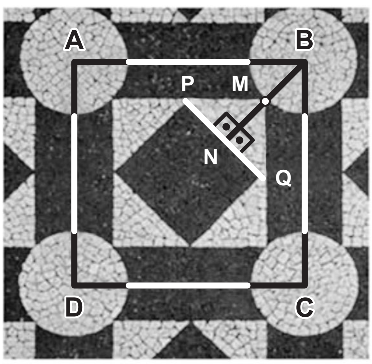
MATEMÁTICA

1

A pavimentação indicada na fotografia possui simetria rotacional de 90° e é formada por quadrados, círculos e figuras com a forma . Em relação ao desenho feito sobre a fotografia, sabe-se que A, B, C e D são centros dos círculos, e que BM = MN = 1 m.



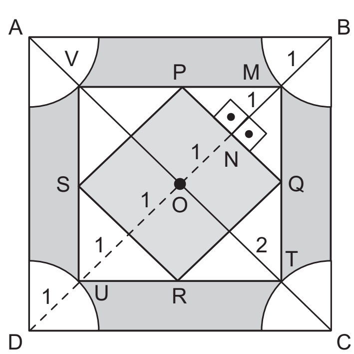
Fotografia da calçada do Palácio Galveias, em Lisboa, Portugal.

Em um plano totalmente recoberto por reproduções completas do quadrado ABCD indicado na figura, a razão entre a área preenchida com ladrilhos pretos e a área preenchida com ladrilhos brancos é igual a

a) $\dfrac{10-\pi}{4+\pi}$ b) $\dfrac{14-\pi}{4+\pi}$ c) $\dfrac{10+\pi}{4-\pi}$

d) $\dfrac{14+\pi}{4-\pi}$ e) $\dfrac{10-\pi}{4-\pi}$

Resolução



1) **ABCD e MTUV são quadrados cujas diagonais medem respectivamente 6 m e 4 m.**
Suas áreas, em m², são $S_{ABCD} = \dfrac{6 \cdot 6}{2} = 18$ e
$S_{MTUV} = \dfrac{4 \cdot 4}{2} = 8$
O quadrado PQRS tem vertices nos pontos médios de MTUV, lados medindo em 2 m e área $S_{PQRS} = 2 \cdot 2 = 4$ metros quadrados.
A área de cada quarto de círculo, em m², é
$$S_{\frac{1}{4}C} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{4}$$

2) **A área branca de cada ladrilho é**
$$S_B = 4 \cdot S_{\frac{1}{4}C} + S_{MTUV} - S_{PQRS} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow = 4 \cdot \frac{\pi}{4} + 8 - 4 = 4 + \pi \text{ metros quadrados}$$

3) **A área preta de cada ladrilho é**
$$S_P = S_{ABCD} - S_B = 18 - (\pi + 4) = 14 - \pi$$
Desta forma, $\dfrac{S_P}{S_B} = \dfrac{14-\pi}{4+\pi}$

Resposta: B

2

Se $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz = 6$, então um possível valor para a soma x + y + z é

a) $\sqrt{6}$. b) $2\sqrt{2}$. c) $2\sqrt{3}$.
d) $3\sqrt{2}$. e) $3\sqrt{3}$.

Resolução

Lembrando que

$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz)$ **temos**

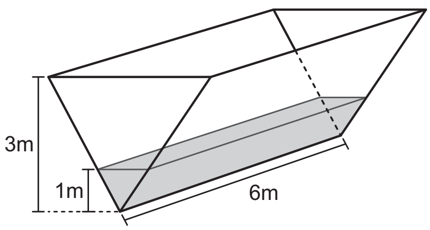
$(x + y + z)^2 = 6 + 2 \cdot 6 \Leftrightarrow (x + y + z)^2 = 18 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + y + z = \pm 3\sqrt{2}$

Resposta: D

3

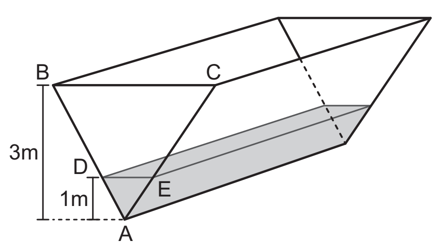
Um tanque, inicialmente vazio, tem a forma de prisma triangular regular e suas paredes têm espessuras desprezíveis. Após algum tempo despejando água no tanque, um cano de vazão $3\sqrt{3}\,m^3$ por minuto o encheu parcialmente, tendo a água ocupado o espaço de um prisma triangular regular, conforme indicado na figura.



Funcionando na mesma vazão, o tempo necessário para que o cano acabe de encher o tanque é de 5 minutos e t segundos, sendo que t é um número no intervalo

a) [1, 12]. b) [13, 24]. c) [25, 36].
d) [37, 48]. e) [49, 59].

Resolução



1) Sendo ℓ e L as medidas, em metros, dos lados dos triângulos equiláteros ADE e ABC, bases dos prismas temos:

$$\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = 1 \Leftrightarrow \ell = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ e } \frac{L\sqrt{3}}{2} = 3 \Leftrightarrow L = 2\sqrt{3}$$

As áreas desses triângulos são respectivamente.

$$S_{ADE} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 . \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ e}$$

$$S_{ABC} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2\sqrt{3})^2 . \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$$

2) Os volumes, em metros cúbicos, do tanque (V_T), da água (V_A) e da parte restante do tanque (V_R) são tais que:

$$V_T = S_{ABC} . 6 = 3\sqrt{3} . 6 = 18\sqrt{3}$$

$$V_A = S_{ADE} . 6 = \frac{\sqrt{3}}{3} . 6 = 2\sqrt{3} \text{ e}$$

$$V_R = V_T - V_A = 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

3) O tempo necessário para completar o tanque é

$$\frac{16\sqrt{3}\,m^3}{3\sqrt{3}\,m^3/min} = \frac{16}{3} \text{ min} = 5 \text{ min e } 20 \text{ s.}$$

Assim, t = 20

Resposta: B

4

É possível demonstrar que o polinômio $P(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{2}$ é uma boa aproximação da função $f(x) = e^x$ para valores de x próximos de zero. Usando essa informação, o valor aproximado de $\sqrt[10]{e}$ é

a) 1,105. b) 1,061. c) 0,781.
d) 0,610. e) 0,553.

Resolução

$$\sqrt[10]{e} = e^{\frac{1}{10}} = f\left(\frac{1}{10}\right) \simeq P\left(\frac{1}{10}\right) = \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow = \frac{\left(\frac{1}{10}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{10}\right) + 2}{2} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[10]{e} \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{100} + \frac{2}{10} + 2\right) = \frac{1}{2} . \frac{221}{100} = 1{,}105$$

Resposta: A

5

Quatro moedas de 25 centavos e quatro de 50 centavos são misturadas ao acaso e colocadas em uma fila. A probabilidade de que a primeira e a última moeda dessa fila sejam de 50 centavos é igual a

a) $\dfrac{2}{7}$ b) $\dfrac{7}{25}$ c) $\dfrac{3}{14}$ d) $\dfrac{1}{5}$ e) $\dfrac{9}{5}$

Resolução

Existem $P_8^{4,4} = \dfrac{8!}{4!\,.\,4!} = 70$ formas diferentes de compor a fila e $P_6^{4;2} = \dfrac{6!}{4!\,.\,2!} = 15$ formas de posicionar as moedas do meio da fila, tendo fixados uma moeda de R$ 0,50 em cada extremo da fila.

A possibilidade desse fato ocorrer é $\dfrac{15}{70} = \dfrac{3}{14}$

Resposta: C

6

O número de pares ordenados (x,y) tais que x e y pertençam ao conjunto {1, 3, 5, 7, ... , 1999}, com x > y, é igual a

a) 999 000. b) 499 450. c) 499 500.
d) 249 750. e) 249 724.

Resolução

Como no conjunto dado existem 1000 números distintos todos entre si, quaisquer dois pares que se considere tem sempre um maior que o outro.
Basta coloca-los na ordem (x; y) com x > y. Assim, o número de pares é $C_{1000;2} = \dbinom{1000}{2} = 499\,500$.

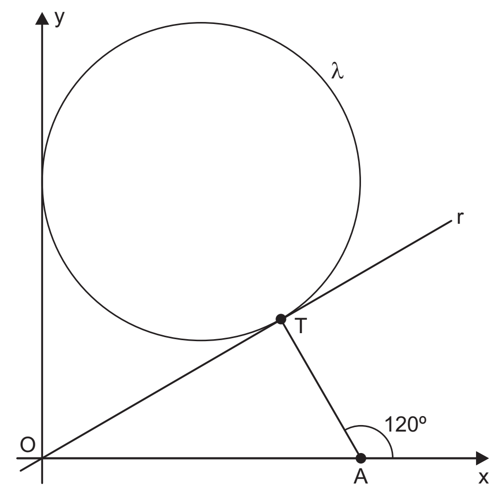
Resposta: C

7

No plano cartesiano ortogonal de origem O (0, 0) estão representadas:

- uma circunferência λ, tangente à reta r em T e ao eixo das ordenadas;
- o triângulo retângulo OAT, com A(6, 0) e um ângulo externo de medida 120°.

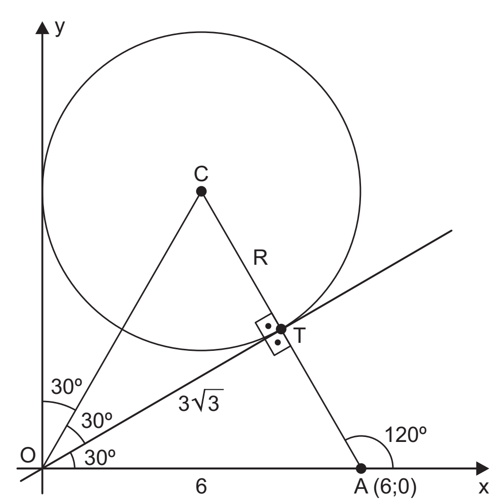
Sabe-se, ainda, que r passa pela origem do plano.



Nas condições dadas, o raio de λ tem medida igual a

a) $\dfrac{5}{2}$. b) $2\sqrt{2}$. c) 3. d) $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ e) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

Resolução



1) No triângulo OAT, retângulo em T, temos:

$$\cos 30° = \frac{OT}{OA} = \frac{OT}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OT = 3\sqrt{3}$$

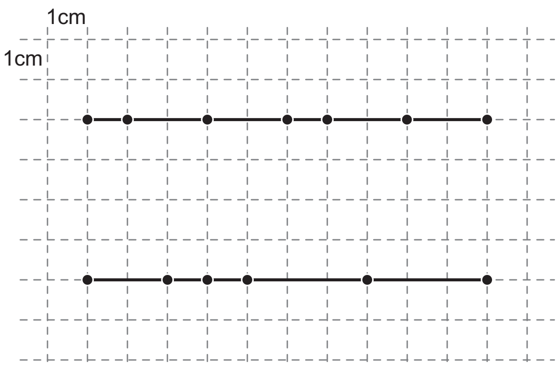
2) **No triângulo OTC, retângulo em T, temos:**

$$\text{tg } 30° = \frac{CT}{OT} = \frac{R}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = 3$$

Resposta: C

8

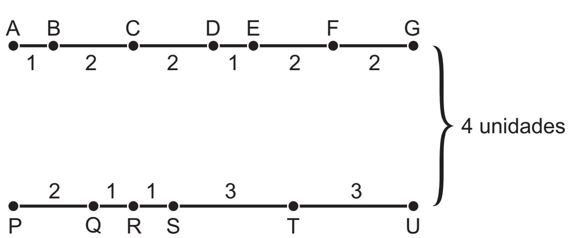
Em uma malha, formada por quadrados de lado medindo 1 cm, foram traçados dois segmentos paralelos, tendo um deles 7 pontos em destaque, e o outro 6, conforme indica a figura.



Um quadrilátero deve ser desenhado sobre essa malha de maneira que tenha os quatro vértices dentre os 13 pontos destacados dos segmentos. O quadrilátero deverá ter apenas um par de lados paralelos, e área igual a 12 cm². O total de quadriláteros diferentes que podem ser desenhados atendendo às condições estabelecidas é igual a

a) 19. b) 22. c) 29. d) 32. e) 33.

Resolução



1) **O quadrilátero em questão será sempre um trapézio, não paralelogramo, de base sobre $\overleftrightarrow{AG}$ medindo $\underline{m}$ cm e base sobre $\overleftrightarrow{PU}$ medindo $\underline{k}$ cm, com m ≠ k. Como todos tem área de 12 cm² devemos ter:**

$$\frac{(m + k) \cdot 4}{2} = 12 \Leftrightarrow m + k = 6$$

2) **A tabela a seguir mostra os possíveis valores de k e m, os segmentos possíveis e o número de trapézios para cada caso**

m	k	m	k	número de trapézios
1	5	$\overline{AB}$ ou $\overline{DE}$	$\overline{QT}$	2 x 1 = 2
2	4	$\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$	$\overline{PS}$ ou $\overline{RT}$	4 x 2 = 8
4	2	$\overline{BD}$ ou $\overline{EG}$	$\overline{PQ}$ ou $\overline{QS}$	2 x 2 = 4
5	1	$\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ e $\overline{DG}$	$\overline{QR}$ ou $\overline{RS}$	4 x 2 = 8

**Desta forma, o número total de quadriláteros atendendo as condições estabelecidas é
2 + 8 + 4 +8 = 22**

Resposta: B

9

Das afirmações a seguir, apenas uma é falsa.

i. André é mais velho do que Bruno;
ii. Cláudio é mais novo do que Bruno;
iii. A soma das idades de Bruno e Cláudio é igual ao dobro da idade de André;
iv. Cláudio é mais velho do que André.
v. Diego tem um ano a menos do que André.

Se todas as idades são números inteiros e duas pessoas não têm a mesma idade, então, necessariamente,

a) André é o mais velho dos quatro.
b) Bruno é o mais novo dos quatro.
c) Diego é o mais novo dos quatro.
d) Bruno é mais velho do que Cláudio.
e) Bruno é mais velho do que Diego.

Resolução

1) **Indiquemos a frase "é mais velho do que" por ">" e a frase "e mais novo do que" por "<".**

2) **As duas primeiras frases não podem ser ambas verdadeiras pois teríamos:**

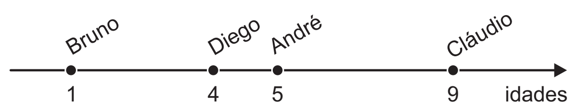
$$\begin{cases} a > b \\ c < b \end{cases} \Rightarrow c < b < a \Rightarrow \begin{cases} c < a \\ b + c < 2a \end{cases}$$

Desta forma, a soma das idades de Bruno e Cláudio é menor do que o dobro da idade de André, e Cláudio seria mais novo do que André. As fases (iii) e (iv) seriam ambas falsas. Impossível.

3) Se a (i) for falsa e todas as outras forem verdadeiras teríamos

$$\left.\begin{matrix} b > a \\ c > a \end{matrix}\right\} \Rightarrow b + c > 2a, \text{ contrariando a frase 3}$$

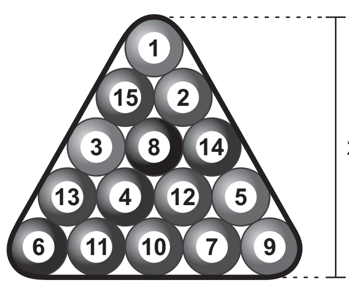
4) Assim (i) é verdadeira, (ii) é falsa e todas as outras são verdadeiras. Uma possibilidade é a mostrada na figura abaixo;



Resposta: B

10

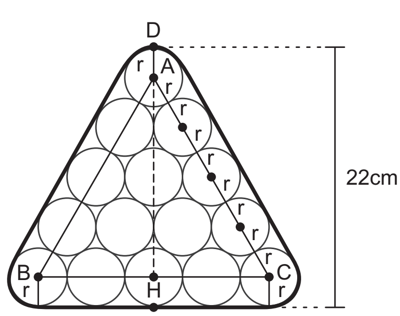
Quinze bolas esféricas idênticas de bilhar estão perfeitamente encostadas entre si, e presas por uma fita totalmente esticada. A figura mostra as bolas e a fita, em vista superior.



A medida do raio de uma dessas bolas de bilhar, em centímetros, é igual a

a) $4\sqrt{3} - 2$. b) $2\sqrt{3} + 1$. c) $3\sqrt{3} - 1$.
d) $3\sqrt{3} - 2$. e) $2\sqrt{3} - 1$.

Resolução



Se r for a medida do raio de uma dessas bolas então o lado $\overline{AC}$ do triângulo equilátero ABC mede 8r, a altura $\overline{AH}$, em cm mede $\dfrac{8r\sqrt{3}}{2} = 4r\sqrt{3}$ e, temos:

$$DE = DA + AH + HE = r + 4r\sqrt{3} + r = 22 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow r\left(4\sqrt{3} + 2\right) = 22 \Leftrightarrow r = \frac{22}{4\sqrt{3} + 2} = \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow = \frac{22}{\left(4\sqrt{3} + 2\right)} \cdot \frac{(4\sqrt{3} - 2)}{(4\sqrt{3} - 2)}$$

Assim,

$$r = \frac{22\left(4\sqrt{3} - 2\right)}{44} = 2\sqrt{3} - 1$$

Resposta: E

11

Em um grupo de 2000 pessoas, 70,0% possuem geladeira, 85,0% possuem aparelho celular e 45,2% possuem automóvel. O menor número possível de pessoas desse grupo que possuem geladeira, aparelho celular e automóvel é igual a

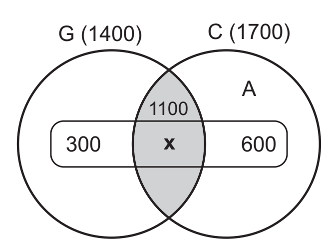
a) 4. b) 6. c) 8. d) 10. e) 12.

Resolução

Sejam G, C e A os conjuntos de pessoas que possuem geladeira, celular e automóvel respectivamente. Assim,

n(G) = 70% . 2000 = 1400
n(C) = 85% . 2000 = 1700
n(A) = 45,2% . 2000 = 904

Como n(G) + n(C) = 3100, o número de elementos de G ∩ C é, no mínimo, 1100. Teríamos, então o seguinte diagrama



Se (G – C) for subconjunto de A e (C – G) for subconjunto de A, A possuirá no mínimo 300 + 600 = 900 elementos. Como n(A) = 904, a intersecção de C, G e A tem, no mínimo 4 elementos.

Resposta: A

12

Na reunião de planejamento estratégico de uma empresa, na qual compareceram 30 pessoas, nem todos os participantes se cumprimentaram. Se cada um dos homens cumprimentou apenas 6 mulheres e cada uma das mulheres cumprimentou apenas 4 homens, podemos concluir que o número de mulheres presentes foi

a) 20 b) 18 c) 16 d) 14 e) 12

Resolução

Sejam h e m o número de homens e mulheres na festa.

$$\begin{cases} h + m = 30 \\ 6\,h = 4\,m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h + m = 30 \\ 3\,h - 2\,m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 12 \\ m = 18 \end{cases}$$

Resposta: B

Texto para as questões de 13 a 14.

Matrizes de Vandermonde são matrizes quadradas em que os elementos ao longo de cada linha formam progressões geométricas de primeiro termo igual a 1, não necessariamente com a mesma razão para cada linha.

Por exemplo, a matriz B a seguir, de ordem 4, é de Vandermonde:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 25 & 125 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & -3 & 9 & -27 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

Seja V uma matriz de Vandermonde de ordem 3 em que a PG formada com os elementos da 1.ª linha tem razão 2, a PG formada com os elementos da 2.ª linha tem razão 3 e a PG formada com os elementos da 3.ª linha tem razão – 2.

13

O determinante da matriz V é igual a

a) –16. b) 0. c) 16. d) 20. e) 36.

Resolução

A matriz considerada é

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

O determinante dessa matriz é

$$\det = (3 - 2)\,(-2 - 2)\,(-2 - 3) = 1 \,.\, (-4) \,.\, (-5) = 20$$

Resposta: D

14

Considere a matriz X, do tipo 3 x 1, tal que

$$V \,.\, X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$, sendo a, b e c constantes reais.

O valor do elemento que ocupa a 2.ª linha de X é necessariamente igual a

a) 1. b) $\frac{a+c}{2}$. c) 0. d) $\frac{a-c}{4}$. e) b + c.

Resolução

$$V \,.\, X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 4z = a \\ x + 3y + 9z = b \\ x - 2y + 4z = c \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = (3 - 2)\,(-2 - 2)\,(-2 - 3) = 20 \text{ e}$$

$$Dy = \begin{vmatrix} 1 & a & 4 \\ 1 & b & 9 \\ 1 & c & 4 \end{vmatrix} = \cancel{4b} + 9a + 4c - \cancel{4b} - 4a - 9c =$$

$$= 5a - 5c = 5(a - c)$$

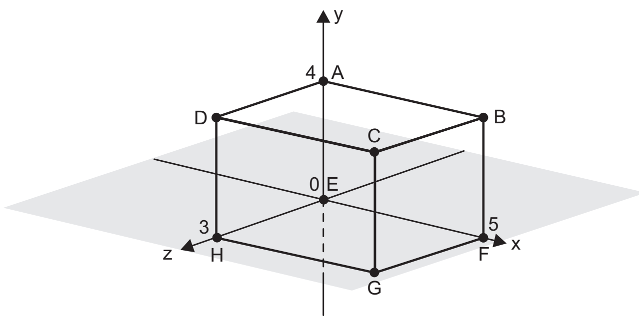
temos:

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{5(a-c)}{20} = \frac{a-c}{4}$$

Resposta: D

15

Um paralelepípedo reto-retângulo de arestas medindo 3, 4 e 5 está representado no sistema ortogonal xyz como mostra a figura.



Considere cada ponto desse sistema como uma terna (x, y, z), representada matricialmente por meio do vetor

coluna $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

Sendo assim, a solução da equação matricial

$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2{,}5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ representa, nesse sistema de eixos, um ponto pertencente à

a) região interior ao paralelepípedo.

b) região exterior ao paralelepípedo.

c) face ABFE do paralelepípedo.

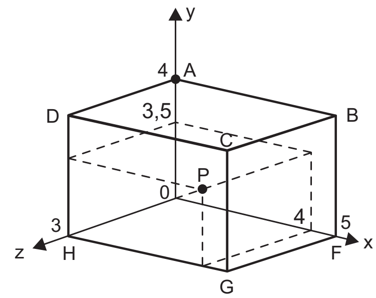
d) face CBGF do paralelepípedo.

e) face DCGH do paralelepípedo.

Resolução

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2{,}5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \ . 1 + 2 \ . 0{,}5 \\ 3 \ . 1 + 1 \ . 0{,}5 \\ 2{,}5 \ . 1 + 1 \ . 0{,}5 \end{bmatrix} =$$

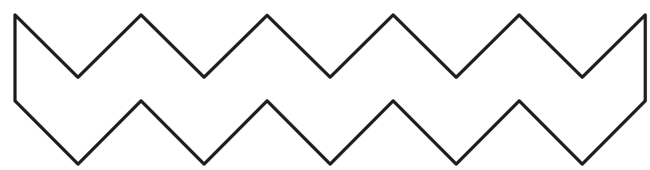
$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 3{,}5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 4, y = 3{,}5 \text{ e } z = 3$$



O ponto P, de coordenadas (4; 3,5; 3), solução do sistema dado, pertence à face DCGH.

Resposta: E

16

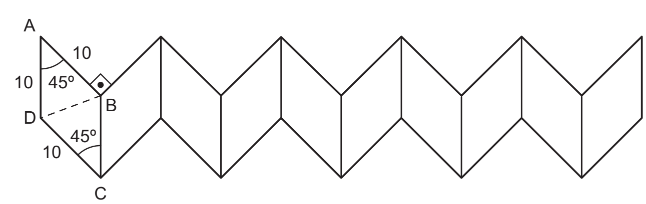


Cada lado do polígono indicado na figura mede 10 cm e seus ângulos internos têm medidas de 45°, 90°, 135° e 270°, como mostra a figura. A área desse polígono, em cm², é igual a

a) $500\sqrt{2}$. b) $450\sqrt{2}$. c) $400\sqrt{2}$.

d) $350\sqrt{2}$. e) $300\sqrt{2}$.

Resolução



O polígono da figura é equivalente a 10 losangos congruentes ao losango ABCD.
Como a área desse losango é, em cm², é:

$$S_{ABCD} = 2 \ . \frac{10 \ . \ 10 \ . \ \text{sen } 45°}{2} = 100 \ . \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2},$$

A área do polígono é $10 \ . \ 50\sqrt{2} = 500\sqrt{2}$ centímetros quadrados.

Resposta: A

17

Em um torneio de xadrez disputado por sete mulheres, cada uma joga com cada uma das outras uma única vez. Em cada partida, a ganhadora acumula 2 pontos, a perdedora acumula zero ponto e, em caso de empate, cada jogadora acumula 1 ponto. A tabela a seguir indica todos os resultados do torneio, exceto o resultado da última partida, entre Elisa e Fernanda, que ainda não foi disputada.

Nome	Partidas jogadas	Partidas ganhas	Partidas empatadas	Partidas perdidas	Pontos acumulados
Ana	6	6	0	0	12
Bianca	6	5	0	1	10
Camila	6	3	1	2	7
Daniela	6	2	0	4	4
Elisa	5	1	2	2	4
Fernanda	5	1	0	4	2
Gabriela	6	0	1	5	1

A partida ganha por Elisa, que está indicada na tabela, foi sobre

a) Gabriela. b) Daniela. c) Camila. d) Bianca. e) Ana.

Resolução

Nome	**Partidas jogadas**	**Partidas ganhas**	**Partidas empatadas**	**Partidas perdidas**	**Pontos acumulados**
Ana	**6**	**6**	**0**	**0**	**12**
Bianca	**6**	**5**	**0**	**1**	**10**
Camila	**6**	**3**	**1**	**2**	**7**
Daniela	**6**	**2**	**0**	**4**	**4**
Elisa	**5**	**1**	**2**	**2**	**4**
Fernanda	**5**	**1**	**0**	**4**	**2**
Gabriela	**6**	**0**	**1**	**5**	**1**

1) Camila e Gabriela tiveram um empate cada uma. Se o empate tivesse sido entre elas, Elisa não teria com quem empatar. Assim, Camila e Gabriela não empataram entre si e sim com a Elisa.

2) Bianca só perdeu para Ana, que não perdeu nenhuma partida. Assim, não foi dela que Elisa ganhou.

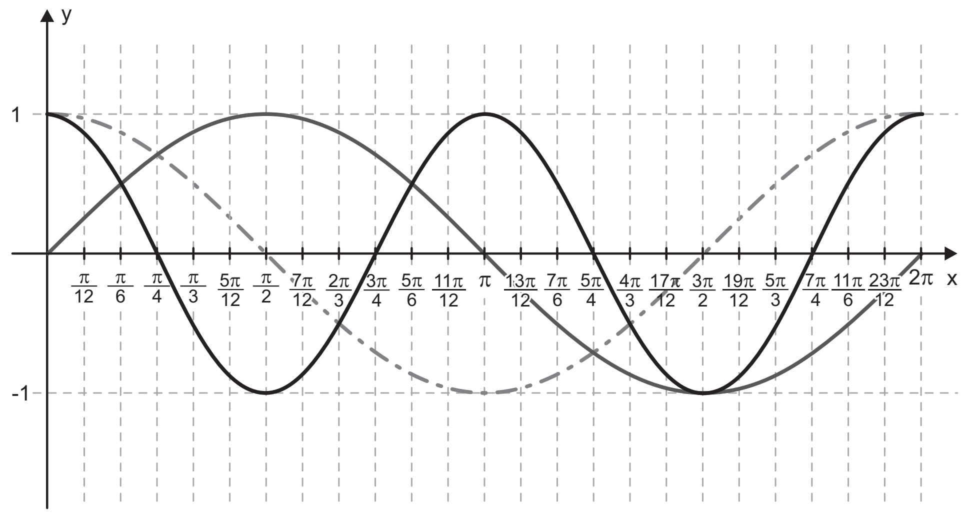
3) Como ainda não jogou com Fernanda, so pode ter ganho de Daniela.

Resposta: B

Texto para as questões de 18 a 19.

A figura ao lado representa os gráficos das funções

- $f(x) = \text{sen}(x)$,
- $g(x) = \cos(x)$,
- $h(x) = \cos(2x)$, definidas no intervalo $[0, 2\pi]$.



18

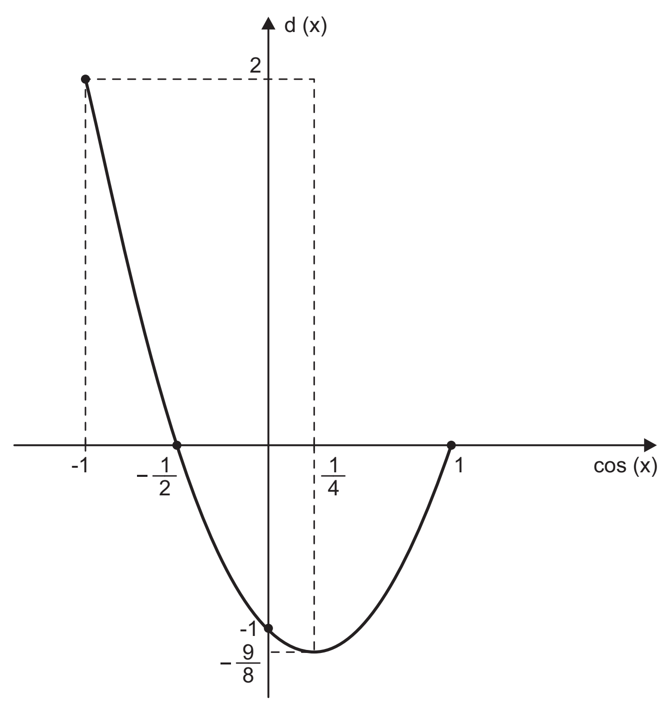
O valor máximo da função $d(x) = h(x) - g(x)$ é

a) – 0,5. b) 0. c) 1. d) 1,5. (e) 2.

Resolução

1) **Sendo $h(x) = \cos(2x)$ e $g(x) = \cos x$ temos $d(x) = h(x) - g(x) = \cos(2x) - \cos x = \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1$, que é uma função de 2.º grau em cos (x).**

2) **Considerando cos(x) como variável, o gráfico de d(x) é do tipo**



Desta forma, o valor máximo de d(x) é 2.

Resposta: E

19

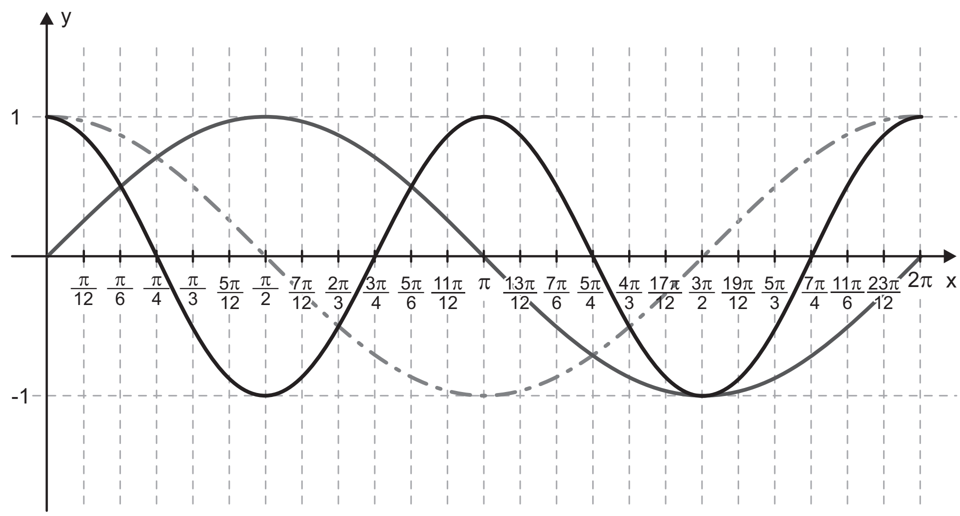
Sorteando-se aleatoriamente um número real x do intervalo [0, 2x], a probabilidade de que ele satisfaça a desigualdade $\cos(x) \leqslant \text{sen}(x) \leqslant \cos(2x)$ é igual a

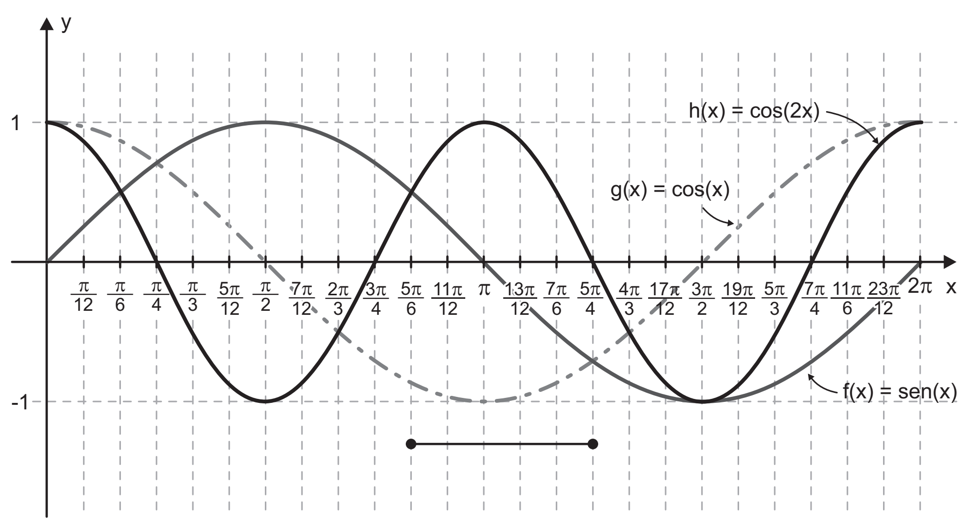
a) $\dfrac{1}{6}$ b) $\dfrac{4}{25}$ c) $\dfrac{5}{24}$ d) $\dfrac{1}{4}$ e) $\dfrac{9}{25}$

Resolução

A figura ao lado representa os gráficos das funções

- **f(x) = sen(x),**
- **g(x) = cos(x),**
- **h(x) = cos(2x), definidas no intervalo [0, 2π].**





1) Sendo f(x) = sen(x), g(x) = cos (x) e h (x) = cos (2x), temos:

cos (x) ⩽ sen (x) ⩽ cos (2x) ⇔ g(x) ⩽ f(x) ⩽ h(x) ⇔ $\dfrac{5\pi}{6} \leqslant x \leqslant \dfrac{5\pi}{4}$ **, como se vê assinalando no gráfico.**

Este intervalo tem comprimento

$$\frac{5\pi}{4} - \frac{5\pi}{6} = \frac{15\pi - 10\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$$

2) Como no intervalo $[0, 2\pi]$ têm comprimento 2π, a probabilidade do número real x sorteado aleatoriamente no intervalo $[0, 2\pi]$ satisfazer a inequação é

$$P = \frac{\frac{5\pi}{12}}{2\pi} = \frac{5}{24}$$

Resposta: C

Texto para as questões de 20 a 21.

Sejam x e y dois números reais positivos. Definimos as seguintes médias:

- média aritmética, denotada por MA(x,y), calculada como a metade da soma entre x e y;
- média geométrica, denotada por MG(x,y), calculada como a raiz quadrada do produto entre x e y;
- média harmônica, denotada por MH(x), calculada como o inverso da média aritmética entre os inversos de x e y;

20

Em um concurso público, o critério de classificação é obter nota final maior ou igual a 10, em uma escala de 0 a 16. A nota final é calculada como a média **geométrica** entre duas notas: a da prova de conhecimentos gerais e a da prova de conhecimentos específicos, ambas na mesma escala de 0 a 16.

As provas são aplicadas em dias diferentes, sendo a primeira de conhecimentos gerais. De acordo com o critério descrito, existe uma nota mínima a ser atingida nessa prova, caso contrário o candidato estará automaticamente desclassificado, independentemente da nota que venha a tirar na prova de conhecimentos específicos. O valor dessa nota mínima é

a) 0. b) 5,75. c) 6,00. d) 6,25. e) 10,00.

Resolução

1) Sendo x a nota de conhecimentos gerais e y a nota de conhecimentos específicos de um candidato, para ser classificado o candidato deverá ter

$$10 \leq MG(x;y) \leq 16 \Leftrightarrow 10 \leq \sqrt{xy} \leq 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100 \leq xy \leq 256.$$

2) Se o candidato tiver a maior nota possível em conhecimentos específicos (y = 16), então

$$100 \leq x \,.\, 16 \leq 256 \Leftrightarrow \frac{100}{16} \leq x \leq \frac{256}{16} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6{,}25 \leq x \leq 16.$$

Desta forma, o candidato estará automaticamente desclassificado se em conhecimentos gerais tiver uma nota inferior à 6,25.

Resposta: D

21

Sejam a e b dois números reais e positivos tais que MH(a,b) = A. O valor de a em função de b e a condição que se deve impor sobre o valor de b para que isso aconteça são, respectivamente,

a) $\frac{Ab}{2b - A}$ e $b > \frac{A}{2}$

b) $\frac{Ab}{2b - A}$ e $b < \frac{A}{2}$

c) $\frac{A}{2}$ e $b > \frac{1}{A}$

d) $\frac{A}{2}$ e $b < \frac{1}{A}$

e) $a = 2A - b$ e $b > 0$.

Resolução

$$\frac{1}{MH(a;b)} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2} = \frac{1}{A} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{a} + \frac{A}{b} = 2 \Leftrightarrow Ab + Aa = 2ab \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Ab = a(2b - A) \Leftrightarrow a = \frac{Ab}{2b - A}.$$

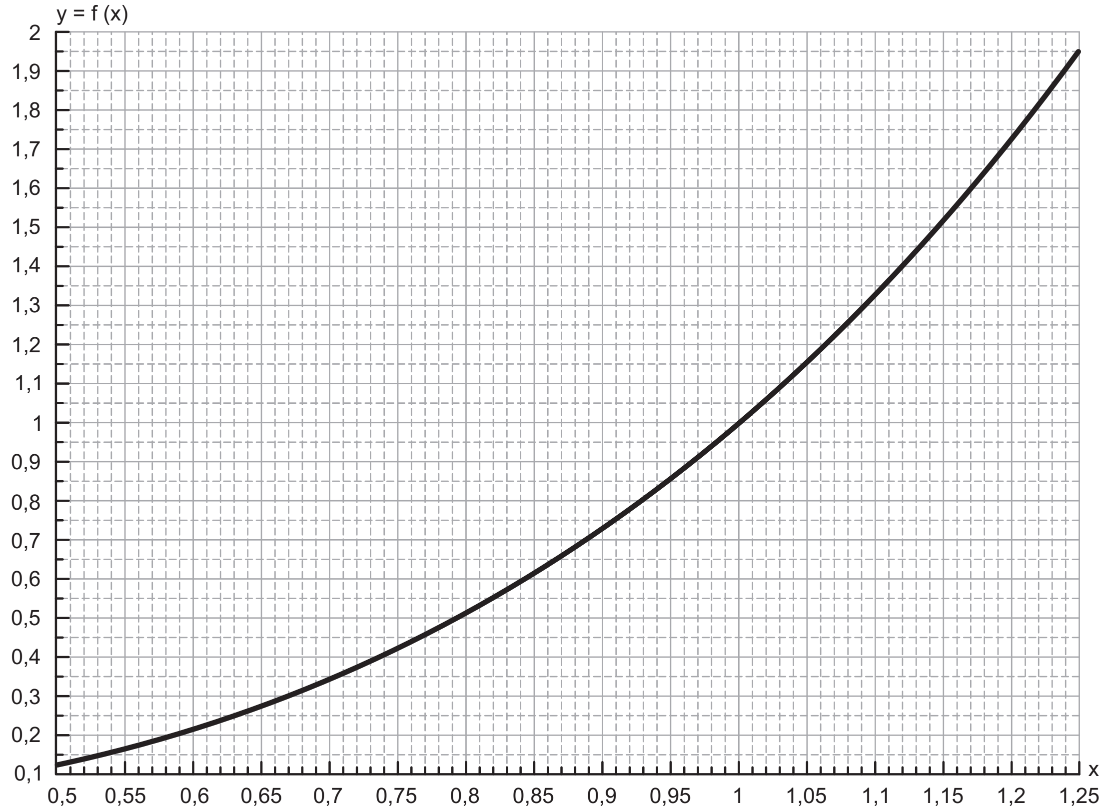
Como a, b, e A são reais e positivos, devemos ter

$$2b - A > 0 \Leftrightarrow b > \frac{A}{2}$$

Resposta: A

Texto para as questões de 22 a 23.

A figura a seguir exibe um trecho do gráfico da função f cuja lei é $f(x) = x^3$.



22

Uma mercadoria teve seu valor reajustado, sofrendo um desconto de 20%. Um mês após esse desconto, ela sofreu um aumento de 20% e, após outro mês, outro aumento de 25%.

Caso os reajustes fossem todos de mesmo valor percentual, para que o efeito final sobre o preço da mercadoria fosse o mesmo, seriam necessários três

a) aumentos de, aproximadamente, 20%.

b) aumentos de, aproximadamente, 14%.

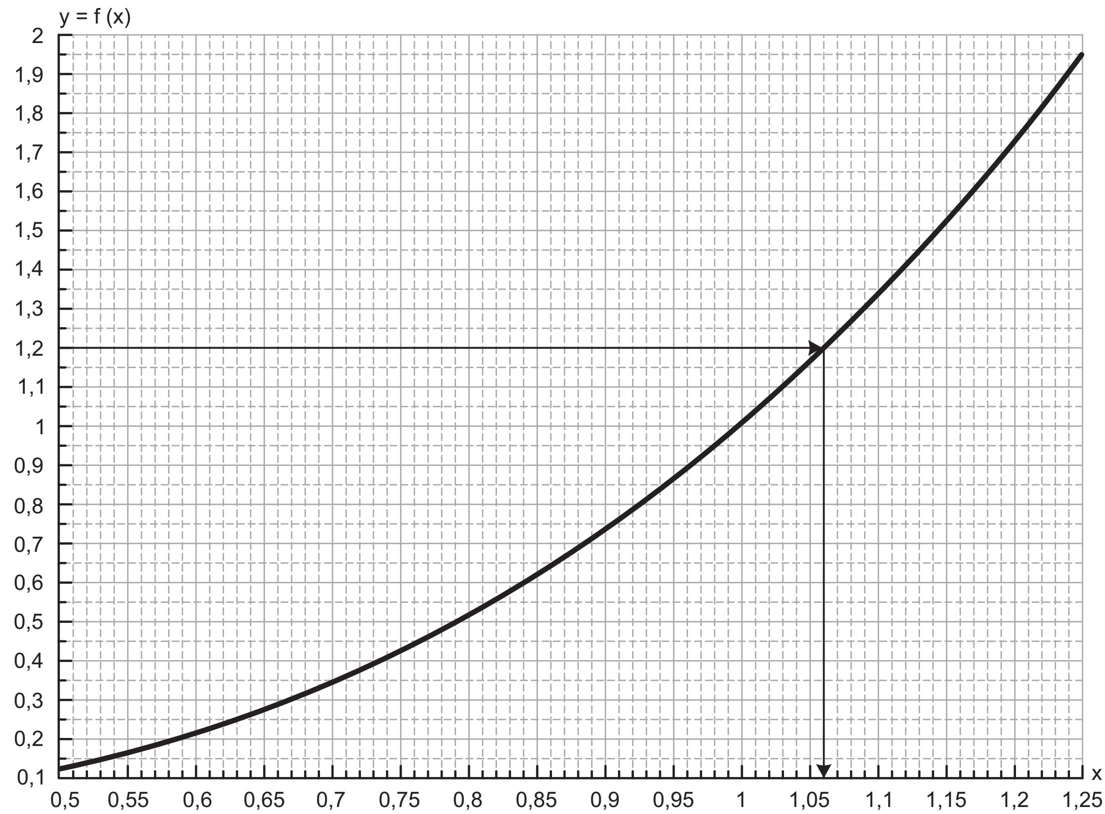
c) aumentos de, aproximadamente, 6%.

d) descontos de, aproximadamente, 14%.

e) descontos de, aproximadamente, 5%.

Resolução

A figura a seguir exibe um trecho do gráfico da função f cuja lei é $f(x) = x^3$.



1) Seja t a taxa de aumento mensal constante, equivalente a um desconto de 20% e dois aumentos consecutivos, um de 20% e outra de 25 %, sobre uma mercadoria que inicialmente custava C.
Temos

$(1 + t)^3 \,.\, C = 1{,}25 \,.\, 1{,}20 \,.\, 0{,}80\, C \Leftrightarrow (1 + t)^3 = 1{,}2$

2) Pelo gráfico da função $f(x) = x^3$ temos

$x^3 = 1{,}2 \Leftrightarrow x = 1{,}06$. **Assim,**

$(1 + t)^3 = 1{,}2 \Leftrightarrow 1 + t = 1{,}06 \Leftrightarrow t = 0{,}06 = 6\%$

Resposta: C

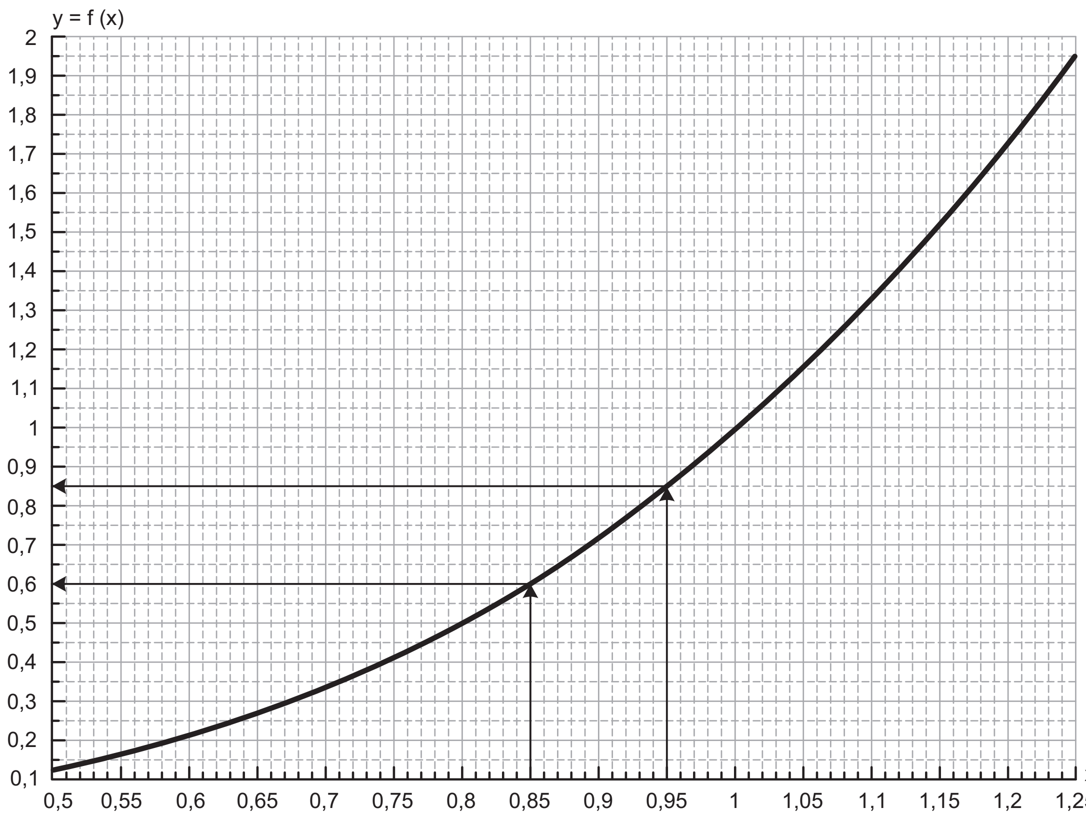
23

Um veículo, após ser retirado da concessionária, passa a sofrer uma desvalorização de 5% ao ano. Dessa forma 9 anos após a saída da concessionária, a desvalorização total do veículo terá sido de, aproximadamente,

a) 50% b) 40% c) 30% d) 20% e) 10%

Resolução

A figura a seguir exibe um trecho do gráfico da função f cuja lei é $f(x) = x^3$.



Sofrendo uma desvalorização de 5% ao ano, o valor v, do veículo, após 9 anos será de

$$(0{,}95)^9 \cdot v = (0{,}95^3)^3 \cdot v \simeq (0{,}85)^3 \cdot v \simeq 0{,}6v, \text{ pois, pelo gráfico de f, } 0{,}95^3 \simeq 0{,}85 \text{ e } 0{,}85^3 \simeq 0{,}60.$$

Se o veículo passou a custar 0,60 v houve uma desvalorização de 40%.

Resposta: B

Texto para as questões de 24 a 25.

Ao longo de um ano, a taxa de câmbio de uma moeda X em relação a uma moeda Y foi dada pela seguinte função:

$$f(t) = 1{,}625 + 1{,}25 \,.\, \cos\left(\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12}\right)$$

sendo t o tempo, dado em meses desde o início do ano. Assim, t = 9 indica a taxa no **início de outubro**, que era de 1,625 unidades da moeda X para uma unidade da moeda Y (note que esse valor da taxa indica que no instante considerado a moeda X era "menos valiosa" que a moeda Y).

24

Ao longo do ano analisado, a maior taxa de câmbio da moeda X em relação à moeda Y atingida e o instante em que isso ocorreu foram, respectivamente,

a) 2,625 e início de janeiro.

b) 2,625 e início de março.

c) 2,875 e início de janeiro.

d) 2,875 e início de abril.

e) 2,875 e início de junho.

Resolução

A função $f(t) = 1{,}625 + 1{,}25 \,.\, \cos\left(\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12}\right)$ **tem**

seu valor máximo quando $\cos\,.\left(\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12}\right) = 1$

Assim, $\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12} = k \,.\, 2\,\pi$**, com** $k \in \mathbb{Z}$**.**

$$t - 3 = 24k \Leftrightarrow t = 24k + 3$$

No interval [0; 11] (t= 0 represesenta início de janeiro e t = 11 início de dezembro) o único valor possível para t é 3 (início de Abril)

Para t =3, temos $f(3) = 1{,}625 + 1{,}25 \,.\, \cos\left(\pi \,.\, \frac{(3-3)}{12}\right) =$

$$= 1{,}625 + 1{,}25 \,.\, 1 = 2{,}875$$

Resposta: D

25

Houve um intervalo de tempo ao longo do ano considerado em que a moeda X deixou de ser "menos valiosa" que a moeda Y. Esse intervalo teve duração de

a) 5 meses. b) 4 meses. c) 3 meses.

d) 2 meses. e) 1 mês.

Resolução

A moeda X deixou de ser "menos valiosa" que a moeda Y, quando f(x) ⩽ 1. Assim,

$$1{,}625 + 1{,}25 \,.\, \cos\,.\left(\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12}\right) \leqslant 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1{,}25 \cos\left(\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12}\right) \leqslant -\,0{,}625 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\pi \,.\, \frac{(t-3)}{12}\right) \leqslant -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} + k \,.\, 2\pi \leqslant \pi \,.\, \frac{(t-3)}{12} \leqslant \frac{4\pi}{3} + k \,.\, 2\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8 + 24k \leqslant t - 3 \leqslant 16 + 24k \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 11 + 24k \leqslant t \leqslant 19 + 24k \Leftrightarrow$$

No intervalo [0; 11] (t= 0 representa início de janeiro e t = 11 início de dezembro) o único valor possível para t é 11.
Portanto X deixou de ser 'menos valiosa" que a moeda Y em dezembro desse ano.

Resposta: E

Texto para as questões de 26 a 27.

Em uma disciplina de um curso de Economia, os critérios para que o aluno seja aprovado são da seguinte forma: em vez de atingir uma média mínima ao longo do curso, o aluno deve atingir requisitos mínimos em cada uma das 2 provas. Dependendo da nota obtida na prova, o aluno estará aprovado, reprovado ou condicionalmente aprovado (em relação àquela prova).

Os critérios de nota são os seguintes:

- O aluno faz a 1ª prova, obtendo uma nota P1:
  - se $P1 < 2$, o aluno estará instantaneamente reprovado, e não poderá continuar o curso;
  - se $2 \leqslant P1 < 5$, o aluno deverá fazer uma avaliação suplementar, obtendo uma nota AS1;
    - se $AS1 < 7$, o aluno estará instantaneamente reprovado, e não poderá continuar o curso;
    - se $AS1 \geqslant 7$, o aluno é condicionalmente aprovado na 1ª prova.
  - se $P1 \geqslant 5$, o aluno é aprovado na 1ª prova.

- Para os alunos que foram aprovados (condicionalmente ou não) na 1ª prova, é aplicada uma 2ª prova, na qual eles obtêm uma nota P2:
  - se $P2 < 2$, o aluno estará instantaneamente reprovado, e não poderá continuar o curso;
  - se $2 \leqslant P2 < 5$, o aluno deverá fazer uma avaliação suplementar, obtendo uma nota AS2;
    - se $AS2 < 7$, o aluno estará instantaneamente reprovado, e não poderá continuar o curso;
    - se $AS2 \geqslant 7$, o aluno é condicionalmente aprovado na 2ª prova.
  - se $P2 \geqslant 5$, o aluno é aprovado na 2ª prova.

Se o aluno for condicionalmente aprovado em ambas as provas, ele estará reprovado no curso. Se for condicionalmente aprovado em apenas uma delas, será avaliada a frequência: caso o aluno tenha comparecido a menos de 70% das aulas, estará reprovado, sendo aprovado no caso contrário. Por fim, se o aluno for aprovado em ambas, ele estará aprovado no curso, sem análise da frequência.

26

Um aluno tirou nota $P1 = 4{,}8$ e fez a 2ª prova. Quanto à sua frequência, sabendo-se que ele foi aprovado no curso, é necessariamente verdadeiro que o aluno

a) compareceu a pelo menos 70% das aulas.

b) compareceu a mais de 70% das aulas.

c) faltou em pelo menos 30% das aulas.

d) faltou em mais de 30% das aulas.

e) não teve sua frequência analisada.

Resolução

1) Se o aluno teve nota P1 = 4,8 e fez a 2.ª prova, então ele fez a prova AS1 e teve nota maior ou igual a 7. Foi condicionalmente aprovado em P1.

2) Tenso sido condicionalmente aprovado em P1 e sabendo-se que ele foi aprovado no curso, pode-se concluir que foi aprovado em P2 e teve presença em pelo menos 70% das aulas, pois em qualquer outra situação teria sido reprovado.

Resposta: A

27

Sabe-se que um aluno com 80% de frequência e que fez a 2ª prova foi reprovado no curso. Quanto às suas notas P1 e P2, pode-se concluir que, certamente, o aluno obteve

a) $P1 < 5$ e $P2 < 5$.

b) $P1 \geqslant 5$ e $P2 < 2$.

c) P1 qualquer e $P2 < 2$.

d) $P1 < 5$ e $P2 < 2$.

e) $P1 \geqslant 2$ e $P2 < 5$.

Resolução

1) Se o aluno fez a prova P2, não foi reprovado instantaneamente na primeira prova e , portanto, $P1 \geqslant 2$.

2) Quanto à segunda prova são as seguintes possibilidades

a) $2 \leqslant P1 \leqslant 5$ e $P2 < 2$

o aluno teria sido reprovado.

b) $2 \leqslant P1 \leqslant 5$ e $2 \leqslant P2 < 5$
o aluno teria sido reprovado.

c) $2 \leqslant P1 < 5$ e $P2 \geqslant 5$
o aluno teria sido aprovado, pois tem 80% de presença.

d) $P1 > 5$ e $P2 < 2$
o aluno teria sido reprovado.

e) $P1 > 5$ e $2 \leqslant P2 < 5$
- **se $AS2 < 7$, o aluno teria sido reprovado**
- **se $AS2 > 7$, o aluno teria sido aprovado, pois tem 80% de presença.**

f) $P1 \geqslant 5$ e $P2 \geqslant 5$
o aluno teria sido aprovado.

Desta maneira, se o aluno foi reprovado pode-se dizer que $P1 \geqslant 2$ e $P2 < 5$.

Resposta: E

28

Considere as seguintes proposições:

"Quem espera sempre alcança"
"Esperar é uma virtude de todo sábio"

Se ambas as proposições forem verdadeiras, pode-se concluir que
a) quem não é sábio, nunca alcança.
b) quem espera é sábio.
c) os sábios sempre alcançam.
d) quem alcança é sábio.
e) mesmo sendo sábio, não se alcança.

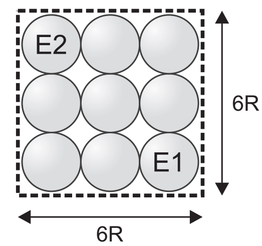
Resolução
1) A afirmação "Esperar é um virtude de todo sábio" é equivalente a "Quem é sábio sabe esperar".

2) Se "Quem é sábio sabe esperar" e "Quem espera sempre alcança", então os sábios sempre alcançam.

Resposta: C

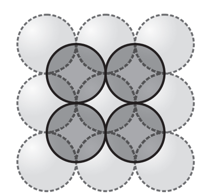
Texto para as questões de 29 a 30.

Um fabricante de enfeites de festas infantis produz uma peça decorativa usando 14 esferas idênticas de isopor, todas de raio medindo R. Para isso, o primeiro passo da fabricação é dispor sobre uma superfície plana 9 dessas esferas, sendo a vista superior dessa disposição exibida na figura a seguir.

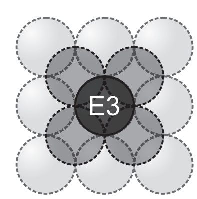


O quadrilátero tracejado exibido na figura anterior é um quadrado. Note que duas das esferas, E1 e E2, foram destacadas.

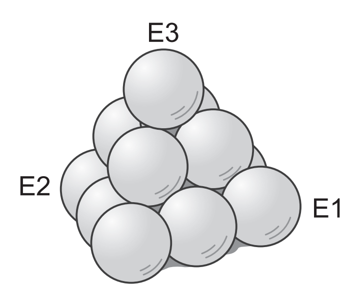
O próximo passo é dispor outras 4 esferas apoiadas sobre as da base de modo que cada uma tangencie 4 das esferas da base e 2 das esferas da 2ª camada. A vista superior após a execução desse passo é exibida na figura a seguir.



Por fim, a última esfera, denotada por E3, é colocada sobre a 2ª camada de modo a tangenciar todas as suas esferas, conforme vista superior exibida na figura a seguir.



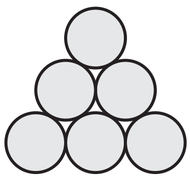
O resultado final está esquematizado em perspectiva na figura a seguir, sendo destacadas as esferas E1, E2 e E3 mencionadas nos passos anteriores.



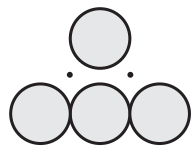
29

Considere uma seção plana que passe pelos centros das esferas E1, E2 e E3. A alternativa que melhor representa essa seção é

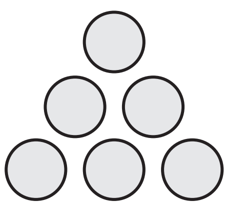
a)



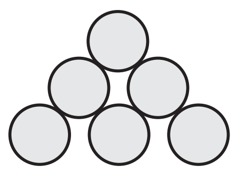
b)



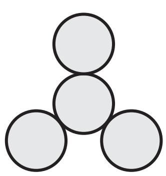
c)



d)



e)

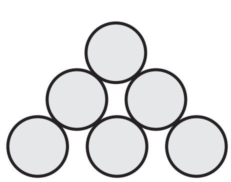


Resolução

A secção plana contendo os centros das esferas E_1, E_2 e E_3 contém o centro de seis esferas, sendo que cada lado do triângulo, cujos os extremos são estes três centros contêm três centros de esferas.

As esferas cujos centros estão no lado determinado pelos centros de E_1 e E_2 são tangentes entre si. O mesmo acontece com as esferas de centro sobre o lado que contém os centros de E_1 e E_3.

As esferas cujos centros estão no lado que contém os centros das esferas E_2 e E_3 não são tangentes entre si. Assim, a secção plana considerada é representada pela figura.



Resposta: D

30

O produto final é acomodado em caixas com o formato de cilindro reto de altura 6R e de modo que a superfície lateral da caixa tangencie quatro das esferas da base.

Assim, apenas uma parte da capacidade da caixa é efetivamente ocupada por isopor. A razão entre a capacidade da caixa e o volume ocupado pelo isopor é

a) $\dfrac{2\left(9-4\sqrt{2}\right)}{441}$

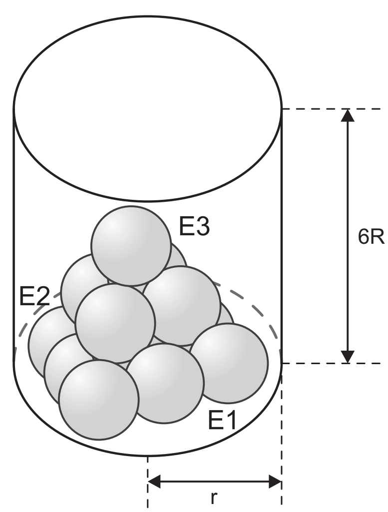
b) $\dfrac{9\left(9+4\sqrt{2}\right)}{2}$

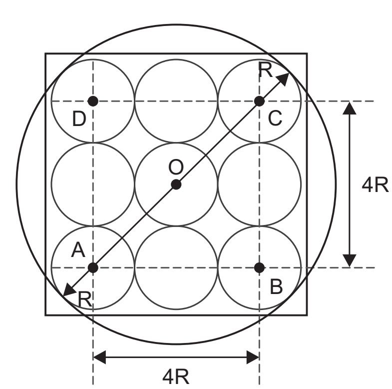
c) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

d) $\dfrac{4\left(9-4\sqrt{2}\right)}{63}$

e) $\dfrac{9\left(9+4\sqrt{2}\right)}{28}$

Resolução





1) Como se pode ser na vista superior da caixa cilíndrica, o diâmetro desta caixa (de raio r) é equivalente a diâgonal $\overline{AC}$ do quadrado ABCD, de lado 4R, mais dois R. Assim,

$$2r = 4R\sqrt{2} + 2\,R \Leftrightarrow \frac{r}{R} = 2\sqrt{2} + 1$$

2) O volume da caixa cilíndrica é $V_c = \pi\, r^2 \,.\, 6\,R$ e o volume das 14 esferas é $V_e = 14 \,.\, \dfrac{4}{3}\,\pi\, R^3$.

3) A razão entre estes volumes é:

$$\frac{Vc}{Ve} = \frac{6\pi\, r^2\, R}{\frac{56}{3}\,\pi\, R^3} = \frac{9}{28}\left(\frac{r}{R}\right)^2 =$$

$$= \frac{9}{28}\left(2\sqrt{2}+1\right)^2 = \frac{9\left(9+4\sqrt{2}\right)}{28}$$

Resposta: $\boxed{E}$

Texto para as questões de 31 a 32.

Uma máquina cortadora a laser é capaz de executar duas funções: cortar e gravar. Cortar significa aplicar o laser com intensidade e por tempo suficientes para que a placa de material seja atravessada; gravar significa aplicar o laser brevemente sobre o material, de modo que sua superfície seja levemente queimada e assuma coloração mais escura que a do material.

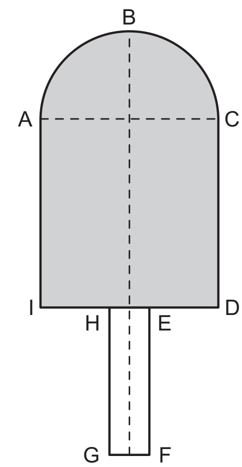
Uma gráfica oferece os serviços dessa máquina a seus clientes, cobrando da seguinte forma:

- R$ 0,20 por cm^2 de gravação
- R$ 0,50 por cm de corte

O material fica por conta do cliente, que deve levar a placa em tamanho compatível com a cortadora.

31

A dona de uma sorveteria decidiu fazer um enfeite no formato de um picolé, como mostra a figura a seguir.



Sabe-se que:

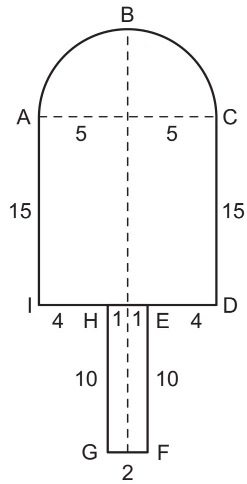
- $\widehat{ABC}$ é um arco de circunferência de diâmetro $\overline{AC}$;
- ACDI é um retângulo tal que DI = 10 cm e AI = 15 cm;
- EFGH é um retângulo tal que o lado $\overline{HE}$ está contido no segmento $\overline{DI}$ e os pontos médios de $\overline{HE}$ e $\overline{DI}$ coincidem.
- HE = 2 cm e HG = 10 cm.

Para obter tal enfeite, a máquina precisou executar serviços tanto de corte, quanto de gravação. A partir da placa de madeira que a dona da sorveteria levou, cortou-se o contorno da figura (que exclui o segmento $\overline{HE}$) e gravou-se a região destacada em cinza.

Considerando-se $\pi = 3$, o valor cobrado para executar tal serviço deve ser igual a

a) R$ 20,00. b) R$ 35,00. c) R$ 37,50.
d) R$ 75,00. e) R$ 77,00.

Resolução



1) **O contorno cortado pela máquina, em cm, tem comprimento:**

$$\widehat{ABC} + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IA =$$

$$= \frac{1}{2} 2\pi . 5 + 15 + 4 + 10 + 2 + 10 + 4 + 15 =$$

$$= 3 . 5 + 60 = 75$$

O custo para esse corte foi de 0,50 x 75 = 37,5 reais.

2) **A área gravada sobre a placa, em cm^2, é de**

$$= \frac{1}{2} \pi . 5^2 + 15 . 10 = \frac{1}{2} . 3 . 25 + 150 = 187,5$$

O custo desta gravação foi de 0,20 x 187,5 = 37,5 reais

3) **O custo total do trabalho realizado pela máquina, em reais, é 37,5 + 37,5 = 75 reais.**

Resposta: D

32

Um cliente deseja executar um serviço que envolve tanto corte, quanto gravação. Para isso, coloca a figura em um plano cartesiano e escreve equações e inequações que a descrevem.

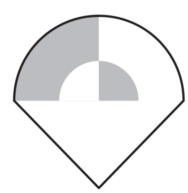
O contorno que será cortado é dado pelas seguintes equações:

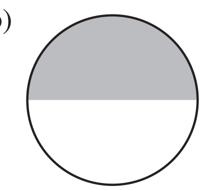
$$x^2 + y^2 = 4, \text{ com } x \in [-2,2] \text{ e } y \geqslant 0$$
$$y = -x - 2, \text{ com } x \in [-2, 0]$$
$$y = x - 2, \text{ com } x \in [0; 2]$$

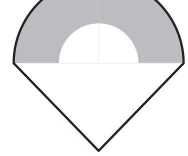
Já a região gravada é descrita pelas seguintes inequações:

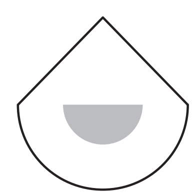
$$x^2 + y^2 \leqslant 1, \text{ com } x \geqslant 0 \text{ e } y \leqslant 0$$
$$1 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 4, \text{ com } x \leqslant 0 \text{ e } y \geqslant 0$$

Dentre as alternativas a seguir, a que melhor representa o serviço executado é

a)


b)


c)


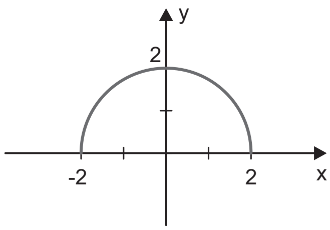
d)


e)

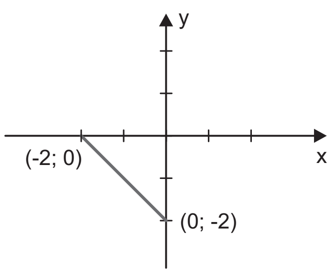

Resolução

1) **No plano cartesiano a equação;**

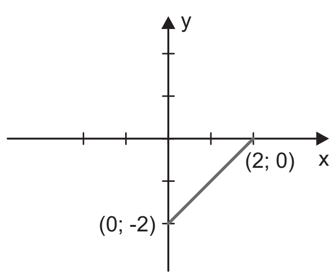
 a) $x^2 + y^2 = 4$, com $x \in [-2; 2]$ e $y \geqslant 0$ representa uma semicircunferência de centro na origem, raio 2, situada nos primeiros quadrantes



b) $y = -x - 2$, com $x \in [-2; 0]$ representa o segmento com extremos nos pontos $(-2; 0)$ e $(0; -2)$

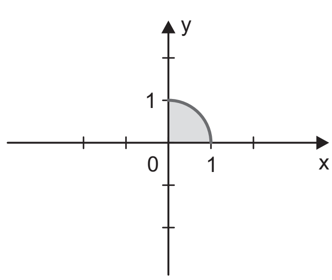


c) $y = x - 2$, com $x \in [0; 2]$ representa o segmento com extremos nos pontos $(0; -2)$ e $(2; 0)$

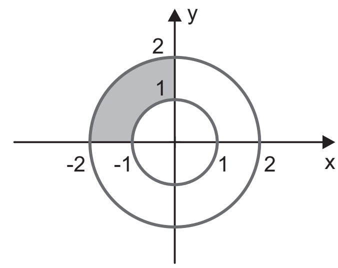


2) No plano cartesiano as inequações;

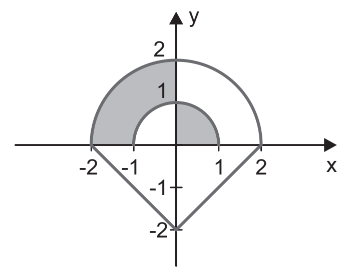
a) $x^2 + y^2 \leqslant 1$, com $x \geqslant 0$ e $y \geqslant 0$ representa um quarto de círculo com centro na origem, raio 1 e no primeiro quadrante.



b) $1 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 4$, com $x \leqslant 0$ e $y \geqslant 0$ representa um quarto da coroa circular com centro na origem, limitada pelas circunferências de raios 1 e 2, situada no segundo quadrante.



Assim, o serviço executado é melhor representado por

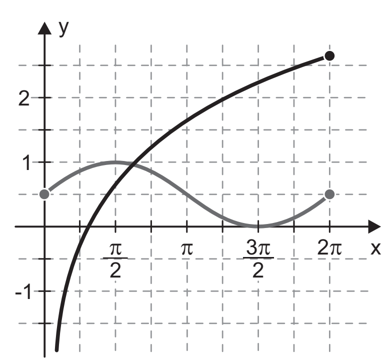


Resposta: A

Texto para as questões de 33 a 34.

A figura ao lado exibe os gráficos das funções f e g, ambas de domínio $[0, 2\pi]$, cujas leis são, respectivamente:

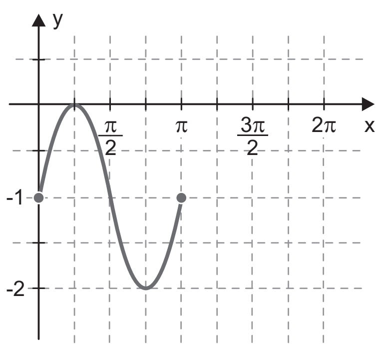
- $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}$ sen x
- e $g(x) = \log_2 x$.



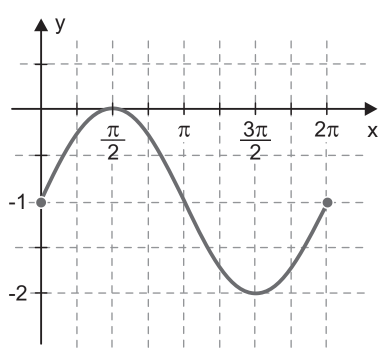
33

A figura que melhor representa o gráfico da função m, cuja lei é m(x) = 2 . f(2x) – 2, é

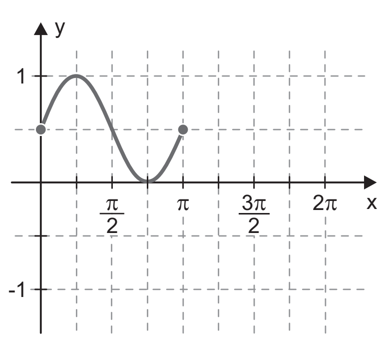
a)



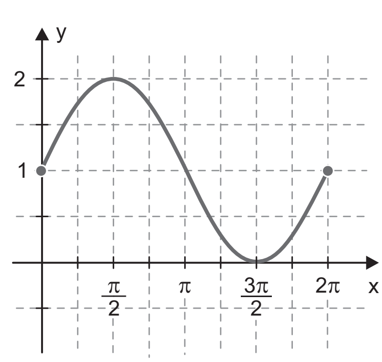
b)



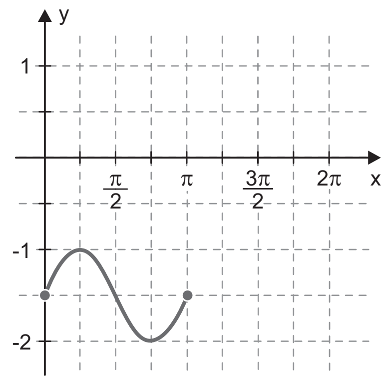
c)



d)



e)



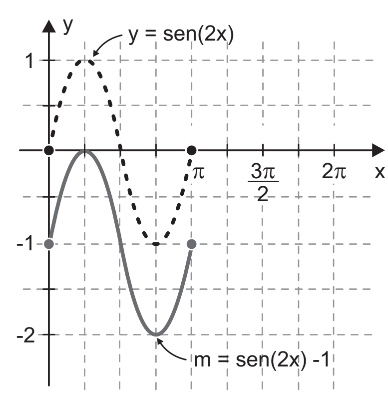
Resolução

Sendo $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}$ **sen x, então**

$$m(x) = 2\,f(x) - 2 = 2\,.\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,(2x)\right] - 2 =$$

$$= 1 + \text{sen}\,(2x) - 2 = \text{sen}\,(2x) - 1 =$$

O gráfico de m(x) é

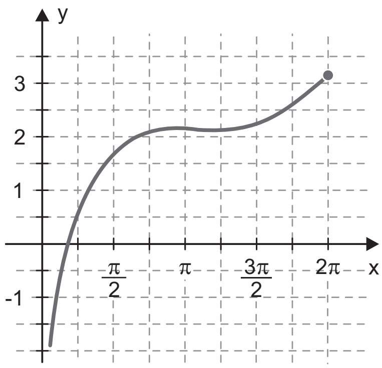


Resposta: A

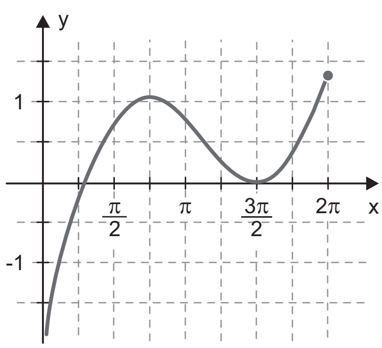
34

A figura que melhor representa o gráfico da função h, cuja lei é h(x) = g (f(x)), é

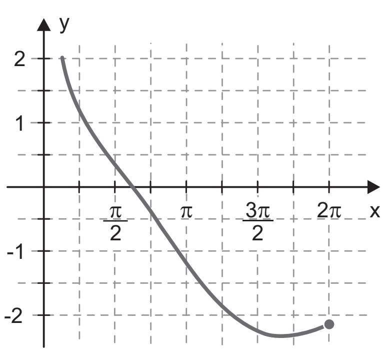
a)



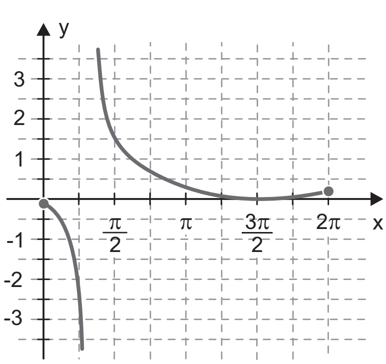
b)



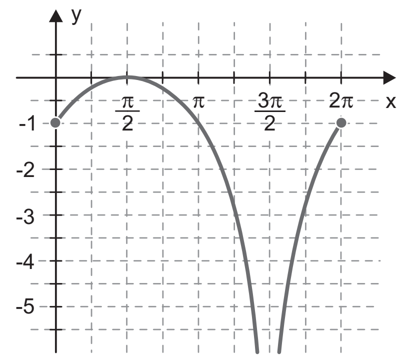
c)



d)



e)



Resolução

Sendo $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ **sen x e** $g(x) = \log_2 x$ **temos:**

$$h(x) = g[f(x)] = g\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,(x)\right] =$$

$$= \log_2\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,(x)\right]$$

1) h só esta definida se $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,x \geqslant 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\,x > -1 \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{2}$, **pois** $x \in [0; 2\pi]$.

2) O logarítmo de base 2 é uma função estritamente crescente. Assim, quando f(x) for estritamente crescente, h será estritamente crescente e quando f(x) for estritamente decrescente, h será estritamente decrescente.

3) Quando f(x) se aproxima de <u>zero</u>, g(x) e, portanto, h(x) se aproxima do infinito negativo, pois $f(x) \leqslant 1$.

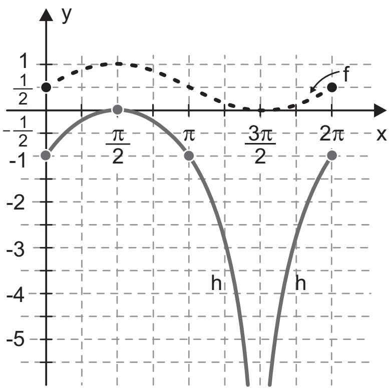
4) Para x= 0, x = π ou x = 2π temos $f(x) = \frac{1}{2}$ **e**

$h(x) = g\,[f(x)] = g\left[\frac{1}{2}\right] = \log_2 2^{-1} = -1$

Para $x = \frac{\pi}{2}$, **temos f(x) = 1 e h(x) = g[f(x)] =**

$g[1] = \log_{\substack{1\\2}} = 0$

A melhor representação gráfica de h é

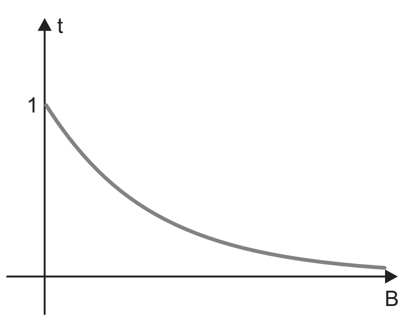


Resposta: E

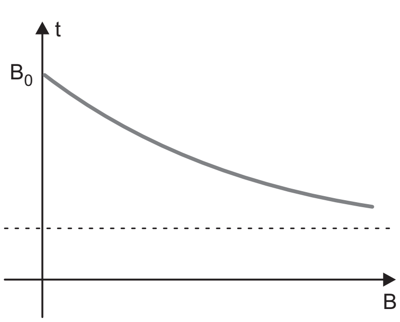
35

Após a administração de um antibiótico, a população de bactérias causadoras de uma infecção passa a diminuir a uma taxa de 10% por hora. Se a população inicial de bactérias é dada por B_0, o gráfico que melhor representa t, o tempo decorrido em horas após a administração do antibiótico, em função de B, o número de bactérias ainda presentes na infecção, é

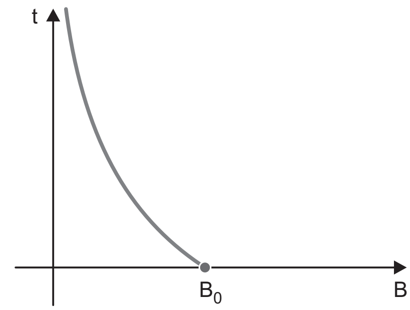
a)



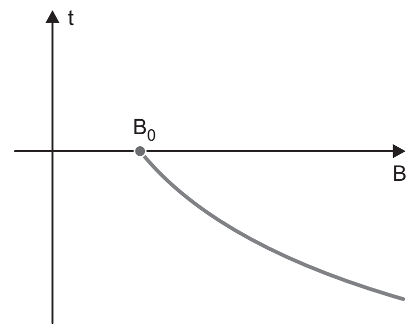
b)



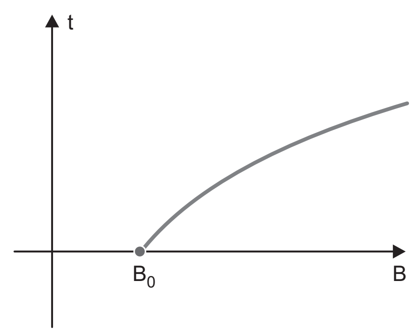
c)



d)



e)



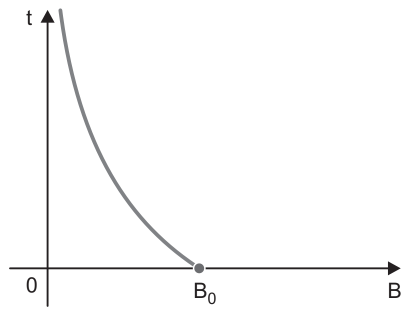
Resolução

1) **Diminuir 10% por hora significa que a cada hora decorrida o número de bactérias ainda presente é multiplicado por 0,90. Desta forma, em função do tempo (t), o número de bactérias ainda presente é dada por $B = B_0 \cdot (0{,}90)^t$**

2) $$B = B_0 \cdot (0{,}90)^t \Leftrightarrow \frac{B}{B_0} = 0{,}90^t \Leftrightarrow t = \log_{0{,}90}\left(\frac{B}{B_0}\right)$$

Para $B = B_0$ temos $t = \log_{0{,}90}\left(\frac{B_0}{B_0}\right) = 0$

3) A função que representa o tempo (t), em função de B é logarítmica decrescente, pois a base é menor que 1. O gráfico que melhor representa a função é.



Resposta: C