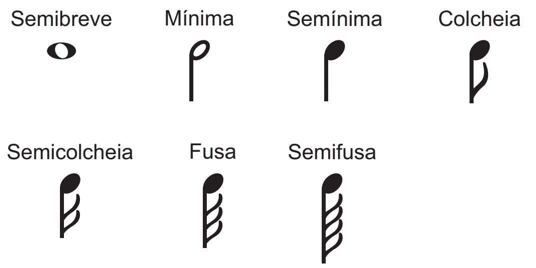
MATEMÁTICA

Leia o texto para responder às questões de números **26** e **27**.

Na teoria musical, as notas de uma composição são classificadas de acordo com o tempo de duração da emissão de seu som. São utilizados símbolos para representar os tempos de cada nota, sendo os principais apresentados a seguir:



As notas possuem um tempo relativo para orientar os músicos quanto à sua duração ao se executar uma música. Por exemplo, tomando a semínima como referência para 1 tempo, cada uma das notas teria a duração conforme apresentado na tabela seguinte:

Tempo relativo das notas musicais

NOTA	Semibreve	Mínima	Semínima	Colcheia	Semicolcheia	Fusa	Semifusa
tempo relativo	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Nas partituras, há a indicação de uma dessas notas musicais como referência, associada a um número, indicando a quantidade de vezes que essa nota deve ser tocada por minuto. Por exemplo, se o tempo indicado em uma partitura é ♩ = 120, então, nessa música, ao se tocar a semínima 120 vezes, deve-se transcorrer exatamente um minuto. E, a partir do tempo relativo, podem-se determinar o tempo das demais notas e o número de vezes que cada uma deve ser executada.

26

Analisando os números presentes na tabela referente ao tempo relativo das notas, da esquerda para a direta temos uma sequência finita decrescente que pode ser classificada como uma progressão

a) geométrica (PG) de razão $\frac{1}{2}$.

b) aritmética (PA) de razão $\frac{1}{64}$.

c) aritmética (PA) de razão $-\frac{1}{2}$.

d) aritmética (PA) de razão – 2.

e) geométrica (PG) de razão $-\frac{1}{2}$.

Resolução

A sequência $\left(4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}\right)$ é uma progressão geométrica decrescente de razão $q = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Resposta: A

27

Uma composição musical, cujo tempo é de ♩ = 96, tem um trecho com duração de 5 segundos composto por uma sequência ininterrupta de notas do tipo colcheia. Dessa forma, o número total de notas do tipo colcheia presentes nesse trecho é igual a

a) 12.

b) 8.

c) 4.

d) 16.

e) 32.

Resolução

Com tempo ♩ = 96 são tocados 96 semínima por minuto, portanto, são tocadas 192 colcheia por minuto. (cada semínima tem duração de *duas* colcheias)

Em 5 segundos são tocadas

$$\frac{192}{60} \cdot 5 = 16 \text{ colcheias}$$

Resposta: D

28

Uma instituição de caridade promove, todo mês, a venda de pizzas individuais semiprontas, de três sabores: muçarela, calabresa ou frango.

Atualmente, a instituição vende mensalmente 1 000 pizzas individuais, obtendo um lucro de R$ 1.218,00. Um colaborador dessa instituição decidiu levantar os custos para analisar se o lucro obtido com as vendas poderia ser melhorado. Os dados levantados foram os seguintes:

Sabor da pizza	Percentual da quantidade de pizzas vendidas	Custo unitário
Muçarela	40	R$ 2,13
Calabresa	25	R$ 1,20
Frango	35	R$ 1,80

Como todas as pizzas são vendidas a R$ 3,00, o colaborador percebeu que o tipo mais vendido (muçarela) é também aquele que oferece o menor lucro por unidade vendida. Então, a instituição decidiu não vender mais a pizza de muçarela, ficando apenas com os outros dois sabores: frango e calabresa.

Sabendo que pode ocorrer uma redução no número total de pizzas vendidas, mas assumindo que o número de pizzas de calabresa e frango vendidas se distribuirá proporcionalmente aos dados presentes na tabela, considerando apenas esses dois sabores, então, para que o novo lucro seja igual ou superior ao obtido atualmente, o número total de pizzas vendidas poderá sofrer uma redução de, no máximo,

a) 19%.

b) 13%.

c) 10%.

d) 22%.

e) 16%.

Resolução

Sejam *c* e *f* as quantidades de pizzas de calabresa e frango, respectivamente, vendidas após a nova proposta entrar em ação.
Assim, com valores em reais, temos:

$$\begin{cases} 3{,}00(c+f) - 1{,}20c - 1{,}80 \,.\, f \geqslant 1218 \\ \dfrac{c}{f} = \dfrac{25}{35} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1{,}8c + 1{,}2f \geqslant 1218 \\ 7c = 5f \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3c + 2f \geq 2030 \\ f = \dfrac{7c}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c \geqslant 350 \\ f \geqslant 490 \end{cases} \Leftrightarrow c + f \geqslant 840$$

Como deverão ser vendidas, no mínimo, 840 pizzas, as vendas poderão sofrer uma redução máxima de

$$\frac{1000 - 840}{1000} = 0{,}16 = 16\%$$

Resposta: $\boxed{E}$

Leia o texto para responder às questões de números **29** e **30**.

Para residências, é possível trocar lâmpadas fluorescentes por lâmpadas de LED de luminosidade equivalente utilizando a seguinte tabela:

LÂMPADAS DE LED	CONSUMO	LÂMPADAS FLUORES-CENTES	CONSUMO
BULBO	7 W/unidade	CONVEN-CIONAL	15 W/unidade
BULBO	9 W/unidade	CONVEN-CIONAL	20 W/unidade
TUBULAR*	18 W/par	TUBULAR**	40 W/par

* Não faz uso de reator.

** Faz uso de reator.

Especialistas explicam que, ao se substituir, por exemplo, uma lâmpada convencional fluorescente de 15 W por uma lâmpada bulbo de LED de 7 W, há uma economia de 8 W por hora de funcionamento. A lâmpada tubular de LED, por sua vez, traz maiores benefícios, pois, além de consumir menos da metade da energia que a lâmpada tubular fluorescente, ela não faz uso de reator e, com isso, no caso de um par de lâmpadas, não tem agregado ao seu consumo horário de energia 35 W referentes ao reator necessário para o funcionamento do par de lâmpadas fluorescentes.

29

Fernando decidiu comprar um par de lâmpadas tubulares de LED, que custou R$ 45,00, para substituir o par de lâmpadas tubulares fluorescentes da cozinha de sua casa. O vendedor que o atendeu disse que, em 90 dias, ele teria o retorno de seu investimento com a economia gerada pelas lâmpadas de LED.

Dado que 1 kW, ou seja 1 000 W, custa R$ 0,50, é correto concluir que, para a fala do vendedor ser verdadeira, é necessário que esse par de lâmpadas funcione diariamente, em média, por um período de tempo de, aproximadamente,

a) 12 horas.

b) 17 horas e 30 minutos.

c) 3 horas.

d) 8 horas e 30 minutos.

e) 22 horas.

Resolução

Com a troca de um par de lâmpadas tubular fluorescentes por um par de lâmpadas tubular de LED, Fernando economiza por hora a quantia de

$$[(40 + 35) - 18] \cdot \frac{0{,}50}{1000} \text{ reais} = 0{,}0285 \text{ reais.}$$

Para economizar os R$ 45,00 gastos na compra das lâmpadas de LED, serão necessários.

$\dfrac{45{,}00}{0{,}0285} \cong$ **1579 horas de uso, o que corresponde a**

$\dfrac{1579}{90} \cong$ **17,55 horas por dia, ou seja, aproximadamente 17 horas e 30 minutos por dia.**

Resposta: B

30

Na casa de Airton, todas as lâmpadas eram fluorescentes convencionais de 15 W ou 20 W e foram substituídas por lâmpadas bulbo de LED equivalentes. Com isso, ao deixar todas as lâmpadas acesas durante uma hora, o consumo de energia baixou de 580 W para 264 W. Dessa forma, é correto afirmar que a razão entre o número de lâmpadas bulbo de LED de 7 W e 9 W presentes na casa de Airton é igual a

a) $\dfrac{3}{8}$ b) $\dfrac{7}{5}$ c) $\dfrac{4}{5}$ d) $\dfrac{8}{3}$ e) $\dfrac{3}{5}$

Resolução

Sejam *q* e *v* as quantidades de lâmpadas de 15W e 20W, substituídas, respectivamente, por lâmpadas bulbo de LED de 7W e 9W.

$$\begin{cases} 15\,q + 20\,v = 580 \\ 7\,q + 9\,v = 264 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\,q + 4\,v = 116 \\ 7\,q + 9\,v = 264 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\,q + 4\,v = 116 \\ v = 20 \end{cases} \Rightarrow v = 20 \text{ e } q = 12 \quad \text{e}$$

$$\frac{q}{v} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Resposta: E

Leia o texto para responder às questões de números **31** e **32**.

(https://www.hotfrog.com.br/)

Cofres mecânicos que possuem sistema de fechamento com mostrador, conforme ilustrado, têm seu segredo formado por 3 ou 4 números, chamados de dígitos.

Os marcadores do mostrador são igualmente distantes.

Considere que o ponteiro do mostrador está inicialmente alinhado com o número 0 (zero) e que giros no sentido horário e anti-horário correspondem, respectivamente, a ângulos positivos e negativos.

31

Para abrir um cofre com com uma combinação de 3 dígitos, é necessário realizar os seguintes passos:

1. Com o ponteiro do mostrador no zero, dê 2 voltas completas no sentido horário; e, na terceira volta, pare o ponteiro do mostrador no primeiro dígito da combinação;
2. A partir de onde o ponteiro parou, gire o mostrador no sentido anti-horário 1 volta completa; e, na segunda volta, ainda no sentido anti-horário, pare o ponteiro do mostrador no segundo dígito da combinação;
3. A partir de onde o ponteiro parou, gire o mostrador no sentido horário e pare o ponteiro no último dígito da combinação do cofre;
4. Feito isso, você já pode abrir o cofre.

A soma de todos ângulos utilizados para abrir o cofre cuja combinação correta é dada pelos números 12 – 08 – 05 é um valor

a) entre 720º e 900º.

b) entre 360º e 540º.

c) inferior a 360º.

d) entre 540º e 720º.

e) superior a 900º.

Resolução

Com o mostrador dividido em 100 partes, cada intervalo entre duas marcações equivalem a $\frac{360°}{100} = 3,6°$.

1) No primeiro passo o mostrador girou
$2 \times 360° + 12 \times 3,6° = 763,2°$.

2) No segundo passo o mostrador girou, em sentido horário, $1 \times 360° + (12 - 8) \cdot 3,6° = 374,4°$

3) No terceiro passo o mostrador girou, em sentido horário, $[100 - (8 - 5)] \cdot 3,6° = 349,2°$.
A soma de todos os ângulos foi
$763,2° - 374,4° + 349,2° = 738°$

Resposta: A

32

Um colecionador adquiriu um cofre mecânico antigo, cujo segredo é uma combinação de quatro dígitos. Na lateral do cofre, estavam gravadas as seguintes instruções que indicavam sua combinação:

- Os números referentes ao 1.º e 4.º dígitos são iguais;
- O 2.º e o 3.º dígitos são diametralmente opostos, sendo o 2.º dígito o maior;
- O número do 1.º dígito é 15 unidades maior que o número do 3.º dígito;
- A soma dos números dos 4 dígitos é igual a 240.

A partir das instruções para abrir o cofre, é correto afirmar que o número do 2.º dígito é igual a

a) 30. b) 60. c) 90. d) 10. e) 50.

Resolução

Conforme as condições impostas, os "dígitos" são

1.º dígito	2.º dígito	3.º dígito	4.º dígito
a + 15	a + 50	a	a + 15

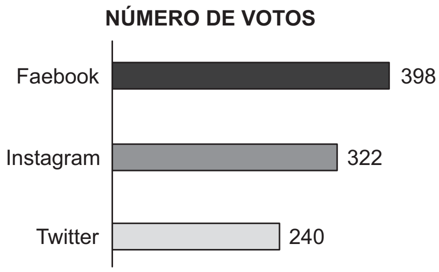
$(a + 15) + (a + 50) + a + (a + 15) = 240 \Rightarrow a = 40$.

Na ordem, os dígitos que abrem o cofre são: 55, 90, 40 e 55

Resposta: C

33

Uma pesquisa foi feita com 500 jovens, usuários de redes sociais, para identificar quais costumam ser as opções utilizadas com maior frequência por esse público quando navegam pela internet. A distribuição dos votos está descrita a seguir:

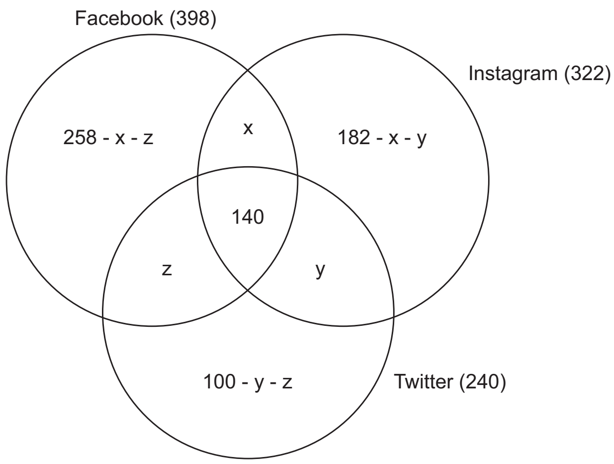


Dado que todo participante da pesquisa votou em pelo menos uma das três opções e que 28% responderam que utilizam as três redes sociais indicadas na pesquisa, então o número de participantes que respondeu que navega em apenas duas das três redes sociais presentes na pesquisa é igual a

a) 250. b) 220. c) 280. d) 180. e) 320.

Resolução

Os dados apresentados permitem montar o seguinte diagrama de Venn:



pois, 28% . 500 = 140

Assim;

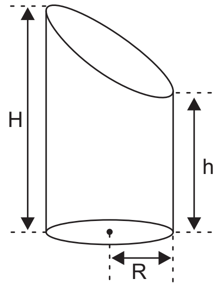
(258 – x – z) + (182 – x – y) + (100 – y – z) +
+ x + y + z + 140 = 500 ⇔ x + y + z = 180.

Desta forma, navegam em apenas duas das três redes sociais um total de 180 jovens pesquisados.

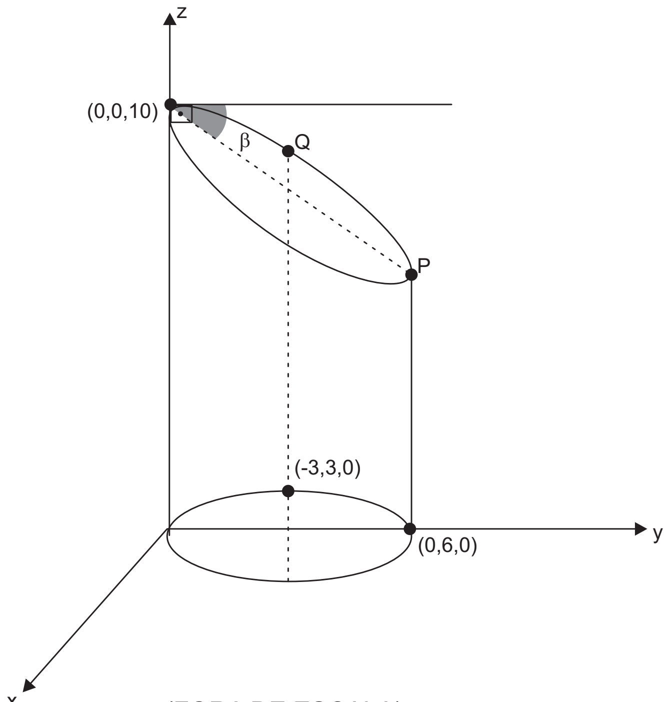
Resposta: D

Leia o texto para responder às questões de números **34** e **35**.

Uma empresa está desenvolvendo um novo suporte decorativo para velas no formato de um cilindro seccionado por um plano inclinado, vazado apenas na parte superior, conforme ilustrado a seguir:



A montagem desse suporte é feita a partir de cilindros retos que são cortados. O projetista dessa empresa faz o esboço desse suporte em um programa de computação paramétrica para detalhar as medidas resultantes após a realização do corte na peça cilíndrica, baseado no seguinte esquema:



(FORA DE ESCALA)

34

Dado que o ângulo de inclinação do corte é $\beta = 45°$, os valores de z_P e z_Q referentes aos pontos P (x_P, y_P, z_P) e Q (x_Q, y_Q, z_Q), presentes na figura, são

a) $z_P = 6$ e $z_Q = 8$.

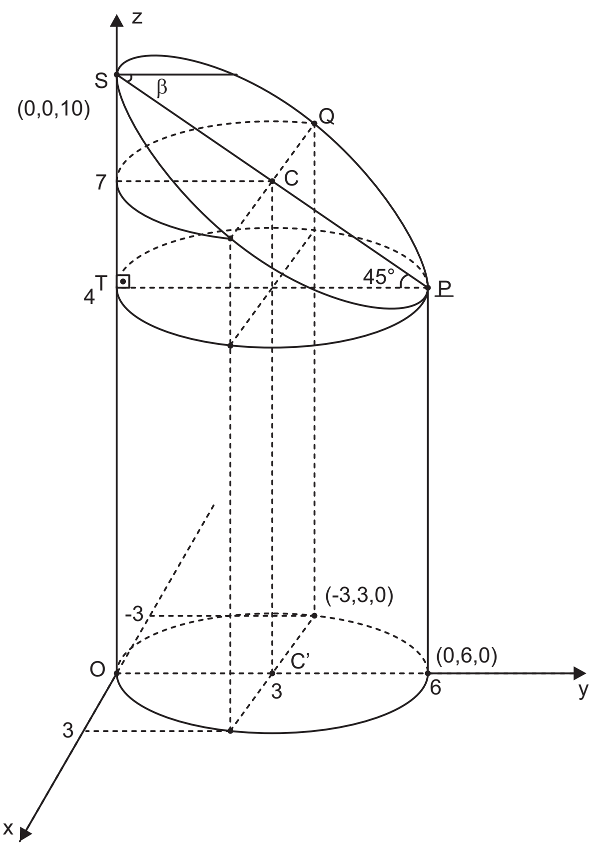
b) $z_P = 4$ e $z_Q = 6$.

c) $z_P = 4$ e $z_Q = 7$.

d) $z_P = 8$ e $z_Q = 9$.

e) $z_P = 6$ e $z_Q = 7$.

Resolução



No triângulo PTS, retângulo em T, temos PT = 6 e $\mathbf{tg\,45° = \dfrac{TS}{TP} = 1 \Rightarrow TS = 6.}$

Assim OT = OS – TS = 10 – 6 = 4,
P (0; 6; 4), C (0; 3; 7) e Q (–3; 3; 7), pois C e Q estão à mesma distância do plano xy.
Desta forma, $\mathbf{z_P = 4}$ **e** $\mathbf{z_Q = 7}$**.**

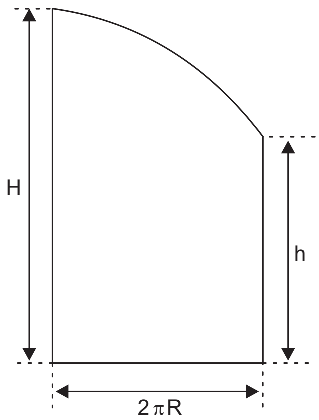
Resposta: Ⓒ

35

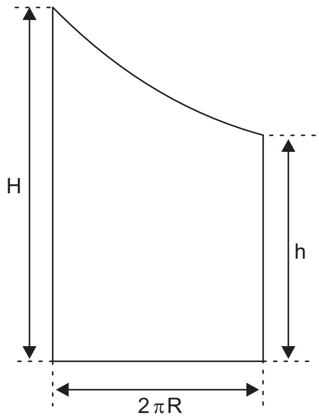
Essa empresa adesiva toda a superfície lateral externa do produto. Para tanto, é feito um molde para recortar os adesivos que corresponde a planificação da área lateral do suporte.

O formato desse molde é

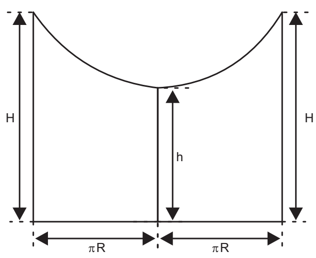
(A)



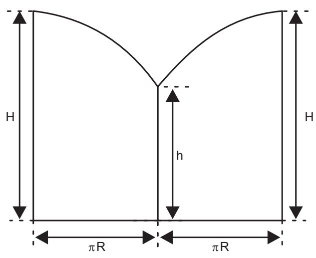
(B)

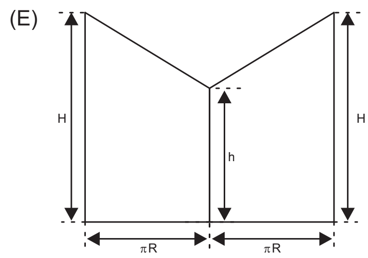


(C)



(D)

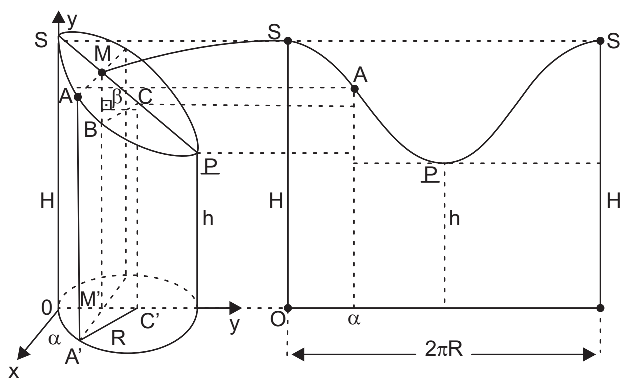




Resolução

1) **Um ponto qualquer da elipse, intersecção do plano de corte com a superfície lateral do cilindro, projeta-se ortogonalmente sobre o eixo maior da elipse.**

2) **Consideremos um ponto A sobre a elipse, sua projeção, M, sobre o eixo maior da elipse, e as respectivas projeções , A' e M', de A e M sobre o plano da base, conforme figura.**



3) **No triângulo A'M'C', retângulo em M', temos M'C' = R cos α**
No triângulo MBC, retângulo em B, temos
BC = M'C' = R cos α e MB = BC . tgβ $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ MB = R cos α . tgβ. Para β = 45° tem-se
AA' = MM' = MB + BM' = CC' + R cos α.

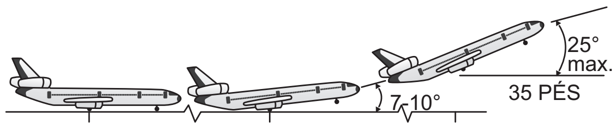
4) **Assim, na planificação a linha superior determinada pelo ponto A é uma cossenoide, conforme figura.**

Sem respostas.

Resposta Oficial: E

Leia o texto para responder às questões de números **36** e **37**.

Em uma edição da revista AERO da Boeing, há um artigo demonstrando o ângulo recomendado para a decolagem de todos os aviões da Boeing. A seguir, temos a ilustração de um dos aviões da empresa:



(http://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/qtr_02_09/pdfs/AERO_Q209_article04.pdf. Adaptado)

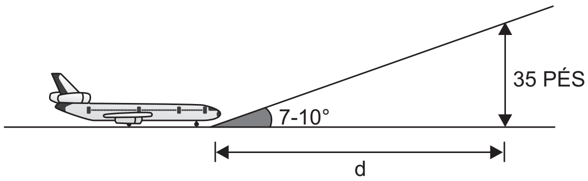
O avião da Boeing, modelo MD-11, durante o procedimento inicial de decolagem, deve realizar uma inclinação de 7° a 10°, até atingir 35 pés de altitude. Após atingir essa marca, o avião é capaz de mudar sua inclinação para até 25°, mantendo-a até atingir, no mínimo, 400 pés de altitude.

A seguir, são apresentados os valores de seno, cosseno e tangente para os valores angulares presentes na imagem:

	7°	10°	25°
Seno	0,122	0,174	0,423
Cosseno	0,993	0,985	0,906
Tangente	0,123	0,176	0,466

36

Durante o procedimento inicial de decolagem, a inclinação utilizada até o avião atingir 35 pés de altitude implica em o avião percorrer uma maior ou menor distância horizontal d, conforme apresentado no esquema a seguir:



A diferença positiva entre a distância d percorrida, em pés, pelo Boeing MD-11 quando decola com o ângulo mínimo e quando decola com o ângulo máximo é dada pela expressão

a) $\dfrac{35}{\text{tg } 7° \text{ . tg } 10°}$. (tg 10° – tg7°)

b) $\dfrac{35}{\text{sen } 7°} - \dfrac{35}{\text{sen } 10°}$

c) 35 . (sen 10° – sen 7°)

d) 35 . $\dfrac{\cos 7°}{\text{tg } 10°}$

e) 35 . (tg 10° – tg 7°)

Resolução

As distâncias horizontais percorridas quando o Boeing MD-11 decola com ângulo de 7° e 10°; chamaremos respectivamente de d_7 e d_{10}, em pés, são tais que:

$$\left.\begin{array}{l} \text{tg } 7° = \dfrac{35}{d_7} \Leftrightarrow d_7 = \dfrac{35}{\text{tg } 7°} \\ \text{tg } 10° = \dfrac{35}{d_{10}} \Leftrightarrow d_{10} = \dfrac{35}{\text{tg } 10°} \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

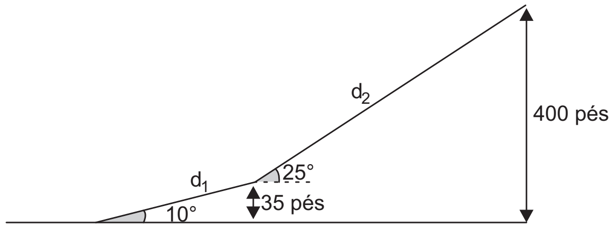
$$\Leftrightarrow d_7 - d_{10} = \frac{35}{\text{tg } 7°} - \frac{35}{\text{tg } 10°} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d_7 - d_{10} = \frac{35}{\text{tg } 7° \text{ . tg } 10°} (\text{tg } 10° - \text{tg } 7°)$$

Resposta: A

37

Considere o instante em que o Boeing MD-11 se inclina com angulação máxima para atingir 35 pés de altitude e, ao alcançar tal altitude, aumenta sua angulação para 25° até atingir 400 pés de altitude, conforme apresentado no esquema a seguir:



Dado que 1 pé equivale a 30,48 centímetros, é correto afirmar que a soma das distâncias d_1 e d_2, em metros, percorridas pelo avião até atingir 400 pés de altura

a) está entre 400 e 600.

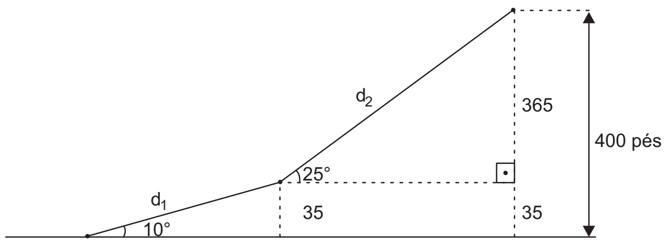
b) é inferior a 400.

c) está entre 600 e 800.

d) é superior a 1 000.

e) está entre 800 e 1 000.

Resolução



Com as medidas em pés tem-se:

$$\text{sen } 10° = \frac{35}{d_1} = 0{,}122 \Rightarrow d_1 = \frac{35}{0{,}122} \cong 286{,}88$$

$$\text{sen } 25° = \frac{365}{d_2} = 0{,}423 \Rightarrow d_2 = \frac{365}{0{,}423} \cong 862{,}88$$

$$d_1 + d_2 = 286{,}88 + 862{,}88 = 1149{,}76$$

Em metros esta distância equivale à

1149,76 . 0,3048 ≅ 350,45, inferior 400.

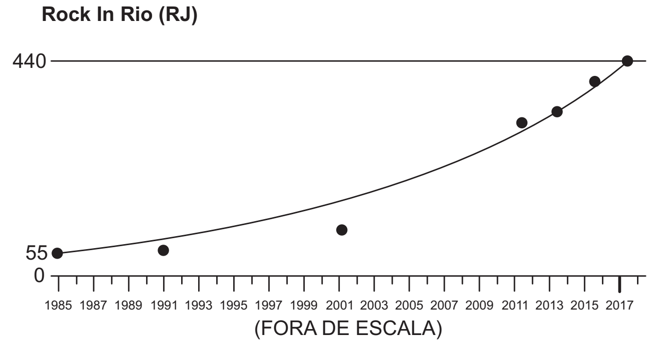
Resposta: B

38

O Rock in Rio é um festival de música que reúne diversas bandas de todo o mundo. Sua primeira edição, em 1985, aconteceu na cidade do Rio de Janeiro e, em 2017, ocorrerá a sétima edição do evento em território brasileiro. O preço do ingresso mais barato para o evento em cada uma das edições brasileiras é apresentado no gráfico a seguir:

• PREÇO DO INGRESSO MAIS BARATO DE FESTIVAIS

Para um dos dias do festival, em valores de março de 2017



(www.nexojornal.com.br. Adaptado)

Além do preço do ingresso mais barato, o gráfico traz uma curva de tendência, destacada em vermelho, dos preços P(t) praticados em função do ano t, descrita pela seguinte lei:

$$P(t) = 55 \cdot 2^{k \cdot (t - 1985)}$$

A edição de 2001 é aquela em que se observa a maior distância entre o valor real do ingresso mais barato, que nessa edição foi de 100 reais, e o valor dado pela curva de tendência. A razão entre esses valores, nessa ordem, é de, aproximadamente,

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

Resolução

1) **Em 2017 o valor, em reais, dado pela curva e pelo gráfico é**
$$P(2017) = 55 \cdot 2^{k\,(2017 - 1985)} = 55 \cdot 2^{32k} = 440 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2^{32k} = 8$$

2) **Em 2001 esse valor era**
$$P(2001) = 55 \cdot 2^{k\,(2001 - 1985)} = 55 \cdot 2^{16k} =$$
$$= 55\,(2^{32k})^{\frac{1}{2}} = 55 \cdot 8^{\frac{1}{2}} = 110 \cdot \sqrt{2} \cong 110 \cdot 1{,}4 = 154$$

3) **A razão pedida é** $\frac{100}{154} \cong \frac{2}{3}$

Resposta: D

39

A depreciação de veículos é o valor anual que um carro perde ao longo dos anos. A taxa de depreciação corresponde ao percentual do valor do carro que foi reduzido após um ano.

A partir do valor atual V_0 do carro e da sua taxa anual k de depreciação, é possível estimar sua depreciação D após n anos por meio da função $D(n) = V_0 \cdot k \cdot (1 - k)^{n-1}$, para $n \geq 1$. A tabela a seguir apresenta os valores da taxa de depreciação de um veículo de determinada marca durante os últimos 4 anos, sempre calculados no primeiro dia do ano.

Ano	Taxa de depreciação
2013	10,0%
2014	9,3%
2015	10,3%
2016	10,4%

Considere que, no primeiro dia de janeiro de 2017, um veículo dessa marca vale R$ 40.000,00 e tome como taxa de depreciação anual a média aritmética simples das taxas apresentadas na tabela. Supondo que a taxa de depreciação anual se mantenha fixa e utilizando log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47, a depreciação anual desse veículo passará a ser igual ou inferior a R$ 1.000,00 após, no mínimo,

a) 9 anos. b) 7 anos. c) 11 anos.
d) 13 anos. e) 15 anos.

Resolução

A média das taxas de depreciação apresentada na tabela é
$$\left(\frac{10{,}0 + 9{,}3 + 10{,}3 + 10{,}4}{4}\right)\% = 10\%$$

A partir de 2017, temos:
$$D(n) = V_0 \cdot 10\%\,(1 - 10\%)^{n-1},$$
Em que *n* é o número de anos transcorrido após 2017.

Assim, em reais, e para $V_0 = 40000$, temos
$$D(n) = 40000 \cdot 10\% \cdot (1 - 10\%)^{n-1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow D(n) = 4000 \cdot (0{,}9)^{n-1}$$

Desta forma,
$$D(n) \leq 1000 \Rightarrow 4000 \cdot (0{,}9)^{n-1} \leq 1000 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (0{,}9)^{n-1} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \log (0{,}9)^{n-1} \leq \log 2^{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (n-1) \;.\; \log \frac{3^2}{10} \le -2 \log 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (n-1)\,[2 \log 3 - \log 10] \le -2 \log 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (n-1) \;.\; [2 \;.\; 0{,}47 - 1] \le -2 \;.\; 0{,}30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (n-1) \;.\; (-0{,}06) \le -0{,}60 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n - 1 \ge 10 \Leftrightarrow n \ge 11$$

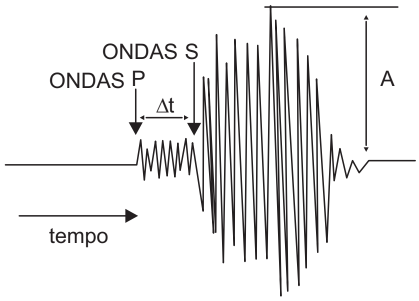
Resposta: C

Leia o texto para responder às questões de números **40** e **41**.

"A escala Richter, também conhecida como escala de magnitude local ou M_L, é uma escala logarítmica arbitrária, de base 10, utilizada para quantificar a magnitude de um sismo."

(https://pt.wikipedia.org/wiki/Escala_de_Richter. Adaptado)

Para obter a magnitude de um sismo, é necessário analisar o registro gráfico de um sismógrafo, chamado de sismograma, a fim de obter a amplitude máxima (A) das ondas S, conforme ilustrado no esquema a seguir:



(https://pt.wikipedia.org/wiki/Escala_de_Richter. Adaptado)

Uma maneira para calcular a magnitude (M) de um sismo na escala Richter se baseia na distância (D) entre o epicentro do sismo e a estação de medição, dada em quilômetros, e na amplitude (A) das ondas S, dada em milímetros. Essa relação é descrita pela seguinte fórmula:

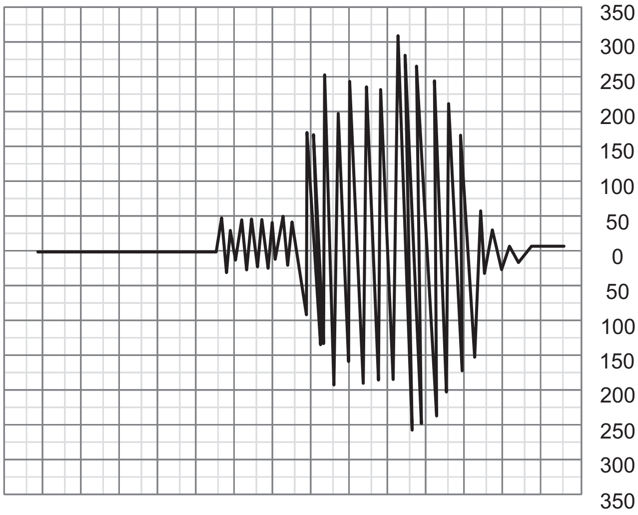
$$M = \log A + 2{,}76 \;.\; \log D - 2{,}48$$

Além disso, a energia sísmica liberada (E), dada em erg, está relacionada com a magnitude (M) de um sismo, sendo descrita pela seguinte fórmula:

$$\log E = 11{,}8 + 1{,}5 \;.\; M$$

40

Observe o sismograma obtido em uma estação de medição, localizada a 200 km do epicentro do sismo:



A partir das informações presentes nesse gráfico e usando log 2 = 0,30 e log 3 = 0,47, é correto afirmar que esse terremoto na escala Richter apresentou uma magnitude entre

a) 7,0 e 7,5. b) 6,5 e 7,0. c) 7,5 e 8,0.
d) 5,5 e 6,0. e) 6,0 e 6,5.

Resolução

$M = \log 300 + 2{,}76 \log 200 - 2{,}48 = \log (3 \,.\, 100) +$
$+ 2{,}76 \,.\, \log (2 \,.\, 100) - 2{,}48 = (\log 3 + \log 10^2) +$
$+ 2{,}76 \,.\, (\log 2 + \log 10^2) - 2{,}48$

Assim:

$M = \log 3 + 2 + 2{,}76 \,.\, (\log 2 + 2) - 2{,}48$
$M = 0{,}47 + 2 + 2{,}76\,(0{,}30 + 2) - 2{,}48 = 6{,}338$

Resposta: E

41

Em 1960, no Chile, foi registrada a maior magnitude de um terremoto, que atingiu 9,5 na escala Richter. No Brasil, o terremoto de maior magnitude já registrado ocorreu em 1955, no estado do Mato Grosso, atingindo uma magnitude na escala Richter de 6,6. A razão entre a energia liberada pelo terremoto no Chile e no Brasil é um valor entre

a) 10^4 e 10^5. b) 10^3 e 10^4. c) 10^2 e 10^3.
d) 10^1 e 10^2. e) 10^0 e 10^1.

Resolução

Sejam E_C e E_B as energias liberadas nos terremotos do Chile, em 1960, e de Mato Grosso, em 1955, respectivamente.

$\log E_C = 11{,}8 + 1{,}5 \,.\, 9{,}5 \Rightarrow \log E_C = 26{,}05 \Rightarrow E_C = 10^{26,05}$

$\log E_B = 11{,}8 + 1{,}5 \,.\, 6{,}6 \Rightarrow \log E_B = 21{,}07 \Rightarrow E_B = 10^{21,7}$

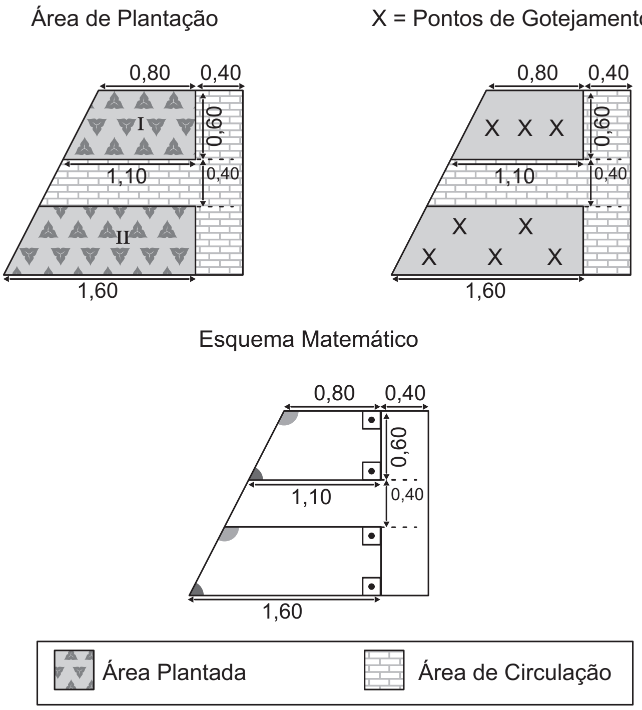
$$\frac{E_C}{E_B} = \frac{10^{26,05}}{10^{21,7}} = 10^{26,05 - 21,7} = 10^{4,35}$$

Assim, $10^4 < \dfrac{E_C}{E_B} < 10^5$

Resposta: A

Leia o texto para responder às questões de números **42** e **43**.

Um pesquisador está testando a efetividade de um sistema de irrigação por gotejamento para uma determinada espécie de planta ainda em fase de germinação. Para tanto, ele montou dois canteiros com diferentes medidas, em metros, no formato de trapézios retângulos, um com três e o outro com cinco pontos de gotejamento conforme ilustrado a seguir:



Os canteiros I e II devem ser diariamente irrigados, respectivamente, com 5 e 10 litros de água por metro quadrado de área superficial, distribuídos igualmente nos pontos de gotejamento. Considere, nos seus cálculos, que 1 mL de água corresponde a 20 gotas.

42

Cada ponto de gotejamento do canteiro I tem uma vazão de 50 gotas de água por minuto. Portanto, o tempo necessário para a irrigação diária desse canteiro é de

a) 3 horas e 10 minutos.

b) 12 horas e 40 minutos.

c) 19 horas e 00 minuto.

d) 6 horas e 20 minutos.

e) 1 hora e 24 minutos.

Resolução

A área do canteiro I, S_I, em metros quadrados, é

$$S_I = \frac{(0,80 + 1,10)\ .\ 0,60}{2} = \frac{1,90\ .\ 0,60}{2} = 0,57$$

Para o canteiro (I) serão necessários
$0,57\ m^2\ .\ 5\ \ell/m^2 = 2,85\ \ell = 2850\ m\ell$ de água.

Esse volume equivale à 2850 x 20 = 57000 gotas, pois 1 mL corresponde à 20 gotas.

Os três pontos do canteiro (I) juntos são capazes de gotejar 3 x 50 = 150 gotas por minuto. Assim, serão necessários $\frac{57000}{150}$ minutos = 380 minutos, equivalente a 6 horas e 20 minutos.

Resposta: D

43

A irrigação diária do canteiro II deve ser feita em exatas 2 horas. Para tanto, é necessário que a vazão de água, em cada ponto de gotejamento, seja de

a) 870 gotas por minuto.

b) 725 gotas por minuto.

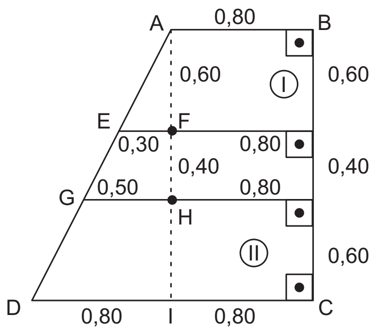
c) 435 gotas por minuto.

d) 120 gotas por minuto.

e) 290 gotas por minuto.

Resolução

Medidas dadas em metros.



1) Da semelhança dos triângulos AFE e AHG tem-se:

$$\frac{EF}{GH} = \frac{AF}{AH} \Leftrightarrow \frac{0,30}{GH} = \frac{0,60}{0,60 + 0,40} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,30}{GH} = \frac{0,60}{1,00} \Leftrightarrow GH = 0,5$$

2) Da semelhança dos triângulos AFE e AID tem-se:

$$\frac{AF}{AI} = \frac{FE}{ID} \Leftrightarrow \frac{0,60}{AI} = \frac{0,30}{0,80} \Leftrightarrow AI = 1,60,$$ **portanto,** $HI = AI - AH = 1,60 - (0,60 + 0,40) = 0,60$

3) A área do canteiro (II), S_{II}, é tal que

$$S_{II} = \frac{(1,60 + (0,50 + 0,80)) \,.\, 0,60}{2} = 0,87$$

Para o canteiro (II) são necessários $0,87m^2 \,.\, 10\ell/m^2 = 8,7\ell = 8700m\ell$ de água, equivalente à $8700 \times 20 = 174000$ gotas.

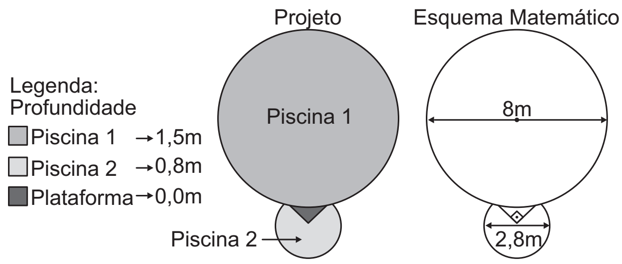
Cada bico deverá gotejar $\frac{174000}{5} = 34800$ **gotas em 2 horas, ou, o que é equivalente,**

$$\frac{34800}{120} = 290 \text{ gotas por minuto.}$$

Resposta: E

44

Um arquiteto projetou uma área de lazer que terá duas piscinas circulares acopladas por meio de uma pequena plataforma de madeira. As piscinas possuirão diferentes diâmetros e profundidades, conforme esquema a seguir:



O volume V de terra a ser retirado para construção desse espaço é calculado a partir do raio r de cada piscina e de sua profundidade p através da seguinte fórmula:

$$V = 0,875 \,.\, (2r)^2 \,.\, p$$

Dado que a parte destinada à plataforma de madeira não exigirá a retirada de terra, é correto afirmar que o volume de terra que deve ser retirado para a construção desse espaço é, aproximadamente, igual a

a) 51 m^3. b) 88 m^3. c) 65 m^3.

d) 76 m^3. e) 85 m^3.

Resolução

A fórmula apresentada é um tanto quanto estranha, pois o cálculo do volume circular reto de raio r e profundidade p é dado por,

$$V = \frac{\pi}{4} \,.\, (2r)^2 \,.\, p \cong 0,785 \,.\, (2r)^2 \,.\, p.$$

Apesar disso, usaremos a fórmula apresentada.

Assim, os volumes V_1 e V_2 das piscinas 1 e 2 são tais que:

$$V_1 + V_2 = 0,875 \,.\, [(2 \,.\, 4)^2 \,.\, 1,5 + \frac{3}{4} (2 \,.\, 1,4)^2 \,.\, 0,8] \text{ m}^3 \Leftrightarrow$$

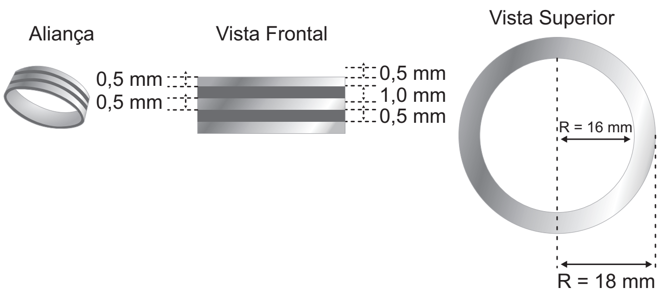
$$\Leftrightarrow V_1 + V_2 = 0,875 \,.\, (96 + 4,704) \text{ m}^3 =$$

$$= 88,116 \text{ m}^3 \cong 88 \text{ m}^3$$

Resposta: B

45

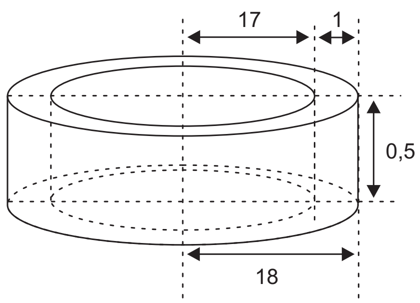
Uma fábrica de joias está produzindo um novo tipo de aliança em ouro amarelo com dois frisos e as seguintes características:



A aliança é feita em uma máquina capaz de coletar todo o ouro retirado na confecção do friso, para ser reaproveitado. Dado que os frisos possuem 1 mm de profundidade e considerando que a densidade do ouro amarelo é 19 g/cm^3, $\pi = 3$ e 1 g de ouro custa R$ 145,00, então é correto afirmar que o volume de ouro coletado para reaproveitamento ao longo da produção de uma aliança tem um valor de, aproximadamente,

a) R$ 200,00. b) R$ 150,00. c) R$ 290,00.
d) R$ 75,00. e) R$ 10,00.

Resolução

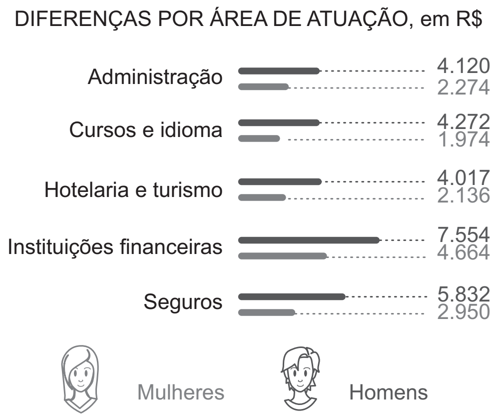


1) **A figura acima, fora de escala, representa o volume retirado em cada friso.**
É um cilindro circular reto de raio 18 mm, do qual se subtrai outro cilindro concêntrico de raio 17 mm, ambos de altura 0,5 mm.
2) **O volume retirado de cada friso é**
$V = \pi(18^2 - 17^2) \cdot 0{,}5\ mm^3 \cong 3 \cdot 35 \cdot 0{,}5\ mm^3 =$
$= 52{,}5\ mm^3 = 0{,}0525\ cm^3$.
3) **A massa de ouro retirada para formar os dois frisos é** $2 \cdot V \cdot 19 g/cm^3 = 2 \cdot 0{,}0525\ cm^3 \cdot 19 g/cm^3 =$
$= 1{,}995$ **g e tem um custo de** $1{,}995 \cdot$ **R$ 145,00 =**
= R$ 289,275.

Resposta: C

46

As mulheres recebem menos que os homens em um grande número de cargos. A igualdade salarial entre homens e mulheres ainda está longe de ser uma realidade. O gráfico a seguir ilustra a diferença salarial, em reais, para cinco áreas de atuação:



Fonte: Catho
(G1. www.g1.com. Adaptado)

Ao se comparar a diferença salarial com o salário das mulheres, é correto afirmar que o maior percentual, segundo a pesquisa, ocorre na área de

a) cursos e idioma.
b) seguros.
c) administração.
d) hotelaria e turismo.
e) instituições financeiras.

Resolução
Administração:

$\frac{4120}{2274} \cong 1{,}81 = 181\%$, **portanto, uma diferença de aproximadamente 81%**

Cursos e idioma:

$\frac{4272}{1974} \cong 2{,}16 = 216\%$, **portanto, uma diferença de aproximadamente 116%**

Hotelaria e turismo:

$\frac{4017}{2136} \cong 1{,}88 = 188\%$, **portanto, uma diferença de aproximadamente 88%**

Instituições financeiras:

$$\frac{7554}{4664} \cong 1{,}62 = 162\%\text{, portanto, uma diferença de}$$

aproximadamente 62%

Seguros:

$$\frac{5832}{2950} \cong 1{,}98 = 198\%\text{, portanto, uma diferença de}$$

aproximadamente 98%

Resposta: A

47

Automóveis do Brasil terão placas
do Mercosul a partir de 2017

De acordo com a Resolução 590/2016 do Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN), todos os veículos em território nacional deverão ter placas de identificação no padrão Mercado Comum do Sul (Mercosul) até 2020. [...] Atualmente com três letras e quatro números, a nova placa inverterá essa ordem e possuirá quatro letras e três números, dispostos agora de forma aleatória (com o **último caractere sendo sempre numérico** para não interferir nos rodízios municipais).

(http://quatrorodas.abril.com.br. Adaptado)

A ilustração a seguir apresenta um formato válido da nova placa do Mercosul:

(https://carros.uol.com.br)

Considerando as diferentes posições que as 4 letras e os 3 números podem assumir na composição do formato da nova placa do Mercosul, o número total de formatos de placas válidos é igual a

a) 35. b) 30. c) 12. d) 15. e) 64.

Resolução

Com N representando um caracter numérico e L representando uma letra, as novas placas terão tipos como os exemplos seguintes:

fixo e numérico

$$\underbrace{\begin{matrix} L & L & N & L & N & L \\ N & L & N & L & L & L \\ L & L & L & L & N & N \end{matrix}}_{\text{podem permutar}} \boxed{\begin{matrix} N \\ N \\ N \end{matrix}}$$

Ao todo são $P_6^{4;2} = \dfrac{6!}{4!\,2!} = 15$ **formatos diferentes**

Resposta: D

48

Um antigo *game show* da televisão brasileira consistia em um apresentador fazer perguntas para um participante indicar, entre 4 alternativas, a resposta correta. Ao longo do programa, quando o participante não sabia qual era a resposta correta, ele podia recorrer a um tipo de auxílio, chamado “ajuda das cartas”, no qual ele escolhia aleatoriamente uma entre quatro cartas, podendo ser beneficiado com a exclusão de 0, 1, 2 ou 3 alternativas erradas.

Suponha que um participante decida responder uma pergunta em que, para ele, todas as alternativas são igualmente prováveis de ser a correta. Se ele optar pela “ajuda das cartas”, a probabilidade de ele escolher a alternativa correta será

a) entre 40% e 45%.

b) superior a 50%.

c) inferior a 35%.

d) entre 35% e 40%.

e) entre 45% e 50%.

Resolução

1) A probabilidade de sortear cada uma das cartas é $\dfrac{1}{4}$

2) Assim, a probabilidade de escolher a alternativa correta tendo sorteado a carta:

– zero é $\dfrac{1}{4}$

– um é $\dfrac{1}{3}$

– dois é $\dfrac{1}{2}$

– três é 1

3) Desta forma, a probabilidade de escolher a alternativa correta, tendo pedido a “ajuda das cartas” e agindo de forma aleatória é:

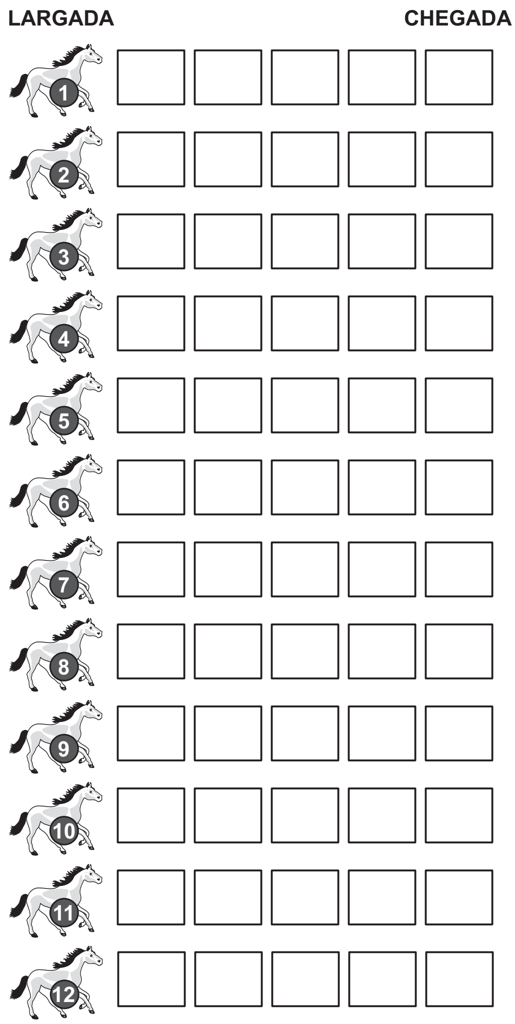
$$P = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{25}{12} = \frac{25}{48} \cong$$

$$\cong 0{,}52 = 52\%$$

Resposta: B

Leia o texto para responder às questões de números **49** e **50**.

O experimento “corrida de cavalos”, criado por Ole Skovsmose, consiste na análise de um quadro que simula uma corrida de cavalos, no qual o resultado da soma dos números obtidos no lançamento de dois dados de 6 faces não viciados determina o número do cavalo que irá se movimentar uma casa à frente. Ganha a corrida o cavalo que se movimentar 5 vezes primeiro. A seguir temos um exemplo do quadro que ilustra a corrida de cavalos:



(Ole Skovsmose. *Cenários para investigação*. In: BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, n.º 14, 2000)

49

Analisando a probabilidade de cada cavalo se movimentar em uma jogada qualquer, é correto afirmar que

a) a probabilidade de o cavalo 7 se movimentar é maior do que a probabilidade de ele não se movimentar.

b) a probabilidade de o cavalo 8 se movimentar é o dobro da probabilidade de o cavalo 4 se movimentar.

c) a probabilidade de um cavalo de número ímpar se movimentar é a mesma de um cavalo de número par.

d) todos os cavalos, exceto o de número 1, possuem igual probabilidade de se movimentar.

e) os cavalos X e Y possuem a mesma probabilidade de se movimentar desde que X + Y = 13.

Resolução

No lançamento de dois dados honestos, numerados de 1 a 6, temos 36 resultados possíveis, cuja soma dos dois números sorteados se apresentam no quadro seguinte:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Observe que:

a) A probabilidade de um cavalo se movimentar é menor ou igual a $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) As probabilidades dos cavalos se movimentarem são $P(8) = \frac{5}{36}$ **e** $P(4) = \frac{3}{6}$ **e** $P(8) \neq 2 \, . \, P(4)$

c) As probabilidades de um cavalo par e um cavalo ímpar se movimentarem é $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

d) As probabilidades de cada cavalo são $P(1) = 0$, $P(2) = P(12) = \frac{1}{36}$, $P(3) = P(11) = \frac{2}{36}$,

$P(4) = P(10) = \frac{3}{36}$, $P(5) = P(9) = \frac{4}{36}$,

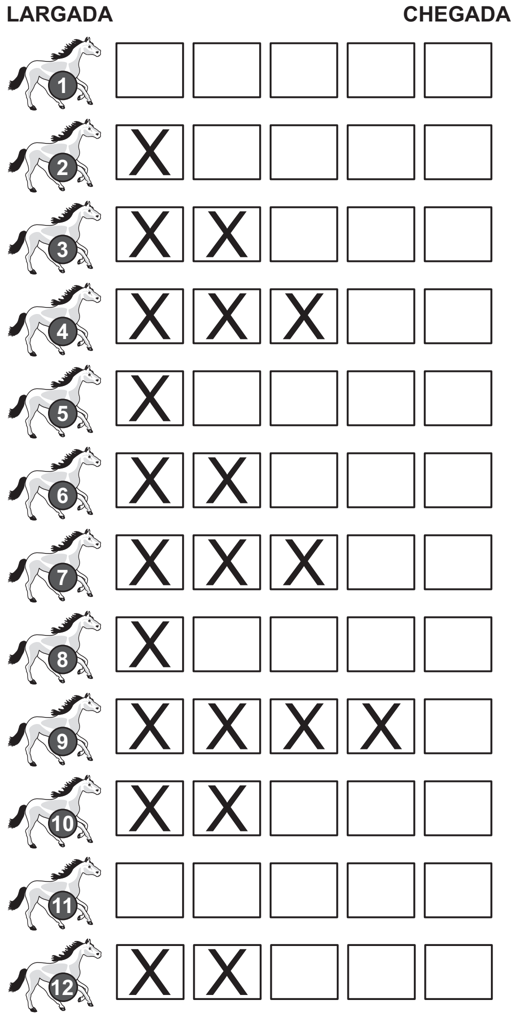
$P(6) = P(8) = \frac{5}{36}$ **e** $P(7) = \frac{6}{36}$**, portanto, as probabilidades não são todas iguais.**

e) Os cavalos 1 e 12 satisfazem a condição X + Y = 13 e não possuem a mesma probabilidade de se movimentar.

Resposta: C

50

Suponha que, após algumas jogadas, o cenário seja o seguinte:



(Ole Skovsmose. Cenários para investigação. In: BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, no 14, 2000. Adaptado)

A quantidade de X à frente de cada cavalo refere-se ao número de vezes que esse se movimentou. Nesse cenário, a probabilidade de o cavalo 9 vencer a corrida na próxima rodada é

a) entre 5% e 10%.

b) superior a 20%.

c) entre 15% e 20%.

d) inferior a 5%.

e) entre 10% e 15%.

Resolução

A probabilidade do cavalo 9 vencer a corrida na próxima rodada é a mesma do cavalo 9 ser o sorteado na próxima rodada, ou seja,

$$P(9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \cong 0,11 = 11\%$$

Resposta: $\boxed{E}$