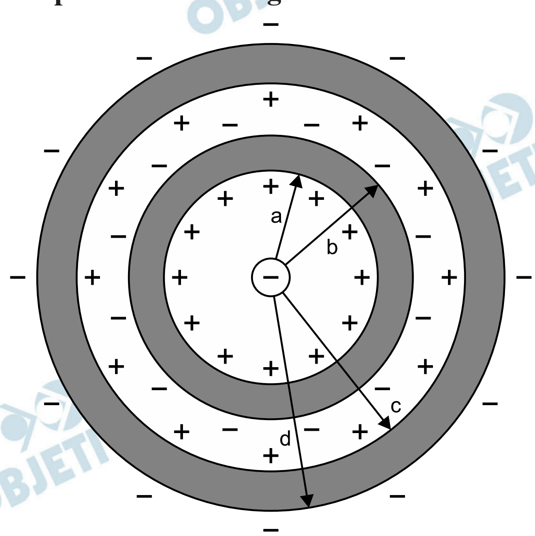
c) V(b) = V(d) e a carga é negativa.

d) V(b) > V(d) e a carga é negativa.

e) V(b) < V(d) e a carga é negativa.

Resolução

A carga puntiforme negativa no centro das esferas vai produzir indução eletrostática e as cargas induzidas estão representadas na figura



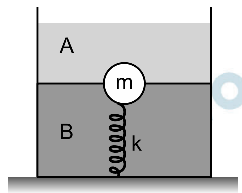
Logo, a carga elétrica adquirida pela superfície *d* é *negativa*.

O potencial gerado pela carga negativa no centro da esfera pode ser calculado por $V = \dfrac{K(-Q)}{r}$, sendo $-Q$ a carga no centro das esferas.

$$V_b = \frac{K(-Q)}{b} \qquad V_d = \frac{K(-Q)}{d}$$

Como $b < d \Rightarrow V_b < V_d$

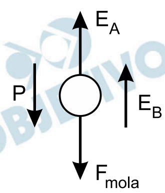
Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B, com densidades respectivas ρ_A e ρ_B. Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa m = 5 kg, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica k = 800 N /m, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura.



Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de

a) 0 m. b) 9/16 m. c) 3/8 m.
d) 1/4 m. e) 1/8 m.

Resolução



Para o equilíbrio: $F_{mola} + P = E_A + E_B$

$$kx + mg = 4\,\rho\,\frac{V}{2}\,g + 6\,\rho\,\frac{V}{2}\,g$$

Sendo $P = mg = \rho\,V\,g = 50\,N$**, vem**

$E_A = 2\,\rho\,Vg = 100N$

$E_B = 3\,\rho\,Vg = 150N$

$800 \,.\, x + 50 = 100 + 150$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}\,m}$$

 C

Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

a) a segunda lei de Newton.

b) a lei de conservação da energia.

c) a segunda lei da termodinâmica.

d) a lei zero do termodinâmica.

e) a lei de conservação da quantidade de movimento.

Resolução

O texto se refere ao aumento da entropia dos sistemas termodinâmicos, demonstrado pela segunda lei da termodinâmica.

18 E

Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás de hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado n para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho ϕ do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado n é dada por $E_n = E_1/n^2$. Considere as seguintes afirmações:

I – A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é $E_c = E_1/n^2 - E_1/2$.

II – A função trabalho do metal é $\phi = -E_1/2$.

III – A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

a) Apenas a I e a III são corretas.

b) Apenas a II e a III são corretas.

c) Apenas a I e a II são corretas.

d) Apenas a III é correta.

e) Todas são corretas.

Resolução

Cálculo da energia de ionização:

A energia de ionização corresponde à variação da energia entre o estado fundamental (n = 1) e a energia nula do infinito.

$$E_{ionização} = E_{infinito} - E_{fundamental}$$

$$E_{ionização} = 0 - E_1$$

$\boxed{E_{ionização} = -E_1}$ **$E_1 < 0$, pois o elétron está ligado ao núcleo de hidrogênio.**

I. Correta

De acordo com a proposição de Einstein para o efeito fotoelétrico, temos:

Energia cinética máxima do fotoelétron ejetado pela placa de metal (E_c)	=	Energia do fóton emitido pelo átomo de hidrogênio na transição do estado n para o fundamental $E_{fóton} = \frac{E_1}{n^2} - E_1$	–	Função trabalho Φ do metal igual à metade da energia de ionização $\Phi = -\frac{E_1}{2}$

$$E_c = \left[\frac{E_1}{n^2} - E_1\right] - \left(-\frac{E_1}{2}\right)$$

$$E_c = \frac{E_1}{n^2} - E_1 + \frac{E_1}{2}$$

$$\boxed{E_c = \frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2}}$$

II. Correta

$$\Phi = -\frac{E_1}{2}$$

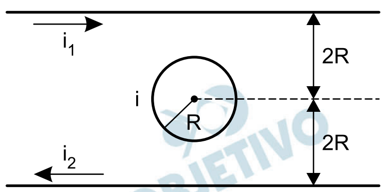
III. Correta

O efeito fotoelétrico também pode ser operacionalizado por:

$E_c = h\,f - \Phi$ (h é a Constante de Planck)

A equação mostra que o aumento da frequência f do fotoelétron aumenta a energia cinética do fotoelétron ejetado pelo metal.

Uma espira circular de raio R é percorrida por uma corrente elétrica i criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância 2R do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes i_1 e i_2 não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura.



O valor de i e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente

a) $i = (1/2\pi)\ (i_1 + i_2)$ e horário.

b) $i = (1/2\pi)\ (i_1 + i_2)$ e antihorário.

c) $i = (1/4\pi)\ (i_1 + i_2)$ e horário.

d) $i = (1/4\pi)\ (i_1 + i_2)$ e antihorário.

e) $i = (1/\pi)\ (i_1 + i_2)$ e horário.

Resolução

Inicialmente a espira de raio R gera um campo magnético cujo módulo é dado por

$$B_{esp} = \frac{\mu i}{2R}$$

Ao colocarmos os dois fios paralelos eles geram um campo magnético resultante $\vec{B}_{fio}$ de módulo:

$$B_{fio} = \frac{\mu i_1}{2\pi\,(2R)} + \frac{\mu i_2}{2\pi\,(2R)} = \frac{\mu(i_1 + i_2)}{4\pi\,R}$$

Para que não se altere o módulo do campo resultante no centro da espira, o módulo do campo $\vec{B}_{fio}$ deve ser igual ao dobro do módulo campo da espira ($\vec{B}_{esp}$) e seus sentidos devem ser opostos.

$$B_{fio} = 2 \,.\, B_{esp}$$

$$\frac{\mu(i_1 + i_2)}{4\pi\,R} = \frac{2\mu i}{2R}$$

$$\boxed{i = \frac{i_1 + i_2}{4\pi}}$$

Pela regra da mão direita, o campo resultante dos fios está penetrando no papel. Concluindo, o campo da espira deverá sair do papel e a corrente terá sentido anti-horário.

20 A

Uma lua de massa m de um planeta distante, de massa M >> m, descreve uma órbita elíptica com semieixo maior *a* e semieixo menor *b*, perfazendo um sistema de energia E. A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade v da lua no apogeu com sua velocidade v' no perigeu, isto é, v' (a – e) = v (a + e), em que e é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que

a) $E = -GMm/(2a)$.

b) $E = -GMm/(2b)$.

c) $E = -GMm/(2e)$.

d) $E = -GMm/\sqrt{a^2 + b^2}$

e) $v' = \sqrt{2GM/(a-e)}$.

Resolução

v' (a – e) = v (a + e)

No perigeu: $E = \dfrac{mv'^2}{2} - \dfrac{GMm}{a-e}$ (1)

No apogeu: $E = \dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{GMm}{a+e}$ (2)

$$E = \frac{m}{2}\left[v\,\frac{(a+e)}{a-e}\right]^2 - \frac{GMm}{a-e}$$

$$E = \frac{mv^2}{2}\left(\frac{a+e}{a-e}\right)^2 - \frac{GMm}{a-e} \quad (3)$$

De (2): $\dfrac{mv^2}{2} = E + \dfrac{GMm}{a+e}$ (4)

De (3): $\dfrac{mv^2}{2} = \left(E + \dfrac{GMm}{a-e}\right) . \left(\dfrac{a-e}{a+e}\right)^2$ (5)

Comparando (4) e (5), vem:

$$E + \frac{GMm}{a+e} = \left(E + \frac{GMm}{a-e}\right) . \left(\frac{a-e}{a+e}\right)^2$$

$$E + \frac{GMm}{a+e} = E\left(\frac{a-e}{a+e}\right)^2 + \frac{GMm}{(a-e)} \cdot \frac{(a-e)^2}{(a+e)^2}$$

$$E + \frac{GMm}{a+e} = E\left(\frac{a-e}{a+e}\right)^2 + GMm \,.\, \frac{a-e}{(a+e)^2}$$

$$E\left[1 - \left(\frac{a-e}{a+e}\right)^2\right] = \frac{GMm}{a+e}\left(\frac{a-e}{a+e} - 1\right)$$

$$E\left[1 - \left(\frac{a-e}{a+e}\right)^2\right] = \frac{GMm}{a+e}\,\frac{(a-e-a-e)}{a+e}$$

$$E\,.\left[\frac{(a+e)^2 - (a-e)^2}{(a+e)^2}\right] = \frac{GMm\,(-2e)}{(a+e)^2}$$

$$E\,(a^2 + 2ae + e^2 - a^2 + 2ae - e^2) = GMm\,(-2e)$$

$$E\,4ae = GMm\,(-2e)$$

$$\boxed{E = -\frac{GMm}{2a}}$$

21

Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística $m = m_0\gamma$, o momentum relativístico $p = m_0\gamma v$ e a energia relativística $E = m_0\gamma c^2$, em que m_0 é a massa de repouso da partícula e $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz. Demonstre que $E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$ e, com base nessa relação, discuta a afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c".

Resolução

Energia relativística

$$E = m_0\gamma c^2$$

$$E^2 = m_0{}^2\gamma^2c^4$$

$$E^2 = m_0{}^2c^4 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}$$

$$E^2 = m_0{}^2c^4 \cdot \frac{1}{\dfrac{c^2 - V^2}{c^2}}$$

$$E^2 = m_0{}^2c^4 \cdot \frac{c^2}{c^2 - V^2}$$

$$E^2 = m_0{}^2 \cdot \frac{c^6}{c^2 - V^2} \quad (1)$$

Momentum relativístico

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot V$$

$$p^2 = m_0{}^2 \cdot \gamma^2 \cdot V^2$$

$$p^2 = m_0{}^2 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{c^2}} \cdot V^2$$

$$p^2 = m_0{}^2 \cdot \frac{c^2}{c^2 - V^2} \cdot V^2$$

$$p^2 = \frac{m_0{}^2\, V^2\, c^2}{c^2 - V^2} \quad (2)$$

Substituindo (1) e (2) no primeiro termo da equação do enunciado:

$$E^2 - p^2c^2 = (m_0\, c^2)^2$$

$$E^2 - p^2c^2 = \frac{m_0{}^2\, c^6}{c^2 - V^2} - \frac{m_0{}^2\, V^2\, c^2\, c^2}{c^2 - V^2}$$

$$E^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^{\ 2}\ c^4}{c^2 - V^2}\ (c^2 - V^2)$$

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^{\ 2}\ c^4$$

$$\boxed{E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2}$$

Além disso, para $m_0 = 0$, temos:

$$m = m_0 \cdot \gamma$$

$$m = m_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot m = m_0$$

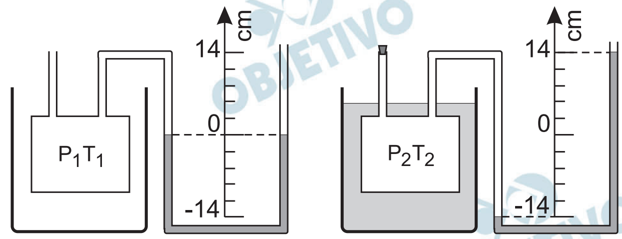
$$\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = 0$$

$$1 - \frac{V^2}{c^2} = 0$$

$$\boxed{V = c}$$

Se a partícula viajasse com a velocidade da luz, sua massa de repouso seria nula.

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de 0°C. A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico P x T para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0 quando a pressão P = 0, interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



Resolução

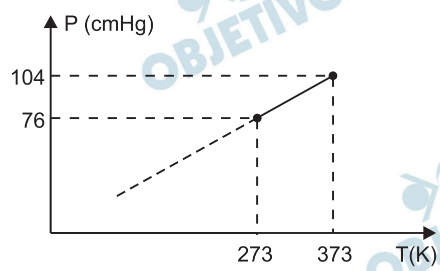
No estado 1, a pressão do gás é igual à pressão atmosférica P_1 = 76 cm Hg e no estado 2 a pressão do gás P_2 é dada por

$$P_2 = P_{atm} + P_{Hg}$$

$$P_2 = 76\ \text{cmHg} + 28\ \text{cmHg}$$

$$P_2 = 104\ \text{cmHg}$$

Para esses valores de pressão e temperatura, obtemos no gráfico (P x T) dois pontos:



Admitindo-se que o ar no recipiente se comporta como um gás ideal, a pressão varia linearmente com a temperatura:

$$P = P_0 + \alpha T$$

Dos pontos do gráfico, temos:

$$\begin{cases} 104 = P_0 + \alpha \, . \, 373 \\ 76 = P_0 + \alpha \, . \, 273 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos:

$$P_0 = -\,0{,}44\ \text{cmHg}$$

$$\alpha = 0{,}28\ \frac{\text{cmHg}}{\text{K}}$$

E obtemos a relação:

$$P = -\,0{,}44 + 0{,}28T$$

Fazendo P = 0, temos:

$0 = -0{,}44 + 0{,}28T$

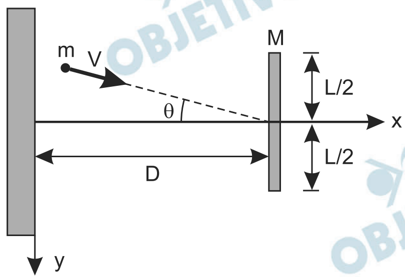
$$T = \frac{0{,}44}{0{,}28}\ K$$

$\boxed{T \cong 1{,}57K}$

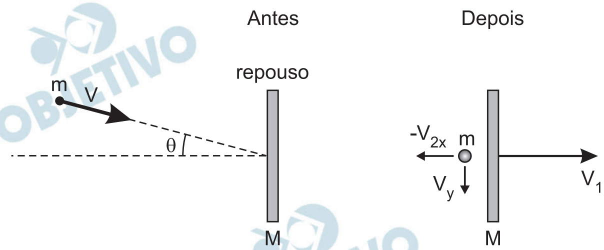
Ou seja, a temperatura do gás se aproxima do zero absoluto. Tal conclusão é coerente com a teoria cinética dos gases, segundo a qual a pressão aplicada pelo gás nas paredes do recipiente se deve às colisões entre as partículas que constituem o gás e as paredes do recipiente. A temperatura, por sua vez, cai com a redução do grau de agitação das partículas. De acordo com a teoria cinética dos gases, a pressão deveria ser nula na temperatura de 0K. O valor encontrado, diferente de 0K, está ligado ao fato de o gás não ser ideal e a eventuais erros de medida.

23

Num plano horizontal x × y, um projétil de massa m é lançado com velocidade v, na direção θ com o eixo x, contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea, de comprimento L e massa M, que se encontra inicialmente em repouso a uma distância D de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, determine o intervalo de valores de θ para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.



Resolução



1) **Conservação da quantidade de movimento na direção x:**

$$M V_1 - m V_{2x} = m V\cos\theta \ (1)$$

2) **Colisão elástica: $V_{af} = V_{ap}$**

$$V_1 + V_{2x} = V\cos\theta \ (2)$$

$$(2) \times M: M V_1 + M V_{2x} = M V\cos\theta \ (3)$$

$$(3) - (1): V_{2x}(M + m) = (M - m) V\cos\theta$$

$$\boxed{V_{2x} = \frac{(M - m) V\cos\theta}{M + m}}$$

$$\text{Em (2): } V_1 + \frac{(M - m) V\cos\theta}{M + m} = V\cos\theta$$

$$V_1 = V\cos\theta \left[1 - \frac{M - m}{M + m}\right]$$

$$\boxed{V_1 = V\cos\theta \frac{2m}{M + m}}$$

3) **Seja T o tempo total desde a 1.ª colisão até a 2.ª colisão. O projétil vai percorrer na direção x uma distância total 2D + d, em que d é a distância percorrida pela barra no tempo T.**

$$2D + d = V_{2x}\, T \ (1)$$

$$d = V_1\, T \ (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \frac{2D + d}{d} = \frac{V_{2x}}{V_1} = \frac{M - m}{2m}$$

$$d\,M - d\,m = 4\,D\,m + 2\,m\,d$$

$$d(M - 3m) = 4\,D\,m$$

$$\boxed{d = \frac{4\,D\,m}{M - 3m}}$$

$$\text{Em (2):}\ \frac{4\,D\,m}{M - 3m} = \left(V\cos\theta\,\frac{2m}{M + m}\right) T$$

$$\boxed{T = \frac{2\,D(M + m)}{V\cos\theta\,(M - 3m)}}$$

4) **Na direção do eixo y:**

$$\Delta s_y = V_y\, T = \frac{V\text{sen}\,\theta\,.\,2\,D\,(M + m)}{V\cos\theta\,(M - 3m)}$$

$$\Delta s_y = \text{tg}\,\theta\,.\,\frac{2\,D\,(M + m)}{M - 3m}$$

Para que ocorra a 2.ª colisão:

$$\Delta s_y \le \frac{L}{2}$$

$$\text{tg}\,\theta\,.\,\frac{2\,D\,(M + m)}{M - 3m} \le \frac{L}{2}$$

$$\boxed{\text{tg}\,\theta \le \frac{L\,(M - 3m)}{4\,D\,(M + m)}}$$

$$0 \le \theta \le \text{arc tg}\left[\frac{L\,(M - 3m)}{4D\,(M + m)}\right]$$

5) O tempo gasto para o projétil chegar à parede após a 1.ª colisão é dado por:

$$D = V_{2x} \, . \, T_1$$

$$D = \frac{(M - m)\, V\cos\theta}{M + m} \, . \, T_1$$

$$T_1 = \left(\frac{M + m}{M - m}\right) \frac{D}{V\cos\theta}$$

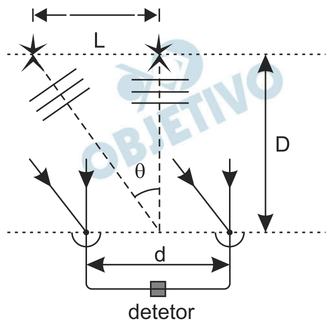
O tempo pedido entre a colisão com a parede e a 2.ª colisão com a barra é dado por:

$$\Delta t = T - T_1$$

$$\Delta t = \frac{2\, D\, (M + m)}{V\cos\theta\, (M - 3m)} - \left(\frac{M + m}{M - m}\right) \frac{D}{V\cos\theta}$$

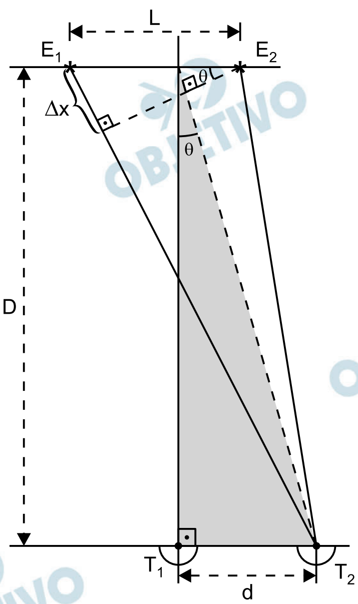
$$\boxed{\Delta t = \frac{(M + m)\, D}{V\cos\theta} \left(\frac{2}{M - 3m} - \frac{1}{M - m}\right)}$$

Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de L = 5,0 anos-luz e situam-se a uma distância D = 2,5 x 10^7 anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima, d, entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo θ < < 1 em radianos, use a aproximação θ ≅ tan θ ≅ sen θ.



Resolução

A situação proposta equivale ao experimento de Young, em que as estrelas correspondem a duas fontes pontuais de frequência 2,1 GHz. Os telescópios estão posicionados sobre duas franjas de interferência sucessivas.



$$\text{tg}\ \theta = \frac{d}{D}$$

$$\text{sen}\ \theta = \frac{\Delta x}{L}$$

$$\text{sen}\ \theta \cong \text{tg}\ \theta$$

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{d}{D}$$

$$\Delta x = \frac{d}{D} \cdot L$$

Se entendermos "distinguir" como sendo os dois telescópios detectando a estrela, temos interferência construtiva entre os sinais emitidos pelas estrelas. A diferença de percursos deve ser múltipla par de meio comprimento de onda:

$$\Delta x = p \, \frac{\lambda}{2} \quad \text{(p é número par)}$$

$$\frac{d}{D} \, L = p \, . \, \frac{\lambda}{2}$$

$$d = \frac{p}{2} \, \frac{\lambda D}{L} \qquad \text{(I)}$$

Da equação fundamental da ondulatória, obtemos o comprimento de onda λ do sinal emitido pelas estrelas:

$V = \lambda \, f$

$3{,}0 \, . \, 10^8 = \lambda \, . \, 2{,}1 \, . \, 10^9$

$$\lambda = \frac{1}{7} \text{ m}$$

Substituindo-se os valores numéricos na relação (I) obtida para a distância d, temos:

$$d = \frac{p \, . \, \frac{1}{7} \, . \, 2{,}5 \, . 10^7}{2 \, . \, 5{,}0} \text{ (m)}$$

$$d = p \, . \, \frac{2{,}5}{7} \, . \, 10^6 \text{m}$$

A menor distância entre os telescópios ocorre para p = 2:

$$d_{mín} = 2 \, . \, \frac{2{,}5}{7} \, . \, 10^6 \text{m}$$

$$d_{mín} \cong 7{,}14 \, . \, 10^5 \text{m}$$

Se entendermos "distinguir" como sendo um dos telescópios detectando a estrela e o outro não, temos interferência destrutiva entre os sinais emitidos pelas estrelas. A diferença de percursos deve ser múltipla ímpar de meio comprimento de onda:

$$\Delta x = i \, \frac{\lambda}{2} \quad \text{(i é número ímpar)}$$

$$\frac{d}{D} \, L = i \, . \, \frac{\lambda}{2}$$

$$d = \frac{i}{2} \, \frac{\lambda D}{L} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo-se novamente os valores numéricos na relação (II) obtida para a distância d, temos:

$$d = \frac{i \, . \, \frac{1}{7} \, . \, 2{,}5 \, . 10^7}{2 \, . \, 5{,}0} \text{ (m)}$$

$$d = i \, . \, \frac{2{,}5}{7} \, . \, 10^6 \text{m}$$

A menor distância entre os telescópios ocorre para i = 1:

$$d_{mín} = 1 \cdot \frac{2,5}{7} \cdot 10^6 m$$

$$d_{mín} \cong 3,57 \cdot 10^5 m$$

Resposta: **Para interferência construtiva:**

$d_{mín} \cong 7,14 \cdot 10^5$ m

ou

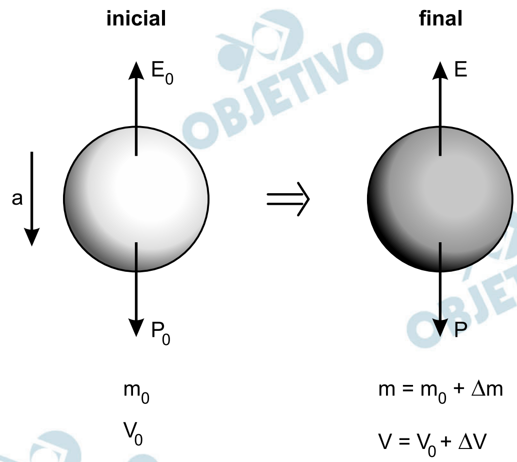
Para interferência destrutiva:

$d_{mín} \cong 3,57 \cdot 10^5$ m

25

Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme d_a, um balão aerostático, inicialmente de densidade d, desce verticalmente com aceleração constante de módulo a. A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo a. Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades d_a e d.

Resolução



Situação inicial:

$$P - E_0 = m_0 \cdot a$$

$$d \cdot V_0 \cdot g - d_a \cdot V_0 \cdot g = d \cdot V_0 \cdot a$$

$$\boxed{a = \left(\frac{d - d_a}{d}\right) \cdot g}$$

Situação final:

$$E - P = m \cdot a$$

$$d_a \cdot (V_0 + \Delta V) \cdot g - (m_0 + \Delta m) \cdot g =$$

$$= (m_0 + \Delta m) \cdot \left(\frac{d_0 - d_{ar}}{d_0}\right) \cdot g$$

$$d_a (V_0 + \Delta V) - (m_0 + \Delta m) = (m_0 + \Delta m) \left(\frac{d - d_a}{d}\right)$$

$$d_a \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right) - \left(\frac{m_0}{V_0} + \frac{\Delta m}{V_0}\right) =$$

$$= \left(\frac{m_0}{V_0} + \frac{\Delta m}{V_0}\right) \left(\frac{d - d_a}{d}\right)$$

$$d_a \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right) - \left(d + \frac{\Delta m}{m_0} . d\right) =$$

$$= \left(d + \frac{\Delta m}{m} . d\right) \left(\frac{d - d_a}{d}\right)$$

$$d_a\left(1+\frac{\Delta V}{V_0}\right)=d\left(1+\frac{\Delta m}{m_0}\right)\left(1+\frac{d-d_{ar}}{d}\right)$$

$$1+\frac{\Delta V}{V_0}=\frac{d}{d_a}\left(1+\frac{\Delta m}{m}\right)\left(2-\frac{d_a}{d}\right)$$

$$\frac{\Delta V}{V_0}=\frac{d}{d_a}\left(1+\frac{\Delta m}{m}\right)\left(2-\frac{d_a}{d}\right)-1$$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V_0}=\left(1+\frac{\Delta m}{m}\right)\left(\frac{2d}{d_a}-1\right)-1}$$

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é P_i e o volume é V_i para um estado final em que a pressão é P_f e o volume é V_f. Sabe-se que $\gamma = C_p/C_v$ é o expoente de Poisson, em que C_p e C_v são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de P_i, V_i, P_f, V_f e γ.

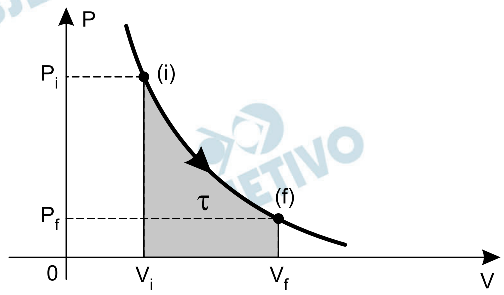
Resolução

O gráfico da pressão (P) em função do volume (V) traduz a expansão adiabática sofrida pelo gás. A curva que conecta os pontos (i) e (f) obedece à Lei de Poisson-Laplace $PV^{\gamma} = k$

ou

$$\boxed{P = \frac{k}{V^{\gamma}}}$$

k é uma constante



Pelo 1º Princípio da Termodinâmica, $Q = \tau + \Delta U$, sendo $Q = 0$ (transformação adiabática), tem-se:

$$0 = \tau + \Delta U \Rightarrow \tau = -\Delta U$$

A variação de energia interna, porém, é dada, neste caso, por:

$$\Delta U = nC_V\,(T_f - T_i) \quad (1)$$

Da Relação de Mayer: $C_P - C_V = R$

Sendo $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V} \Rightarrow C_P = \gamma\, C_V$. Logo:

$$\gamma\, C_V - C_V = R \Rightarrow C_V\,(\gamma - 1) = R$$

Da qual:

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \quad ②$$

Substituindo-se ② em ①:

$$\Delta U = n \left(\frac{R}{\gamma - 1} \right) (T_f - T_i)$$

Da Equação de Clapeyron: PV = n R T, obtém-se:

$$T = \frac{PV}{nR}$$

Assim:

$$\Delta U = \left(\frac{nR}{\gamma - 1} \right) \left(\frac{P_f V_f}{nR} - \frac{P_i V_i}{nR} \right)$$

Da qual:

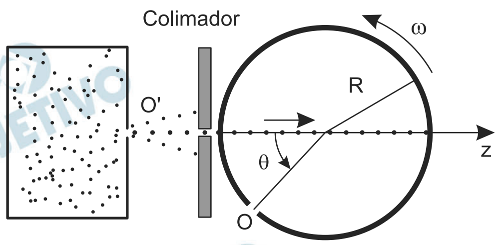
$$\Delta U = \frac{1}{\gamma - 1} (P_f V_f - P_i V_i)$$

Lembrando-se de que $\tau = -\Delta U$, obtém-se, finalmente:

$$\boxed{\tau = \frac{1}{\gamma - 1} (P_i V_i - P_f V_f)}$$

Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em $t = 0$, com os orifícios O' e O alinhados no eixo z, moléculas ejetadas de O', após passar por um colimador, penetram no orifício O do tambor de raio interno R, que gira com velocidade angular constante ω. Considere, por simplificação, que neste instante inicial $(t = 0)$ as moléculas em movimento encontram-se agrupadas em torno do centro do orifício O. Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo z, cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do tambor no final de seus percursos. Nestas condições,

obtenha em função do ângulo θ a expressão para $v - v_{min}$, em que v é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro θ do tambor e v_{min} é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



Resolução

(I) Para uma rotação de um ângulo θ do tambor, temos:

$$\omega = \frac{\theta}{\Delta t} \quad (\theta \text{ em rad})$$

$$\Delta t = \frac{\theta}{\omega} \quad ①$$

(II) Neste intervalo de tempo, Δt, uma molécula sofre um deslocamento de 2R, ao longo do eixo Z, para se depositar na parede do cilindro:

$$v = \frac{2R}{\Delta t} \quad ②$$

① em ②: $$v = \frac{2R}{\dfrac{\theta}{\omega}}$$

$$v = \frac{2R\omega}{\theta}$$

Para a primeira rotação completa do cilindro, temos:

$\theta = 2\pi$ **rad**

Logo:

$$v_{mín} = \frac{2R\omega}{2\pi}$$

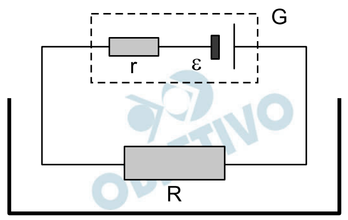
$$v_{mín} = \frac{R\omega}{\pi}$$

(III) Escrevendo $v - v_{mín}$, temos:

$$v - v_{mín} = \frac{2R\omega}{\theta} - \frac{R\omega}{\pi}$$

Da qual: $$\boxed{v - v_{mín} = \frac{\omega R}{\pi\theta}(2\pi - \theta)}$$

O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor Q. Na figura, G é um gerador de força eletromotriz ε, com resistência elétrica interna r, e R é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo,



a) Determine o valor de R e da corrente i em função de ε e da potência elétrica P fornecida pelo gerador nas condições impostas.

b) Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial U em função da intensidade da corrente elétrica i.

c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de Q, i e ε.

Resolução

Nas condições de menor tempo possível de aquecimento, o gerador deve trabalhar com sua potência máxima, ou seja:

$$U = \frac{\varepsilon}{2} \qquad (1)$$

$$i = \frac{i_{cc}}{2} \qquad (2)$$

$$P = i \cdot U = \frac{\varepsilon \cdot i_{cc}}{4}$$

Em curto-circuito, a intensidade de corrente vale:

$$i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$P_{máx} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \qquad (3)$$

No resistor externo:

$U = R \cdot i$

Nas condições de potência máxima, temos:

$$\frac{\varepsilon}{2} = R \cdot \frac{i}{2r} \Rightarrow R = r$$

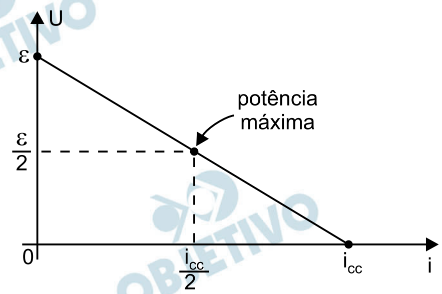
a) $$P = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon^2}{4R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\varepsilon^2}{4P}}$$

$P = i \cdot U$

$$P = i\ \frac{\varepsilon}{2} \Rightarrow \boxed{i = \frac{2P}{\varepsilon}}$$

b) $U = \varepsilon - r\ .\ i$

Trata-se de uma função do 1º grau.



c) Durante o aquecimento, a energia térmica liberada pelo resistor R é aproveitada pela água sob a forma de calor.

$$P\ .\ \Delta t = Q$$

$$P = i\ .\ U = i\ .\ \frac{\varepsilon}{2}$$

$$i\ .\ \frac{\varepsilon}{2}\ .\ \Delta t = Q$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{2Q}{i\ \varepsilon}}$$

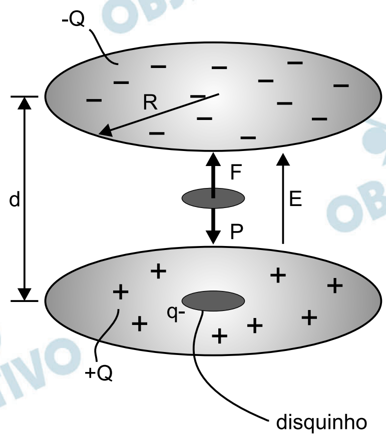
Respostas: a) $R = \frac{\varepsilon^2}{4P}$; $i = \frac{2P}{\varepsilon}$

b) ver figura

c) $\Delta t = \frac{2Q}{i\ .\ \varepsilon}$

Duas placas condutoras de raio R e separadas por uma distância d < < R são polarizadas com uma diferença de potencial V por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor, de massa m e raio r, é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade g, determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

Resolução



Para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior devemos impor $F \geq P$. Para que a diferença de potencial V seja mínima, vamos considerar: $F = P$

Mas $F = q \cdot E$, $E = \dfrac{V}{d}$ **e** $P = m \cdot g$

Portanto, $q \cdot \dfrac{V}{d} = mg$ **(1)**

Cálculo da carga elétrica q do disquinho.
Sendo a densidade elétrica superficial constante, temos:

$$\frac{q}{\pi r^2} = \frac{Q}{\pi R^2} \Rightarrow q = \frac{Q \cdot r^2}{R^2} \quad (2)$$

Mas $Q = C \cdot V \Rightarrow Q = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{\pi R^2}{d} \cdot V$ **(3)**

(2) em (1):

$$\frac{Q \cdot r^2}{R^2} \cdot \frac{V}{d} = mg \Rightarrow V = \frac{mgR^2d}{Q \cdot r^2} \quad (4)$$

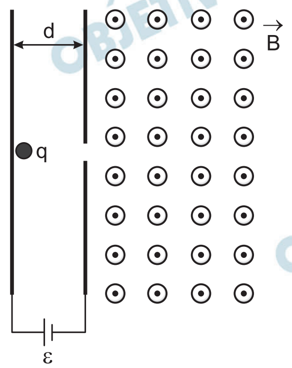
De (3) em (4), resulta:

$$V = \frac{mgR^2d}{\varepsilon_0 \cdot \dfrac{\pi R^2}{d} \cdot V \cdot r^2}$$

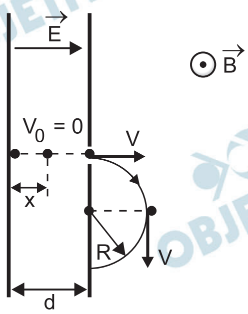
$$V^2 = \frac{mgd^2}{\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\boxed{V = \frac{d}{r} \cdot \sqrt{\frac{mg}{\pi\varepsilon_0}}}$$

Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial $\varepsilon = 1000$ V e espaçadas entre si de d = 1 mm, conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo B = 1,0T. Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



Resolução



Pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\tau = E_c - E_{c_0}$$

$$F \cdot x = E_c$$

$$E_c = q \cdot E \cdot x$$

$$\boxed{E_c = q \cdot \frac{U}{d} \cdot x}$$

E_c varia com x segundo uma função do 1.° grau.

Cálculo de E_c máxima:

Para x = d, temos:

$$E_{c_{máx}} = q \cdot U$$

$$E_{c_{máx}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \text{ (J)}$$

$$E_{c_{máx}} = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{J}$$

Ao penetrar no campo magnético, o próton realiza um MCU. Portanto, sua energia cinética se mantém constante. Quando a velocidade do próton se torna paralela às placas do capacitor, ele terá percorrido, no interior do campo mangético, a distância:

$$d = \frac{\pi R}{2}$$

$$d = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

$$d = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m}{q \cdot B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$$

$$d = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{q \cdot B} \cdot \sqrt{2E_c \cdot m}$$

$$d = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}0} \cdot \sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-16} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-27}} \text{ (m)}$$

$$d \cong 7{,}23 \cdot 10^{-3} m = 7{,}23 mm$$

Temos, assim, o gráfico: