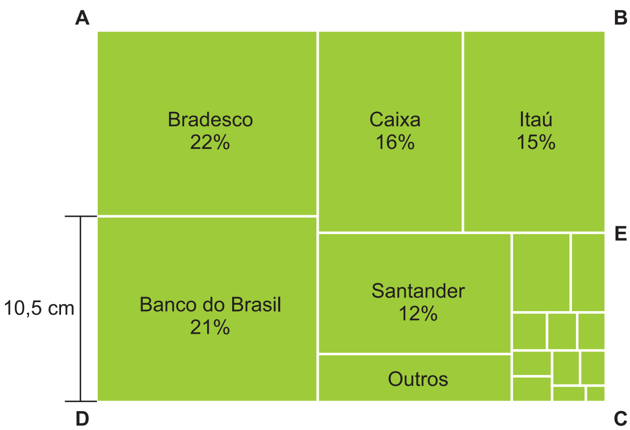
MATEMÁTICA

Considere o texto e a imagem para responder às questões de números **26** e **27**.

Segundo dados do Banco Central, existem 21 874 agências bancárias no Brasil, distribuídas conforme indicado no gráfico a seguir.



Os bancos não identificados no gráfico são: Banrisul, Banco do Nordeste, Banco Mercantil, Banestes, Citibank, Banco de Brasília, Banco do Pará, Safra, Banco da Amazônia e Banese.

(www.nexojornal.com.br. Adaptado.)

26

Dentre os cinco bancos com maior número de agências, o número de agências dos bancos privados (Bradesco, Itaú e Santander) supera o de agências dos bancos públicos (Banco do Brasil e Caixa) em, aproximadamente,

a) 2 820 agências.

b) 2 912 agências.

c) 2 625 agências.

d) 2 995 agências.

e) 3 012 agências.

Resolução

Em porcentagem, o número de agências dos bancos privados superam o de agências dos bancos públicos em:

(22 + 15 + 12) – (21 + 16) = (49 – 37) = 12%

Em número de agências, esta superação é de:

12% . 21 874 ≅ 2 625

Resposta: C

27

Considerando que o retângulo ABCD está equidecomposto nos retângulos que representam todos os bancos, a medida do segmento $\overline{BE}$, em centímetros, pode ser obtida corretamente por meio da conta:

a) $\dfrac{0{,}12 \cdot 29{,}5}{0{,}31} \approx 11{,}42$

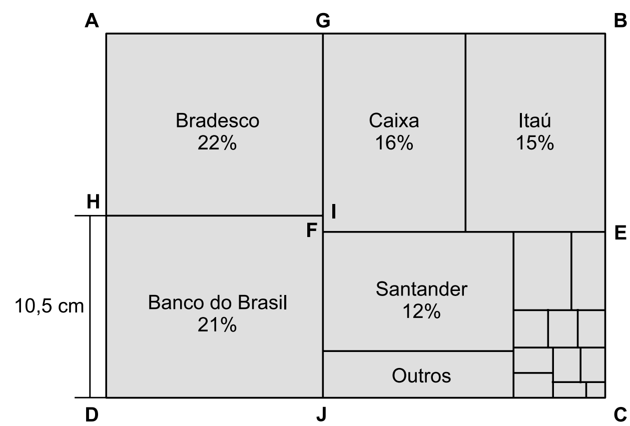
b) $\dfrac{0{,}31 \,.\, 21{,}5}{0{,}57} \approx 11{,}69$

c) $11 + 0{,}01 \,.\, 21{,}5 = 11{,}215$

d) $11 + 0{,}001 \,.\, 21{,}5 = 11{,}0215$

e) $\dfrac{0{,}31 \,.\, 11}{0{,}28} \approx 12{,}18$

Resolução



1) Comparando os retângulos AGIH (Bradesco) e HIJD (Banco do Brasil), ambos de mesma largura, têm-se:

$$\frac{AH}{HD} = \frac{22\%}{21\%} \Leftrightarrow \frac{AH}{10{,}5\text{ cm}} = \frac{22}{21} \Leftrightarrow AH = 11\text{ cm}$$

2) Comparando os retângulos GBEI (Caixa e Itaú) e ECJF (Santander e outros).

BE + EC = AH + HD = (11 + 10,5) cm = 21,5 cm

Em porcentagem, no retângulo ECJF, temos

100 – 22 – 21 – 16 – 15 = 26

Assim,

$$\frac{BE}{16+15} = \frac{CE}{26} = \frac{BE+CE}{16+15+26} \Leftrightarrow \frac{BE}{31} = \frac{21{,}5\text{ cm}}{57} \Leftrightarrow$$

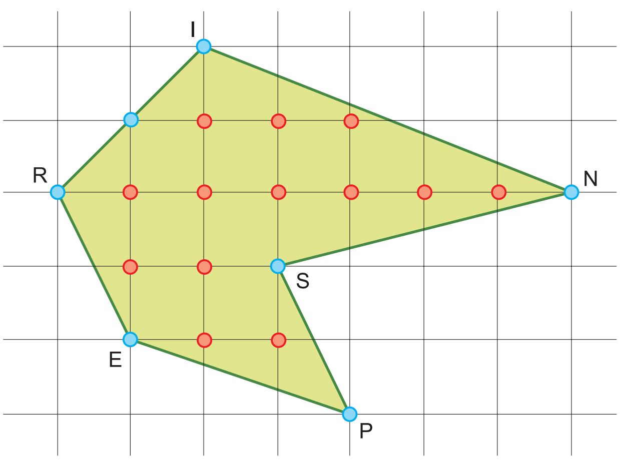
$$\Leftrightarrow BE = \frac{31 \,.\, 21{,}5}{57}\ cm = \frac{0{,}31 \,.\, 21{,}5}{0{,}57}\ cm \simeq 11{,}69\ cm$$

Resposta: B

28

De acordo com o teorema de Pick, se os vértices de um polígono simples estão sobre uma grade de pontos de coordenadas inteiras, sua área será igual a $i + \frac{p}{2} - 1$, sendo i o número de pontos de coordenadas inteiras no interior do polígono e p o número de pontos de coordenadas inteiras no perímetro do polígono. Por exemplo, a área A do polígono INSPER, indicado na figura, é:

$$A = 13 + \frac{7}{2} - 1 = 15,5 \text{ unidades}$$



Um polígono simples possui área igual a 40 unidades e vértices sobre uma grade de pontos de coordenadas inteiras. Sabe-se que o número de pontos de coordenadas inteiras no perímetro desse polígono supera seu número de lados em 8, e que o número de pontos de coordenadas inteiras no interior do polígono supera seu número de lados em 22. A soma dos ângulos internos desse polígono é igual a:

a) 1620°   b) 1800°   c) 1980°
d) 1440°   e) 1260°

Resolução

Sendo *n* o número de lados do polígono simples, *p* e *i* definidos conforme o enunciado e 40 unidades a área temos:

$$\begin{cases} i + \frac{p}{2} - 1 = 40 \\ p = n + 8 \\ i = n + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2i + p = 82 \\ p = n + 8 \\ i = n + 22 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 2\,(n + 22) + (n + 8) = 82 \Leftrightarrow 3n = 30 \Leftrightarrow n = 10$

A soma dos ângulos internos desse polígono é
$S_i = 180^o\,(10 - 2) = 1440^o$

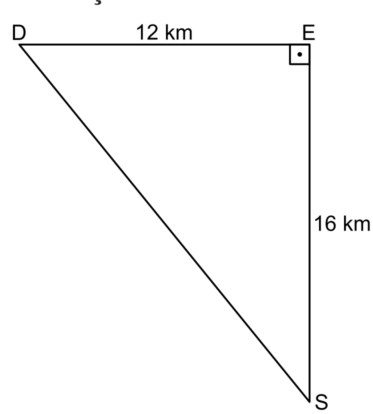
Resposta: D

29

Uma empresa entrega gratuitamente seus produtos em endereços localizados até o raio de 18,5 km do seu depósito. Para distâncias que superam esse raio, a empresa nada cobra pelos primeiros 18,5 km e cobra R$ 25,00 por quilômetro que exceda os 18,5 km iniciais. Rodrigo fez uma compra nessa empresa e solicitou a entrega em local distante 12 km a leste e 16 km ao sul do depósito. Admitindo ser possível ir do depósito ao local de entrega da mercadoria em linha reta, o valor que Rodrigo terá que pagar pelo transporte da mercadoria que comprou é de

a) R$ 27,00.   b) R$ 38,50.   c) R$ 35,00.
d) R$ 39,00.   e) R$ 37,50.

Resolução

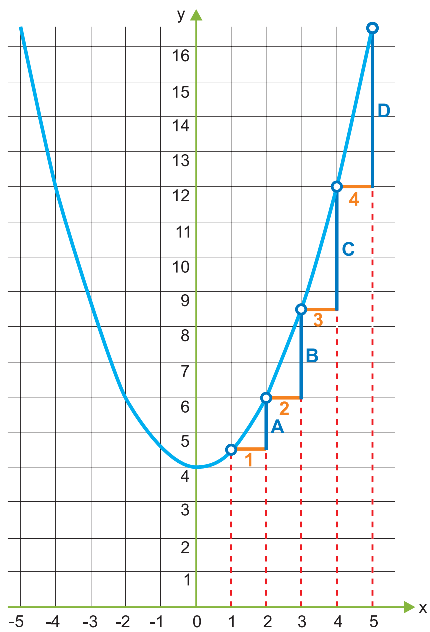


Na figura, D representa a posição do depósito e S a posição da entrega do produto.
Pelo teorema de Pitágoras,
$DS^2 = DE^2 + ES^2 \Leftrightarrow DS^2 = 12^2 + 16^2 \Leftrightarrow DS = 20$
A pessoa deverá pagar, pelo transporte da mercadoria, a quantia de
(20 – 18,5) . R$ 25,00 = R$ 37,50.

Resposta: E

Considere o texto e a imagem a seguir para responder às questões de números **30** e **31**.

O gráfico indica a função quadrática, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada por $y = \dfrac{x^2}{2} + 4$. Nesse gráfico, os intervalos horizontais indicados por 1, 2, 3 e 4 determinam os intervalos verticais indicados por A, B, C e D, respectivamente.

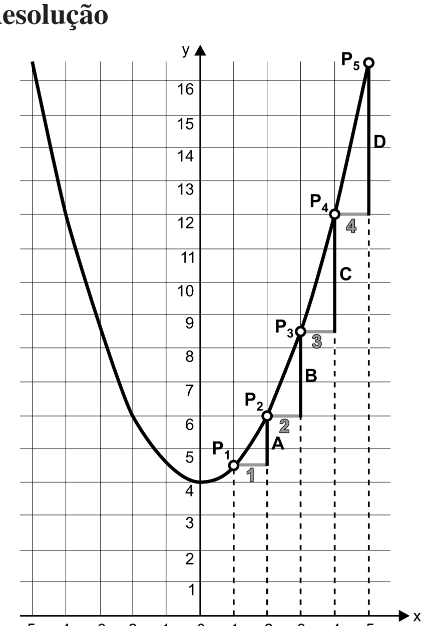


30

Mantendo-se o padrão descrito e considerando o alfabeto de 26 letras, a soma A + B + C + D + E + ... + Z equivale a um segmento de medida igual a

a) 398. b) 456. c) 364. d) 484. e) 414.

Resolução



As ordenadas dos pontos P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, ... são respectivamente $\dfrac{1^2}{2} + 4 = \dfrac{9}{2}$, $\dfrac{2^2}{2} + 4 = 6$, $\dfrac{3^2}{2} + 4 = \dfrac{17}{2}$, $\dfrac{4^2}{2} + 4 = 12$, $\dfrac{5^2}{2} + 4 = \dfrac{33}{2}$; ...

As medidas dos segmentos A, B, C, D.... Z são, respectivamente $6 - \dfrac{9}{2} = \dfrac{3}{2}$, $\dfrac{17}{2} - 6 = \dfrac{5}{2}$; $12 - \dfrac{17}{2} = \dfrac{7}{2}$, $\dfrac{33}{2} - 12 = \dfrac{9}{2}$, formando os termos da progressão aritmética $\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{5}{2}; \dfrac{7}{2}; \dfrac{9}{2}; .... ; \dfrac{53}{2}\right)$, cuja soma é

$$\frac{\left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{53}{2}\right) . 26}{2} = \frac{28 . 26}{2} = 364$$

Resposta: C

31

A equação reduzida da reta secante à parábola nos pontos de abscissas 2 e 3 é

a) y = 2,5x + 1.
b) y = 1,5x + 1.
c) y = 2x + 1,5.
d) y = 2,5x – 1.
e) y = 2x + 2,5.

Resolução

Os pontos de abscissas 2 e 3 tem coordenadas $\left(2; \dfrac{2^2}{2} + 4\right) = (2; 6)$ e $\left(3; \dfrac{3^2}{2} + 4\right) = \left(3; \dfrac{17}{2}\right)$

A reta que passa por estes pontos tem equação

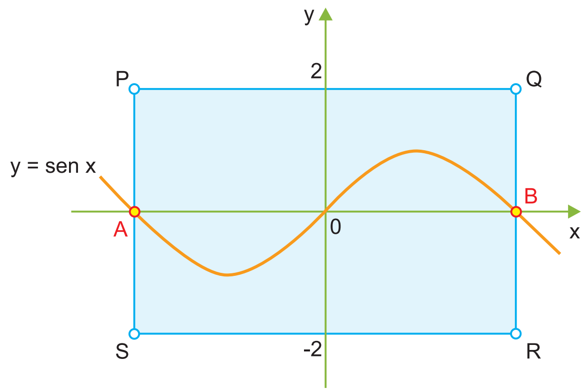
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 3 & \dfrac{17}{2} & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y + 17 - 18 - 2y - \frac{17x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow y - \frac{5x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{5x}{2} + 1 \Leftrightarrow y = 2,5x + 1$$

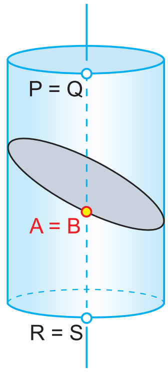
Resposta: A

32

A figura 1 indica o gráfico da função trigonométrica, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por y = sen x. Seu gráfico foi desenhado no plano cartesiano de eixos ortogonais paralelos aos lados do retângulo PQRS e origem no centro desse retângulo. Sabe-se, ainda, que de A até B ocorre um período completo da senoide.



Em seguida, o retângulo PQRS é enrolado perfeitamente, formando um cilindro circular reto, como se vê na figura 2. A senoide da figura 1 origina uma elipse sobre a superfície lateral do cilindro, como indicado na figura 2.



O comprimento do eixo maior da elipse que foi produzida sobre a superfície do cilindro, na unidade de medida de comprimento dos eixos cartesianos, é igual a:

a) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

b) $2\sqrt{2}$

c) $2\sqrt{5}$

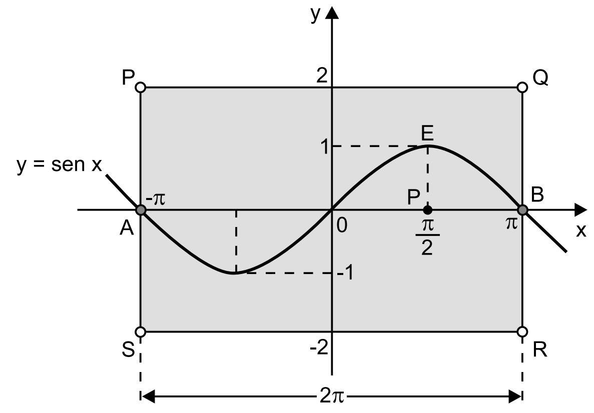
d) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

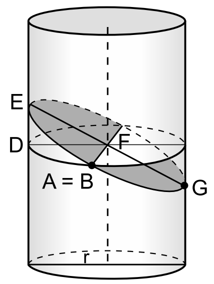
e) $2\sqrt{3}$

Resolução

1) O período da função y = senx é 2π. Desta forma, AB = PQ = RS = 2π e o comprimento da circunferência da base do cilindro também é 2π. Assim, sendo o raio do cilindro tem-se:

$2\pi r = 2\pi \Leftrightarrow r = 1$





2) No triângulo DEF, retângulo em D, DE = 1 (conforme a figura 1), DF = r = 1 e EF (semi eixo maior da elipse) é tal que

$EF^2 = DE^2 + DF^2 \Rightarrow EF^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow EF = \sqrt{2}$

Portanto, o eixo maior do elipse e tal que

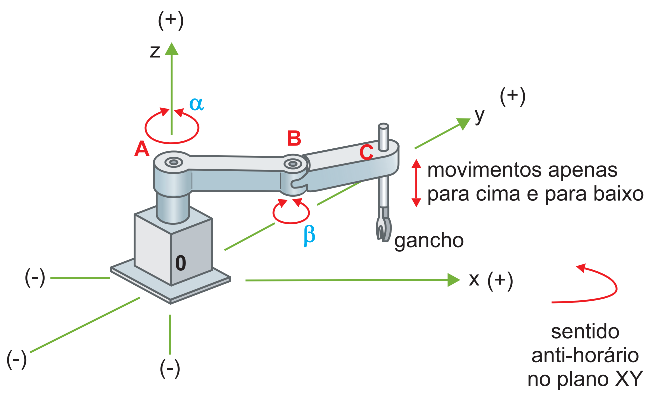
$EG = 2EF = 2\sqrt{2}$

Resposta: B

Considere o texto e a imagem a seguir para responder às questões de números **33** e **34**.

A figura representa um braço mecânico articulado. Os cotovelos A e B possuem mobilidade de giro de α e β graus em um mesmo plano, paralelo ao plano que contém os eixos x e y. C representa uma junta contendo um eixo de movimento vertical.

Dados: AB = 10 cm e BC = 8 cm



Considere a posição **inicial** do braço como sendo aquela em que

- A, B e C estão alinhados sobre uma reta que é paralela ao eixo x e está contida no plano XZ, com x e z não negativos;
- o gancho está 2 cm abaixo do plano XY, ou seja, está em um ponto com z = – 2;
- $\alpha = \beta = 0^o$.

33

A partir da posição **inicial**, α gira 30° em sentido anti-horário no plano XY, e o gancho desloca-se 8 cm para cima. A nova localização do gancho no sistema de coordenadas XYZ será:

a) $(9, 9\sqrt{3}, 8)$

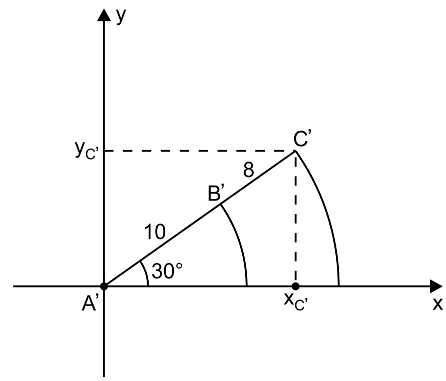
b) $(3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 8)$

c) $(5\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 6)$

d) $(4\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 6)$

e) $(9, 9\sqrt{3}, 6)$

Resolução



Considerando $\alpha = 30^o$ e $\beta = 0^o$, os pontos A, B e C continuam alinhados. A figura mostra suas projeções A', B' e C' sobre o plano XY.

Como $x_{C'} = 18 \cdot \cos 30^o = 18 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$,

$y_{C'} = 18 \text{ sen } 30^o = 18 \cdot \dfrac{1}{2} = 9$ e o gancho deslocou-se

8 cm para cima, a nova localização do gancho é

$(9\sqrt{3}; 9; -2 + 8) = (9\sqrt{3}; 9; 6)$.

Resposta: sem resposta.

Gabarito oficial: $\boxed{E}$

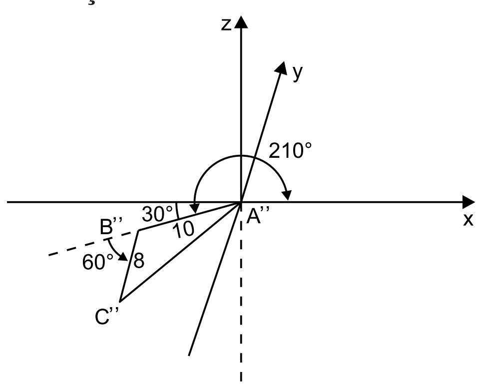
34

A partir da posição **inicial**, α gira 210º e β gira 60º, ambos em sentido anti-horário no plano XY. Em seguida, o gancho sobe 2 cm. Na condição final descrita, a distância que o gancho estará da origem (0, 0, 0) do sistema de eixos XYZ, em centímetros, será igual a:

a) $5\sqrt{3}$ b) $8\sqrt{3}$ c) $6\sqrt{3}$

d) $2\sqrt{61}$ e) $2\sqrt{41}$

Resolução



As projeções A'', B'' e C'' dos pontos A, B e C sobre o plano XY estão representados na figura acima. Se o gancho sobe 2 cm, está exatamente na posição C'' e a distância do gancho à origem é a medida do segmento $\overline{A''C''}$, igual a d, tal que:

$$d^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ \Leftrightarrow$$

$$d^2 = 100 + 64 - 2 \cdot 80 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 244 \Leftrightarrow d = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}$$

Resposta: D

35

Em média, 90% das sementes de um determinado tipo de planta germinam depois que foram plantadas. Pedro plantou dez dessas sementes em linha. A probabilidade de que oito das sementes plantadas por ele germinem e duas não germinem pode ser obtida corretamente por meio da conta

a) $90 \cdot 0{,}9^8 \cdot 0{,}1^2$

b) $0, 9^8 \cdot 0{,}1^2$

c) $(10!) \cdot 0{,}9^8 \cdot 0{,}1^2$

d) $45 \cdot 0{,}9^8 \cdot 0{,}1^2$

e) $9^8 \div (10!)$

Resolução

Existem $C_{10,8} = \binom{10}{8}$ formas de escolher 8 das 10 sementes para germinarem.

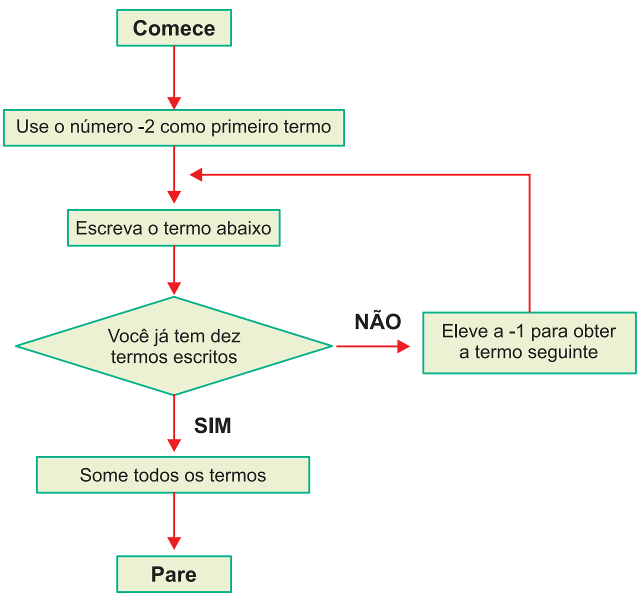
A probabilidade pedida é

$$\binom{10}{8} \cdot (90\%)^8 \cdot (10\%)^2 = 45 \cdot 0{,}9^8 \cdot 0{,}1^2$$

Resposta: D

36

Um computador foi programado com as instruções que estão descritas no diagrama a seguir.



O resultado que o computador vai apresentar depois de executar o programa é

a) – 9. b) 0. c) – 5,5. d) 8. e) – 12,5.

Resolução
Os termos escritos são

$a_1 = -2$	$a_6 = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$
$a_2 = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$	$a_7 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$
$a_3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$	$a_8 = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$
$a_4 = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$	$a_9 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$
$a_5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$	$a_{10} = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$

A soma de todos estes termos é

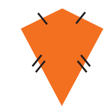
$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 5 \cdot (-2) + 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -10 - 2{,}5 = -12{,}5$$

Resposta: E

Considere o texto e a imagem a seguir para responder às questões de números **37** e **38**.

A figura indica um icosaedro (20 faces) feito com encaixes de dobraduras em papel. A aresta do icosaedro mede 8 cm e cada face é composta por três pipas idênticas, a não ser por suas cores (amarelo, verde, laranja). Cada pipa é feita por meio de dobras em uma folha de papel colorido em forma de quadrado de lado medindo 15 cm. Em cada face triangular do icosaedro, o ponto comum às três pipas que a compõe é o incentro da face.

pipa



37

Considerando que não houve sobras nem desperdício de papel na montagem desse icosaedro, o total de papel gasto, em m^2, foi de

a) 1,35.
b) 0,055.
c) 0,135.
d) 0,55.
e) 0,45.

Resolução

O icosaedro contêm 20 x 3 = 60 pipas. Cada uma foi obtida de uma folha quadrada de 15 cm de lado.

O total e papel gasto foi, portanto, 60 . (15 cm)^2 = 13500 cm^2 = 1,35 m^2.

Resposta: A

38

A medida da maior diagonal de cada pipa que compõe cada face do icosaedro, em centímetros, é igual a:

a) $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

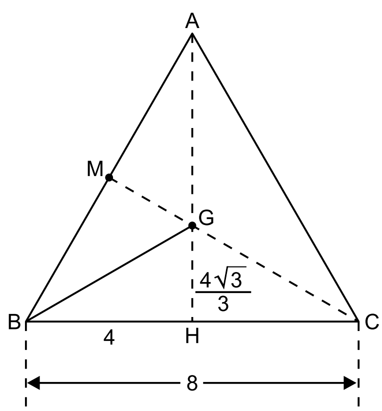
b) $2\sqrt{3}$

c) 4

d) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

e) $4\sqrt{3}$

Resolução



Cada face do icosaedro é um triângulo equilátero e, o ponto comum às três pipas, além de incentro, também é o baricentro. Assim, em centímetros, temos:

$$AH = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ , GH = \frac{1}{3} AH = \frac{1}{3} . 4\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

e BG, maior diagonal da pipa BMGH é tal que

$$BG^2 = BH^2 + GH^2 \Rightarrow BG^2 = 4^2 + \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$BG^2 = 16 + \frac{16 . 3}{9} \Leftrightarrow BG^2 = 16 . \frac{12}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow BG = 4 . \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

Resposta: A

39

Sejam k, n e m números reais. As circunferências descritas pelas equações $x^2 + y^2 = 4 + 12x + 6y$ e $x^2 + y^2 = k + 4x + 12y$ se intersectam apenas quando k satisfaz a condição $m \le k \le n$.

O valor de $n - m$ é

a) 136.

b) 132.

c) 140.

d) 130.

e) 128.

Resolução

1) $x^2 + y^2 = 4 + 12x + 6y \Leftrightarrow x^2 - 12x + y^2 - 6y = 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 + y^2 - 6y + 9 = 4 + 36 + 9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 7^2$.
Trata-se da equação de uma circunferência de centro C_1 (6;3) e raio $R_1 = 7$.

2) $x^2 + y^2 = k + 4x + 12y \Leftrightarrow x^2 - 4x + y^2 - 12y = k \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 12y + 36 = k + 4 + 36 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 6)^2 = k + 40$.
Trata-se da equação de uma circunferência de centro C_2 (2;6) e raio $R_2 = \sqrt{k + 40}$

3) Para que as duas circunferências se interseptem devemos ter $|R_1 - R_2| \le C_1C_2 \le R_1 + R_2$ como

$C_1 . C_2 = \sqrt{(6 - 2)^2 + (3 - 6)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$ **resulta**

$|7 - \sqrt{k + 40}\,| \le 5 \le 7 + \sqrt{k + 40}$ **(I)**

4) Resolvendo a inequação (I):

a) $|7 - \sqrt{k + 40}\,| \le 5 \Leftrightarrow -5 \le 7 - \sqrt{k + 40} \le 5$

$\Rightarrow 2 \le \sqrt{k + 40} \le 12 \Leftrightarrow 4 \le k + 40 \le 144 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \boxed{-36 \le k \le 104}$

b) $7 + \sqrt{k + 40} \ge 5 \Leftrightarrow \sqrt{k + 40} \ge -2 \Leftrightarrow \boxed{k \ge -40}$

c) Dos itens (a) e (b) resulta $-36 \le k \le 104$, $m = -36$, $n = 104$ e $n - m = 104 - (-36) = 140$.
Resposta: C

40

O custo C de um produto em função da quantidade x fabricada desse produto é dado pelo polinômio C(x). Dividindo-se C(x) por x – 19, o resto será igual a 99, ao passo que a divisão de C(x) por x – 99 deixa resto 19. Se cálculos econômicos exigirem que se faça a divisão de C(x) pelo polinômio (x – 19) · (x – 99), o resto dessa divisão será o polinômio

a) 20 – x. b) 118 – x. c) 80 – x.
d) 20 + x. e) 80 + x.

Resolução

1) Se o resto da divisão de C(x) por (x – 19) é 99, então C(19) = 99. De modo análogo, se C(x) dividido por (x – 99) é 19, então C(99) = 19.

2) Seja R(x) = ax + b o resto da divisão de C(x) por (x – 19) . (x– 99). Pelo "Teorema do Resto", temos:

$$\left.\begin{array}{l} C(19) = R(19) = a \,.\, 19 + b = 99 \\ C(99) = R(99) = a \,.\, 99 + b = 19 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 19a + b = 99 \\ 80a = -80 \end{array}\right.$$

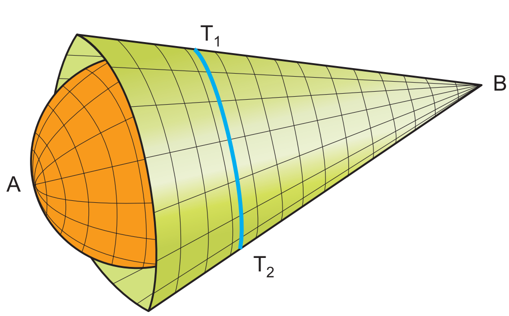
$\Leftrightarrow$ a = – 1 e b = 118.

Assim, R(x) = –1x + 118 = 118 – x

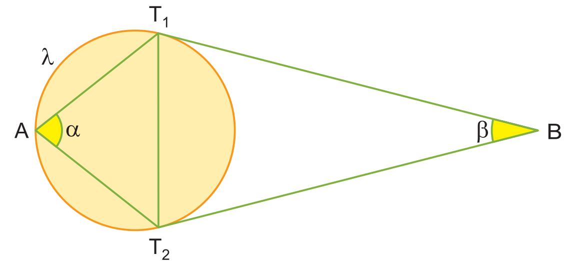
Resposta: B

41

A imagem indica o projeto de uma peça que será impressa em uma impressora 3D.



A figura a seguir indica um corte na peça por um plano transversal. A respeito desse corte, sabe-se que AT_1T_2 é um triângulo isósceles, com $AT_1 = AT_2$, inscrito em um círculo λ. Por T_1 e T_2 passam duas retas tangentes a λ que se intersectam no ponto B. As medidas dos ângulos $T_1\hat{A}T_2$ e $T_1\hat{B}T_2$, indicadas na figura por α e β, estão em radianos.

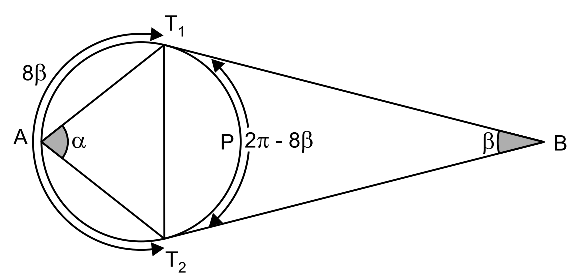


Sabendo-se que a soma dos ângulos da base $\overline{T_1T_2}$ do triângulo AT_1T_2 é igual a 4β, então α é igual a:

a) $\dfrac{4\pi}{9}$ b) $\dfrac{\pi}{3}$ c) $\dfrac{6\pi}{13}$

d) $\dfrac{3\pi}{7}$ e) $\dfrac{7\pi}{15}$

Resolução



1) Se $A\hat{T}_1T_2 + A\hat{T}_2T_1 = 4\beta$ e $\alpha + A\hat{T}_1T_2 + A\hat{T}_2T_1 = \pi$ rad, então, em radianos, $\alpha = \pi - 4\beta$.

2) Também em radianos,

$$\overset{\frown}{T_1PT_2} = 2\,\alpha = 2\pi - 8\beta,$$

$$\overset{\frown}{T_1AT_2} = 2\pi - (2\pi - 8\beta) = 8\beta$$

3) Como $T_1\hat{B}T_2$ é ângulo circunscrito à circunferência λ

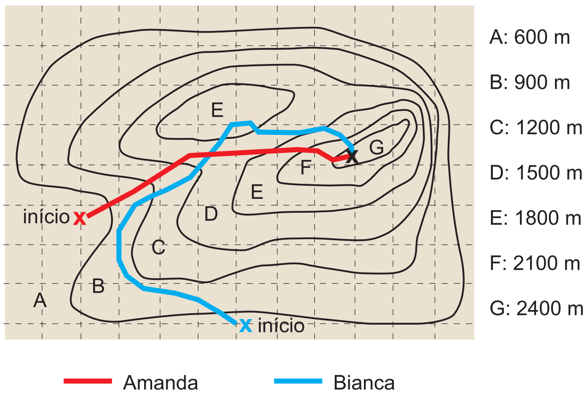
$$T_1\hat{B}T_2 = \beta = \frac{\overset{\frown}{T_1AT_2} - \overset{\frown}{T_1PT_2}}{2} = \frac{8\beta - (2\pi - 8\beta)}{2} = 8\beta - \pi$$

4) Assim, $\beta = 8\beta - \pi \Rightarrow \beta = \dfrac{\pi}{7}$ e $\alpha = \pi - \dfrac{4\,.\pi}{7} = \dfrac{3\pi}{7}$

Resposta: D

Considere o texto e a imagem a seguir para responder às questões de números **42** e **43**.

Amanda e Bianca comandaram dois grupos de excursionistas até o cume de um morro (curva de nível G) percorrendo caminhos diferentes, como mostra a figura que, além dos percursos de cada grupo, inclui a planta com as curvas de nível do terreno.



Os dois grupos partiram simultaneamente dos seus respectivos pontos de início às 8h, e o grupo comandado por Amanda chegou ao cume 40 minutos antes do grupo comandado por Bianca.

42

A respeito da excursão feita pelos dois grupos ao cume, é necessariamente correto que

a) a velocidade média do grupo de Amanda foi menor que a do grupo de Bianca.

b) o grupo de Amanda nunca desceu mais do que 300 m no seu trajeto.

c) eles se cruzaram no mesmo instante em algum ponto de altitude 1 500 m.

d) o grupo de Bianca desceu mais de 300 metros em algum trecho do percurso.

e) a velocidade média do grupo de Amanda foi maior que a do grupo de Bianca.

Resolução

1) É impossível determinar as velocidades, pois os dois grupos partiram de pontos diferentes, percorreram distâncias diferentes e em tempos diferentes, não declarados no enunciado.

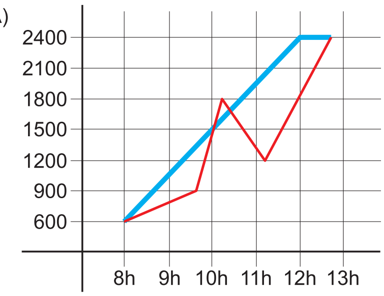
2) Do nível E para o nível D, o grupo de Bianca pode ter descido 300 ou mais metros. O grupo de Amanda sempre caminhou para níveis mais altos. Portanto, Amanda nunca desceu mais do que 300 m.

Resposta: B

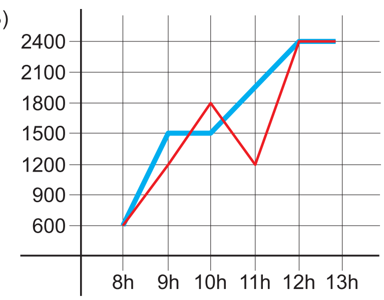
43

Um possível gráfico descrevendo a altitude em que cada grupo estava ao longo do seu trajeto até o cume é

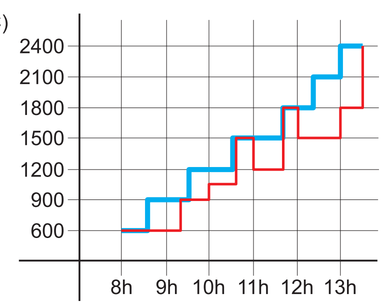
(A)



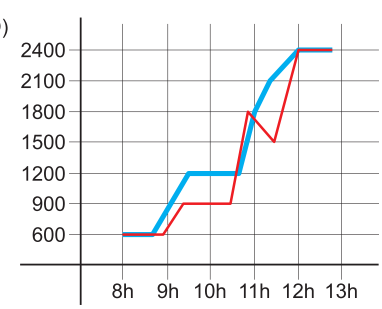
(B)



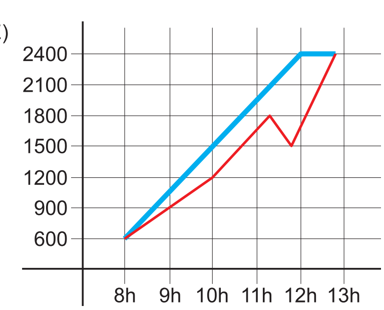
(C)



(D)



(E)



Resolução
Amanda sobe direto de 600 m até 2400 m. Bianca sobe de 600 m até 1800 m, desce para 1500 m e volta a subir até atingir 2400 m. O gráfico que melhor representa eta situação é a da alternativa E, porém, está com as cores trocadas.
Resposta: E (com ressalvas)

44

Os dados estatísticos da arrecadação mensal de um imposto ao longo dos 12 meses de um ano indicaram média mensal de 1,2 milhão e mediana igual a 1,4 milhão de reais. Sabe-se, ainda, que essa distribuição com doze dados é unimodal, com moda igual a 1,6 milhão de reais, e que a arrecadação correspondente à moda ocorreu no quarto bimestre do ano. Excetuando-se os meses de junho, julho e agosto, a média mensal de arrecadação desse imposto nos outros nove meses do ano, em milhão de reais, foi aproximadamente igual a

a) 1,17. b) 1,37. c) 1,33. d) 1,11. e) 1,08.

Resolução
Admitindo-se a arrecadação crescente ao longo do ano, se a média mensal dos 12 meses, em milhões de reais, foi 1,2 então a soma “S” da arrecadação nos doze meses é tal que:

$$\frac{S}{12} = 1{,}2 \Leftrightarrow S = 14{,}4.$$

Em ordem crescente, nos meses de junho, julho e agosto, a arrecadação foi, em milhões de reais, respectivamente x, 1,6 e 1,6, com *x* admitido menor que 1,4 (mediana).

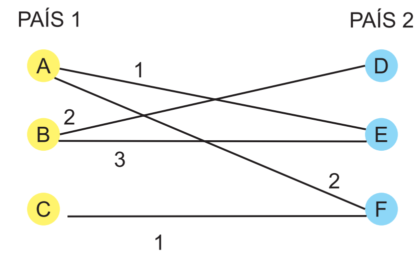
Assim, $\frac{x + 1{,}6}{2} = 1{,}4 \Leftrightarrow x = 1{,}2$ **e a média dos nove meses restantes é**

$$\frac{14{,}4 - 1{,}2 - 1{,}6 - 1{,}6}{9} = \frac{10}{9} \simeq 1{,}11$$

Resposta: D (com resalvas)

45

O diagrama a seguir indica seis aeroportos, sendo A, B e C do país 1 e D, E e F do país 2. As linhas do diagrama indicam o número de empresas aéreas que fazem voos conectando os aeroportos dos dois países.



Das matrizes indicadas a seguir, a única que **não** traduz corretamente as informações do diagrama é

a) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Resolução
Considerando os aeroportos A, B e C dispostos em linhas e os aeroportos D, E e F dispostos em colunas temos

$$\begin{array}{c} \\ \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{D} & \mathbf{E} & \mathbf{F} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$ **(alternativa C)**

Trocando a primeira e a segunda linha de lugar temos:

$$\begin{array}{c} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{D} & \mathbf{E} & \mathbf{F} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$ **(alternativa D)**

Trocando a segunda e a terceira linha dessa última matriz de posição temos:

$$\begin{array}{c} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{A} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{D} & \mathbf{E} & \mathbf{F} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{array} \text{ (alternativa E)}$$

Nesta matriz permutando as três colunas podemos obter

$$\begin{array}{c} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{A} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{E} & \mathbf{F} & \mathbf{D} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \text{ (alternativa A)}$$

A única matriz que não se pode obter é a da alternativa B, pois nesta existe um único elemento valendo 2.

Resposta: B

46

O *International Standard Book Number-13* (ISBN-13) é um sistema numérico composto por 13 dígitos utilizado para identificar livros. O 13º dígito do ISBN-13 de um livro (dígito mais à direita) é chamado dígito de verificação e, para determiná-lo, multiplicamos cada um dos doze dígitos anteriores, da esquerda para a direita, por 1 e 3, alternadamente. A soma desses doze produtos, acrescida do dígito de verificação, tem que ser o menor número não negativo que deixa resto zero na divisão por 10. Por exemplo, o ISBN-13 do livro *A Riqueza das Nações*, de Adam Smith, sem o dígito de verificação, é 978852093907. O dígito de verificação do ISBN-13 desse livro é igual a

a) 8.

b) 7.

c) 9.

d) 6.

e) 5.

Resolução

Sendo k o dígito de verificação do livro "A Riqueza das Nações" de Adam Smith o resultado de

$9 . 1 + 7 . 3 + 8 . 1 + 8 . 3 + 5 . 1 + 2 . 3 + 0 . 1 + 9 . 3 + 3 . 1 +$
$+ 9 . 3 + 0 . 1 + 7 . 3 + k$ deverá ser "o menor número não negativo que deixa resto zero na divisão por 10".

Assim, $9 + 21 + 8 + 24 + 5 + 6 + 27 + 3 + 27 + 21 + k = 151 + k$ é múltiplo de 10 e $k = 9$.

Resposta: C

47

Os únicos três programadores de uma empresa de tecnologia trabalham 6 horas por dia, recebendo R$ 40, 00 por hora trabalhada. Em regime de hora extra, esses programadores podem trabalhar duas horas além das seis. As horas extras são remuneradas com 50% de acréscimo em relação ao valor da hora normal de trabalho.

Essa empresa fechou um contrato de trabalho para a entrega de 66 aplicativos em cinco dias. Os três programadores da empresa farão regime de 8 horas diárias de 2ª a 5ª feira e, na 6ª feira, combinaram de iniciar o trabalho às 7h e de trabalhar até o término do serviço, com remuneração de R$ 80,00 por hora que exceda as 8 horas de trabalho. Faz parte do combinado uma pausa, não remunerada, de 1 hora de almoço, das 12h às 13h.

Considerando ritmo constante de trabalho de cada programador fazendo 1 aplicativo a cada 2 horas de trabalho, o custo de mão de obra desse serviço e o horário em que ele estará concluído na 6ª feira são, respectivamente,

a) R$ 6.360,00 e 20h00.

b) R$ 6.360,00 e 20h30.

c) R$ 6.210,00 e 19h30.

d) R$ 6.060,00 e 19h30.

e) R$ 6.210,00 e 21h00.

Resolução

1) Considerando um aplicativo a cada 2 horas de trabalho, serão necessários 66 x 2 = 132 horas para preparar os aplicativos. Cada programador deverá trabalhar 132 ÷ 3 = 44 horas nesta semana. Trabalhando, de 2ª a 5ª feira, 8 horas por dia totalizam 32 horas. As 12 horas restante, mais a pausa de 1 hora de almoço, foram feitas na sexta-feira. Assim, na sexta, terminaram o trabalho às 7h + 13h = 20h.

2) Para cada programador, a empresa pagou 6 x 5 = 30 horas normais, 5 x 2 = 10 horas extras e 4 horas especiais na sexta-feira.

Em reais a empresa pagou:

30 . 40 + 10 . 1,50 . 40 + 4 . 80 = 2120 para cada programador. Ao todo, o custo da mão de obra foi de 3x R$ 2120,00 = R$ 6360,00.

Resposta: A

48

Gabriel aplicou R$ 80.000,00 à taxa de juros compostos de 1% ao mês, e aplicou outra quantia de dinheiro à taxa de juros compostos de 1,1% ao mês. Ao final de dez meses, Gabriel resgatou as duas aplicações, obtendo R$ 200.000,00. O cálculo correto do valor monetário, em reais, aplicado por Gabriel à maior das taxas de juros pode ser obtido corretamente por meio da conta:

a) $\dfrac{200000 - 80000\ .\ 1{,}001^{10}}{1{,}0011^{10}}$

b) $120000\ .\ \left(\dfrac{1{,}001}{1{,}0011}\right)^{10}$

c) $120000\ .\ \left(\dfrac{1{,}01}{1{,}011}\right)^{10}$

d) $\dfrac{20 - 8\ .\ 1{,}01^{10}}{1{,}011^{6}}$

e) $\dfrac{200000 - 80000\ .\ 1{,}01^{10}}{1{,}011^{10}}$

Resolução

1) Os R$ 80000,00 aplicados à taxa de juros compostos de 1% ao mês, após *dez* meses resultou em $80000\ .\ 1{,}01^{10}$ reais.

2) Um capital de x reais aplicados à taxa de juros compostos de 1,1% ao mês, no mesmo período resulta em $x\ .\ 1{,}011^{10}$ reais.

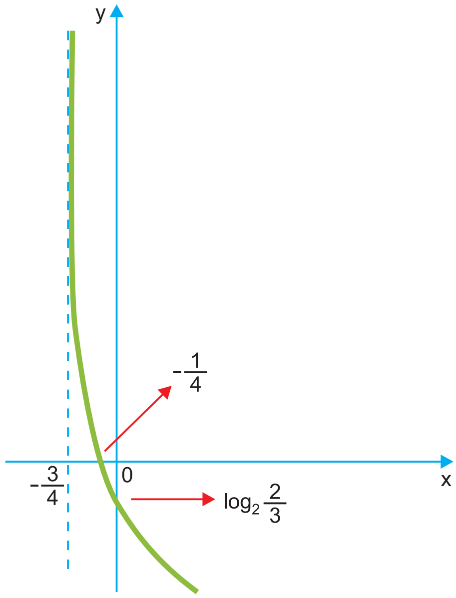
Assim, $80000\ .\ 1{,}01^{10} + x\ .\ 1{,}011^{10} = 200000 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{200000 - 80000\ .\ 1{,}01^{10}}{1{,}011^{10}}$$

Resposta: E

49

Uma função logarítmica real é dada por $f(x) = 2 - \log_2(ax + b)$, sendo a e b constantes reais. O gráfico dessa função é:



Nas condições dadas, a + b é igual a

a) 12.   b) 13.   c) 15.

d) 14.   e) 11.

Resolução

Conforme o gráfico, e sendo $f(x) = 2 - \log_2(ax + b)$ temos:

1) $f(0) = 2 - \log_2(a\ .\ 0 + b) = \log_2 \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log_2 4 - \log_2 b = \log_2 \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{4}{b} = \log_2 \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{b} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow b = 6$

2) $f\left(-\dfrac{1}{4}\right) = 2 - \log_2\left[a\ .\left(-\dfrac{1}{4}\right) + 6\right] = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log_2\left[6 - \dfrac{a}{4}\right] = 2 \Leftrightarrow 6 - \dfrac{a}{4} = 2^2 \Leftrightarrow a = 8$

Assim, a + b = 8 + 6 = 14

Resposta: D

50

Uma pesquisa de mercado será feita com 10 casais. Inicialmente serão selecionadas 6 pessoas para compor um grupo, sendo que não é permitido que haja, nesse grupo, um casal qualquer dentre os 10. O total de maneiras diferentes de formar esse grupo é igual a:

a) $\dfrac{10!}{6!\,4!} \cdot 2^6$

b) $\dfrac{10!}{4!} \cdot 6!$

c) $\dfrac{10!}{2^6}$

d) $\dfrac{10!}{6!\,4!\,2!}$

e) $\dfrac{10!}{6!} \cdot 2^6$

Resolução:
Vamos selecionar 6 entre os dez casais e, de cada um deles, escolher apenas o homem ou apenas a mulher. O total de maneiras de formar esse grupo é

$$C_{10;6} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \frac{10!}{6! \cdot 4!} \cdot 2^6.$$

Resposta: A