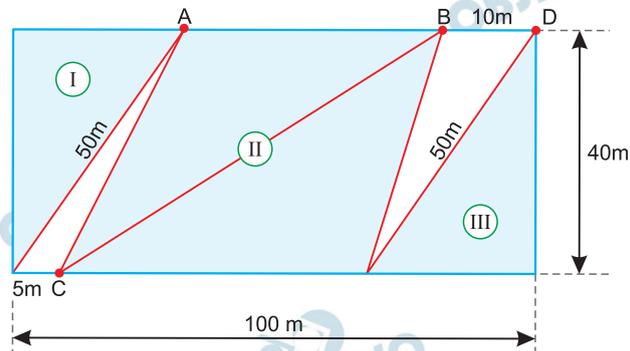


M.01



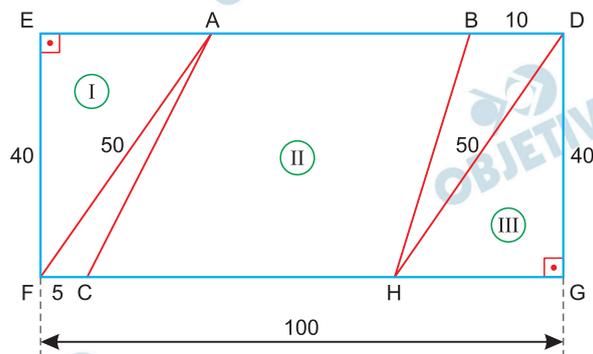
A figura mostra o esboço de um estacionamento com forma retangular de dimensões 40m por 100m. O proprietário instalou 4 câmeras de segurança distribuídas conforme a figura. A câmera A cobre a região I, as câmeras B e C cobrem a região II e a câmera D cobre a região III. A figura apresenta as regiões I, II e III em cor e fornece as medidas necessárias.

- Determine a área da região I.
- Determine a área da região II.
- Qual é a porcentagem da área da região que não é vigiada por câmera alguma, em relação à área total do estacionamento?

Note e adote:

A figura apresentada não está, necessariamente, em escala.

Resolução



- a) I) Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo FEA, temos:

$$\begin{aligned} (AE)^2 + (EF)^2 &= (AF)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (AE)^2 + 40^2 &= 50^2 \Rightarrow AE = 30 \end{aligned}$$

- II) A área A_I da figura I é dada por

$$A_I = \frac{AE \cdot FE}{2} = \frac{30 \cdot 40}{2} = 600$$

b) I) Como os triângulos DGH e FEA são congruentes, temos: $AE = HG = 30$.

$$\text{II) } AB = ED - AE - BD = 100 - 30 - 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow AB = 60$$

$$\text{III) } CH = FG - FC - HG = 100 - 5 - 30 \Rightarrow \\ \Rightarrow CH = 65$$

IV) A área A_{II} da figura II é igual à área do trapézio ACHB. Assim,

$$A_{II} = \frac{(CH + AB) \cdot DG}{2} = \\ = \frac{(65 + 60) \cdot 40}{2} = 2500$$

c) I) A área A da região que não é vigiada por câmara alguma, é dada pela soma das áreas dos triângulos AFC e HDB. Assim,

$$A = \frac{5 \cdot 40}{2} + \frac{10 \cdot 40}{2} = 300$$

II) A porcentagem da área que não é vigiada por câmara alguma, é dada por:

$$\frac{A}{A_{DEFG}} = \frac{300}{100 \cdot 40} = \frac{3}{40} = 0,075 = 7,5\%$$

Respostas: a) 600

b) 2500

c) 7,5%

M.02

São dados os pontos no plano cartesiano $P_1 = (3; 3)$, $P_2 = (5; 1)$, $P_3 = (3; -1)$ e $P_4 = (-2; 5)$.

- Determine a equação da reta que passa por P_3 e é paralela à reta que passa por P_1 e P_4 .
- Determine a equação da circunferência que passa pelos pontos P_1 , P_2 e P_3 .
- Sendo C a circunferência do item (b) e P o ponto de intersecção de C com o eixo Ox , que está mais próximo da origem, determine a equação da reta tangente a C em P .

Resolução

Sendo $P_1(3; 3)$, $P_2(5; 1)$, $P_3(3; -1)$ e $P_4(-2; 5)$, temos:

- O coeficiente angular da reta que passa por P_1 e

$$P_4 \text{ é } \frac{3-5}{3+2} = -\frac{2}{5}$$

Logo, a reta que passa por P_3 e é paralela à reta que passa por P_1 e P_4 tem equação

$$y + 1 = -\frac{2}{5} \cdot (x - 3) \Leftrightarrow 2x + 5y - 1 = 0$$

- Sejam $Q(x_Q, y_Q)$ e R , o centro e o raio da circunferência que passa por P_1 , P_2 e P_3 , respectivamente.

O ponto Q pertence à mediatriz do segmento P_1P_2 e, portanto, $y_Q = 1$.

O raio $R = QP_1 = QP_2$,

$$\sqrt{(x_Q - 3)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{(x_Q - 5)^2 + (1 - 1)^2}$$

$$(x_Q^2 - 6x_Q + 9) + 4 = (x_Q^2 - 10x_Q + 25)$$

$$x_Q = 3$$

Logo, $R = QP_2 = \sqrt{(3 - 5)^2 + (1 - 1)^2} = 2$, e a equação da circunferência, com centro $Q(3, 1)$ e raio 2, é:

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

- A intersecção da circunferência de equação $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ com o eixo x , é tal que

$$\begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)^2 + 1 = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 = 3 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = \pm\sqrt{3} \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{3} \\ y = 0 \end{cases}$$

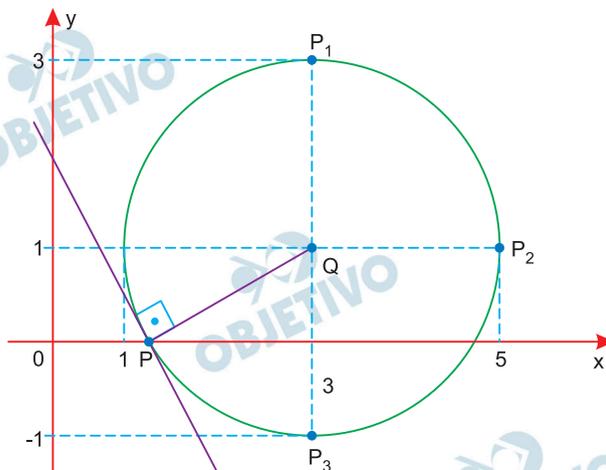
Como P é o ponto mais próximo da origem, então $P(3 - \sqrt{3}; 0)$.

O coeficiente angular da reta que passa por P e Q é

$$\frac{0 - 1}{3 - \sqrt{3} - 3} = \frac{1}{\sqrt{3}}; \text{ então o coeficiente angular}$$

da reta tangente à circunferência que passa por P é $-\sqrt{3}$

Logo, a reta que passa por P e é tangente à circunferência tem equação $y - 0 = -\sqrt{3} \cdot (x - 3 + \sqrt{3}) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \sqrt{3}x + y + 3 - 3\sqrt{3} = 0$



Respostas: a) $2x + 5y - 1 = 0$

b) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

c) $\sqrt{3}x + y + 3 - 3\sqrt{3} = 0$

M.03

É dado o sistema linear

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ px + qy = 2 \end{cases},$$

em que p e q são números reais.

- Determine todos os valores de p e q para que o sistema seja possível e indeterminado (isto é, tenha mais do que uma solução).
- Determine todos os valores de p e q para que o sistema tenha solução $(x; y)$ com $x = 0$.
- Determine todos os valores de p e q para que o sistema não tenha solução.

Resolução

Escalonando o sistema a seguir, temos:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ px + qy = 2 \end{cases} \xrightarrow{\left(-\frac{p}{2}\right)} \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ \left(-\frac{3p}{2} + q\right)y = \frac{4 - 5p}{2} \end{cases}$$

- a) Para que o sistema seja possível e indeterminado, devemos ter

$$\begin{cases} -\frac{3p}{2} + q = 0 \\ \frac{4 - 5p}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{4}{5} \\ q = \frac{6}{5} \end{cases}$$

- b) Para que se tenha soluções do tipo $(0; y)$, conclui-se:

$$\begin{cases} 2 \cdot 0 + 3y = 5 \\ p \cdot 0 + q \cdot y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{3} \\ q \cdot y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow q = \frac{6}{5}$$

e qualquer p real.

- c) Para que o sistema não tenha solução devemos ter:

$$-\frac{3p}{2} + q = 0 \text{ e } \frac{4 - 5p}{2} \neq 0$$

$$\text{Assim, } q = \frac{3p}{2} \text{ e } (p; q) \neq \left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right)$$

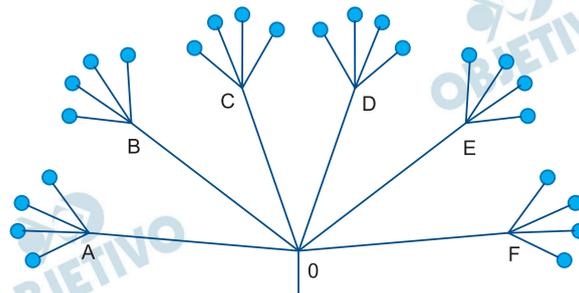
$$\text{Respostas: a) } p = \frac{4}{5}; q = \frac{6}{5}$$

$$\text{b) } p \in \mathbb{R}; q = \frac{6}{5}$$

$$\text{c) } \left(p; \frac{3p}{2}\right) \text{ com } p \neq \frac{4}{5}$$

M.04

Um parque industrial com 24 indústrias foi estruturado de forma que seu sistema de esgoto tivesse a estrutura mostrada na figura. Um serviço de inspeção no ponto O detectou uma substância proibida que pode ter vindo de qualquer uma das indústrias, com igual probabilidade. Para autuar as indústrias irregulares, o serviço se decidiu pela seguinte estratégia: usar 6 kits de teste em amostras coletadas nos pontos A, B, C, D, E e F, no primeiro dia e, no segundo dia, fazer o mesmo nas saídas de todas as indústrias dos grupos apontados como contaminados no primeiro dia. Um dos cenários examinados pelo serviço de inspeção foi o de haver exatamente quatro indústrias irregulares.



- Quantas são as formas possíveis de exatamente quatro indústrias irregulares estarem distribuídas entre as 24 indústrias do parque?
- Qual é a probabilidade, havendo exatamente quatro indústrias irregulares, de que o gasto total de kits de testes nos dois dias seja 22?
- Qual é a probabilidade, havendo exatamente quatro indústrias irregulares, de que o gasto total de kits de testes usados nos dois dias seja 14 ou menos?

Resolução

- a) O número de maneiras para termos 4 indústrias irregulares é dado por:

$$C_{24,4} = 10\ 626$$

- b) Sendo 22 testes no total, utilizamos 6 no primeiro teste e mais 16 no segundo. Como cada grupo tem 4 indústrias, concluímos que 4 grupos serão testados. Logo, existe uma indústria irregular em cada grupo. O número de maneiras disso ocorrer é:

$$C_{6,4} \cdot C_{4,1} \cdot C_{4,1} \cdot C_{4,1} \cdot C_{4,1} = 3\ 840$$

A probabilidade P é dada por:

$$P = \frac{3\ 840}{10\ 626} = \frac{640}{1\ 771}$$

c) Para que sejam utilizados 14 ou menos kits, as indústrias irregulares podem estar em 1 ou 2 grupos. O número de maneiras disso ocorrer é:

I) Todas no mesmo grupo: $C_{6,1} = 6$

II) Uma em um grupo e três em outro:

$$C_{6,2} \cdot 2 \cdot C_{4,1} \cdot C_{4,3} = 480$$

III) Duas em um grupo e duas em outro:

$$C_{6,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{4,2} = 540$$

Logo, a probabilidade pedida é:

$$\frac{6 + 480 + 540}{10\,626} = \frac{1\,026}{10\,626} = \frac{171}{1\,771}$$

Respostas: a) 10 626

b) $\frac{640}{1771}$

c) $\frac{171}{1771}$

M.05

O *perímetro* de uma figura plana é o comprimento de seu contorno. O *diâmetro* de uma figura plana é a maior distância entre dois pontos do contorno dessa figura. Calcule a razão entre o perímetro e o diâmetro em cada uma das figuras planas nos casos a seguir:

- Um retângulo com lados de medidas 3 e 4.
- O triângulo obtusângulo ABC mostrado na Figura 1.
- A região colorida dentro do círculo de raio r mostrada na Figura 2.

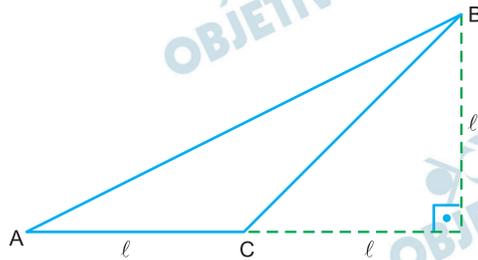


Figura 1

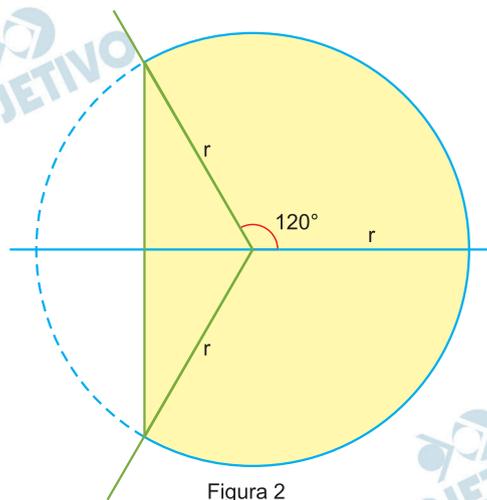
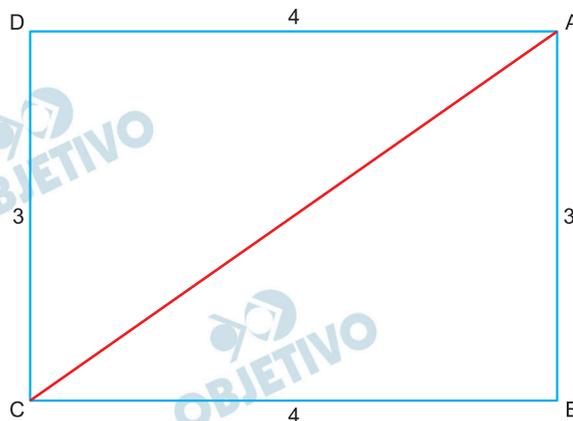


Figura 2

Resolução

a)



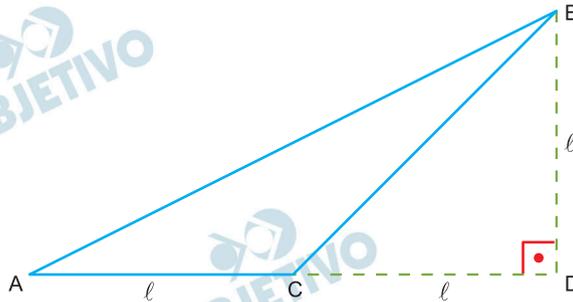
- I) O perímetro $2p$ do retângulo é dado por:
 $2p = 4 + 3 + 4 + 3 = 14$

II) O diâmetro AC do retângulo é dado por:

$$(AC)^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AC = 5$$

Assim, a razão é $\frac{14}{5}$

b)



I) No triângulo retângulo CDB, temos:

$$(BC)^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow BC = l\sqrt{2}$$

II) No triângulo retângulo ADB, temos:

$$(AB)^2 = (2l)^2 + l^2 = 5l^2 \Rightarrow AB = l\sqrt{5}$$

Assim, o perímetro $2p$ do triângulo ABC é dado por:

$$2p = l + l\sqrt{2} + l\sqrt{5}$$

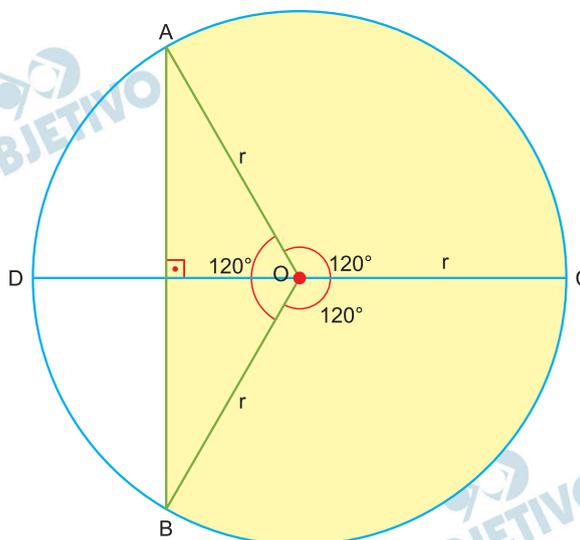
III) Como o diâmetro do triângulo ABC é

$AB = l\sqrt{5}$, a razão é

$$\frac{l + l\sqrt{2} + l\sqrt{5}}{l\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{l\sqrt{5} + l\sqrt{10} + 5l}{5l} = \frac{5 + \sqrt{5} + \sqrt{10}}{5} =$$

c) Vamos admitir que \overline{AB} é perpendicular a \overline{CD} para que o problema tenha solução.



I) O comprimento do arco \widehat{ACB} é dado por

$$\frac{2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r = \frac{4\pi r}{3}$$

II) Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo

AOB, temos:

$$(AB)^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (AB)^2 = 3r^2 \Rightarrow AB = r\sqrt{3}$$

Assim, o perímetro da figura é

$$\frac{4\pi r}{3} + r\sqrt{3} = \frac{(4\pi + 3\sqrt{3}) \cdot r}{3}$$

III) O diâmetro da figura é $2r$ e portanto a razão é dada por:

$$\frac{\frac{(4\pi + 3\sqrt{3}) \cdot r}{3}}{2r} = \frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{6}$$

Respostas: a) $\frac{14}{5}$

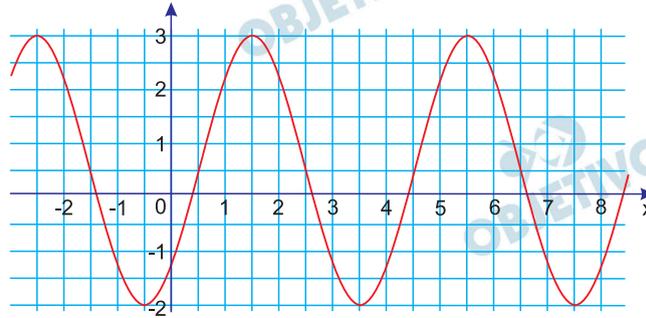
b) $\frac{5 + \sqrt{5} + \sqrt{10}}{5}$

c) $\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{6}$

M.06

Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = p + q \cos(rx - s)$, em que p , q , r e s são números reais e o cosseno é calculado sobre valores em radianos.

- Qual é o valor máximo de f para o caso em que $p = q = r = s = 1$?
- Quais são os valores do período e da amplitude de f , para o caso em que $p = -1$, $q = 2$, $r = \pi$ e $s = 0$?
- Determine valores de p , q , r e s no caso em que o gráfico de f é igual ao mostrado na figura a seguir.



Note e adote:

A amplitude de uma função é a diferença entre seus valores máximo e mínimo.

O gráfico apresentado refere-se somente ao item (c).

Resolução

a) $f(x) = p + q \cdot \cos(rx - s)$

Para o caso em que $p = q = r = s = 1$ temos:

$$f(x) = 1 + \cos(x - 1)$$

$$-1 \leq \cos(x - 1) \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 1 + \cos(x - 1) \leq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq f(x) \leq 2$$

Neste caso, o valor máximo de f é 2.

b) Para o caso de $p = -1$, $q = 2$, $r = \pi$ e $s = 0$, temos:

$$f(x) = -1 + 2 \cdot \cos(\pi x)$$

1) Período = $\frac{2\pi}{\pi} = 2$

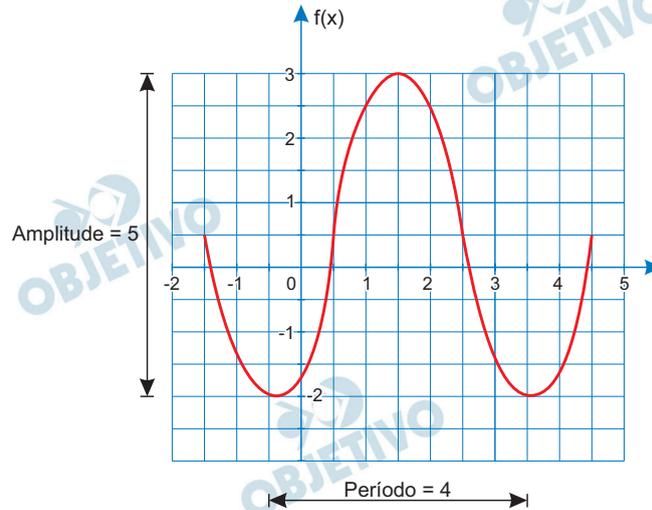
$$2) -1 \leq \cos(\pi x) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cdot \cos(\pi x) \leq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq -1 + 2 \cdot \cos(\pi x) \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq f(x) \leq 1$$

Neste caso, a amplitude é $1 - (-3) = 4$.

c)



Seja $f(x) = p + q \cdot \cos(rx - s)$, temos:

$$f(x) = p + q \cdot \cos\left[r\left(x - \frac{s}{r}\right)\right]$$

1) Período = 4

$$\frac{2\pi}{r} = 4 \Leftrightarrow r = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

2) $p = \frac{1}{2}$, pois o gráfico está deslocado meia unidade para cima.

3) O gráfico tem amplitude 5, portanto $q = \frac{5}{2}$.

4) O gráfico está deslocado $\frac{3}{2}$ unidade para a direita, portanto:

$$\frac{s}{r} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{s}{\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow s = \frac{3\pi}{4}$$

Portanto, $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{5}{2}$, $r = \frac{\pi}{2}$ e $s = \frac{3\pi}{4}$.

Observação:

Caso a questão pedisse todos os valores de p ; q ; r e s teríamos:

1) Período = 4

$$\frac{2\pi}{|r|} = 4 \Leftrightarrow |r| = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow r = \pm \frac{\pi}{2}$$

2) $p = \frac{1}{2}$, pois o gráfico está deslocado meia unidade para cima.

3) O gráfico tem amplitude 5, portanto $q = \pm \frac{5}{2}$.

4) Se $f(x) = \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \cdot \cos(r \cdot x - s)$ e $f\left(\frac{3}{2}\right) = 3$,

$$\text{então } \cos\left(\frac{3}{2}r - s\right) = \pm 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}r - s\right) = n \cdot \pi \Leftrightarrow$$

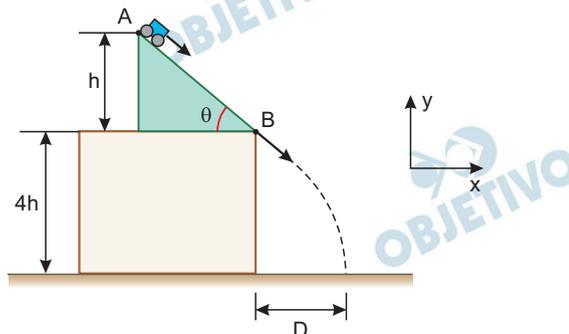
$$\Leftrightarrow s = \pm \frac{3\pi}{4} + n\pi, (n \in \mathbb{Z})$$

Resposta: $p = \frac{1}{2}$; $q = \pm \frac{5}{2}$; $r = \pm \frac{\pi}{2}$ e

$$s = \pm \frac{3\pi}{4} + n\pi, (n \in \mathbb{Z})$$

F.01

Um plano de inclinação θ situa-se sobre uma mesa horizontal de altura $4h$, conforme indicado na figura. Um carrinho de massa m parte do repouso no ponto A, localizado a uma altura h em relação à superfície da mesa, até atingir o ponto B na parte inferior do plano para então executar um movimento apenas sob a ação da gravidade até atingir o solo a uma distância horizontal D da base da mesa, conforme mostra a figura. Ao utilizarmos rampas com diferentes inclinações θ (com o carrinho sempre partindo de uma mesma altura h), obtemos diferentes alcances horizontais D .



- Calcule o intervalo de tempo decorrido entre a partida do carrinho, situado inicialmente no topo do plano inclinado, até atingir o solo, considerando o valor para a inclinação $\theta = 90^\circ$.
- Usando a conservação da energia mecânica e supondo agora uma inclinação θ qualquer, obtenha o módulo do vetor velocidade $|\vec{v}|$ com que o carrinho deixa a superfície do plano inclinado.
- Encontre o valor do alcance D supondo que a inclinação do plano seja de $\theta = 45^\circ$.

Note e adote:

Considere conhecido o módulo g da aceleração da gravidade. Despreze o efeito de forças dissipativas.

Resolução

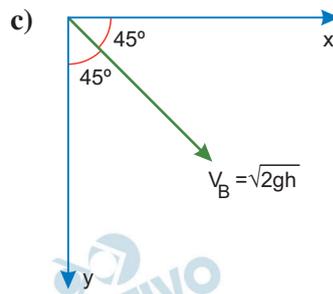
- Para $\theta = 90^\circ$, temos uma queda livre vertical com altura $5h$.

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2 \downarrow \oplus$$

$$5h = \frac{g}{2} T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{10h}{g}}$$

- $E_B = E_A$ (referência em B)

$$\frac{m V^2}{2} = m g h \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{2gh}$$



1) Na direção x:

$$V_{Bx} = \sqrt{2gh} \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2gh} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{Bx} = \sqrt{gh}$$

$$x = \sqrt{gh} \cdot t \quad \text{e} \quad t = \frac{x}{\sqrt{gh}} \quad (1)$$

2) Na direção y:

$$y = y_0 + V_{By} t + \frac{\gamma_y}{2} t^2$$

$$V_{By} = V_{Bx} = \sqrt{gh} \Rightarrow y = \sqrt{gh} t + \frac{g}{2} t^2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ em } (2): y = x + \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{gh} \Rightarrow y = x + \frac{x^2}{2h}$$

3) Para $x = D$, temos $y = 4h$

$$4h = D + \frac{D^2}{2h}$$

$$\frac{D^2}{2h} + D - 4h = 0 \Rightarrow D^2 + 2hD - 8h^2 = 0$$

$$D = \frac{-2h \pm \sqrt{4h^2 + 32h^2}}{2} = \frac{-2h \pm 6h}{2}$$

$$D = \frac{-2h + 6h}{2} \Rightarrow D = 2h$$

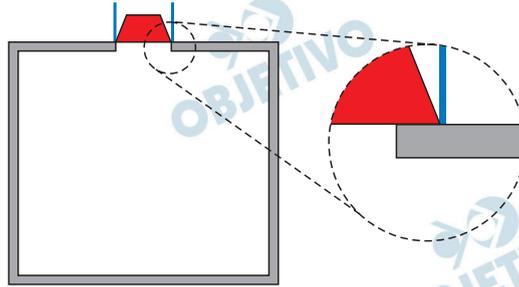
Respostas: a) $T = \sqrt{\frac{10h}{g}}$

b) $|\vec{V}| = \sqrt{2gh}$

c) $D = 2h$

F.02

Um modelo simplificado de uma panela de pressão consiste em um recipiente cilíndrico provido de uma tampa com borda emborrachada que previne a saída de vapor. No centro da tampa, sobre um orifício de área A , repousa uma válvula de massa m que pode se deslocar verticalmente, sem atrito, e que impede que a pressão P interna à panela ultrapasse um valor limite. A pressão atmosférica e a aceleração da gravidade no local de operação da panela são, respectivamente, P_0 e g .



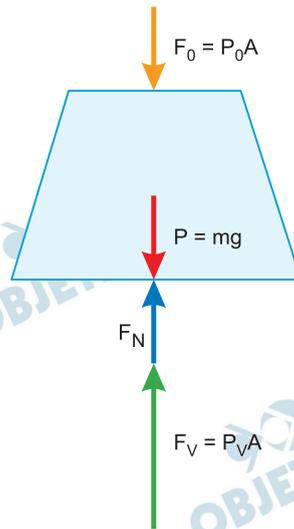
- Liste todas as forças que atuam verticalmente sobre a válvula num instante em que ela está em perfeito contato com a tampa da panela.
- Deseja-se que a panela atinja uma pressão interna de operação não inferior a $2P_0$. Por outro lado, os materiais de que é feita a panela são capazes de suportar uma pressão interna máxima igual a $3,5P_0$, além da qual a panela explode. Qual deve ser a faixa de valores da massa m da válvula para que a panela funcione segundo as especificações?
- Suponha que a panela, vedada, esteja sobre a chama do fogão e que seu interior esteja completamente ocupado por uma mistura de ar com vapor de água, totalizando N mols de gás que pode ser considerado ideal. Nesse momento, a pressão interna é P_1 , e a energia cinética média das moléculas no gás é E_1 . Ao longo de mais algum tempo, com a panela ainda perfeitamente vedada, a chama do fogão transfere energia para o gás e eleva a energia cinética média das moléculas para um valor E_2 , que é 10% maior do que E_1 . Determine a razão entre o valor P_2 da pressão interna nesse instante final e seu valor inicial P_1 .

Note e adote:

Considere que a área de contato entre a válvula e os seus pontos de apoio na panela é desprezível frente à área A .

Resolução

a)



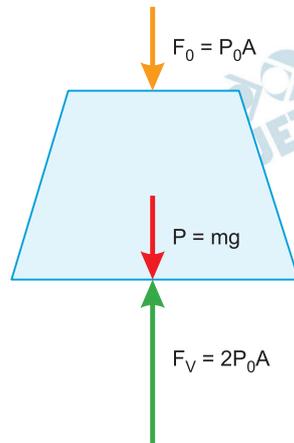
Força resultante normal (F_N) da lateral circular da tampa sobre a válvula: vertical para cima.

Força peso (P) da válvula de massa m : vertical para baixo.

Força exercida pelo vapor sobre a válvula (F_V): vertical para cima.

Força exercida pelo ar atmosférico sobre a válvula (F_0): vertical para baixo.

b) Na iminência da válvula perder contato com a tampa, temos:



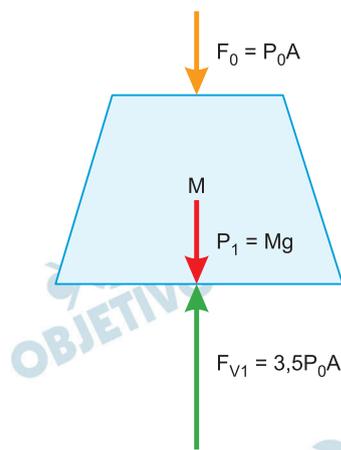
Cálculo da massa mínima da válvula (m), pelo equilíbrio das forças:

$$P + F_0 = F_V$$

$$P = F_V - F_0$$

$$mg = 2P_0A - P_0A$$

$$m = \frac{P_0A}{g}$$



Cálculo da massa máxima da válvula (M), pelo equilíbrio das forças:

$$P_1 + F_0 = F_{V1}$$

$$P_1 = F_{V1} - F_0$$

$$Mg = 3,5P_0A - P_0A$$

$$M = \frac{2,5 P_0 A}{g}$$

A faixa de valores da massa m da válvula, para que a panela funcione, ocorre para

$$\frac{P_0 A}{g} \leq m \leq \frac{2,5 P_0 A}{g}.$$

c) Equação de Clapeyron para o estado inicial:

$$P_1 V = NRT_1$$

$$P_1 = \frac{NRT_1}{V}$$

O aumento de 10% da energia cinética média das moléculas do gás provoca um acréscimo de 10% na temperatura absoluta do gás ($T_2 = 1,10 T_1$).

Equação de Clapeyron para o estado final:

$$P_2 V = NRT_2$$

$$P_2 V = NR \cdot 1,10 T_1$$

$$P_2 = \frac{1,10 \cdot NRT_1}{V}$$

$$P_2 = 1,10 \cdot P_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1,10$$

Respostas: a) Força peso da válvula, força exercida pelo vapor na válvula, força do ar atmosférico sobre a válvula e força resultante normal da lateral circular da tampa sobre a válvula.

$$b) \frac{P_0 A}{g} \leq m \leq \frac{2,5 P_0 A}{g}$$

$$c) \frac{P_2}{P_1} = 1,10$$

F.03

Painéis solares fotovoltaicos têm sido cada vez mais usados em instalações elétricas domésticas e industriais. Considere um painel solar conectado a um resistor variável de resistência R_v . Ajustando-se o valor de R_v , são medidas a corrente e a ddp entre os terminais do resistor e é obtida a curva mostrada na figura 1.

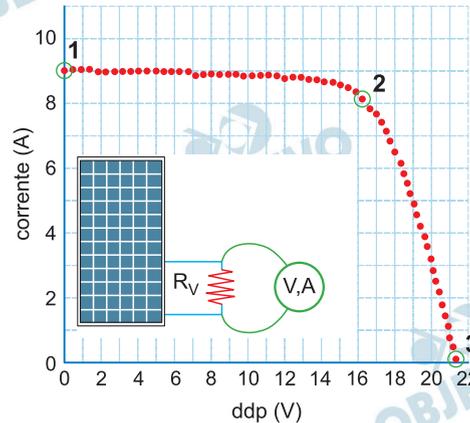


fig. 1

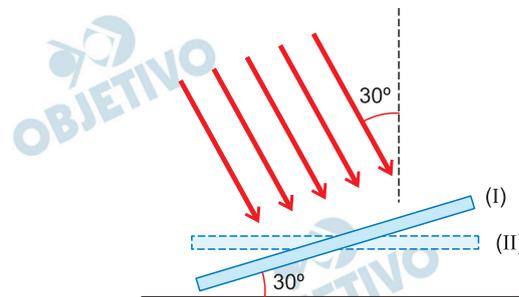


fig. 2

Com base nos dados do gráfico:

- Calcule a resistência R_v quando a ddp é de 6 V.
- Em quais dos pontos marcados (1, 2 ou 3) a potência fornecida ao resistor é maior? Justifique sua resposta.

Um parâmetro importante para o funcionamento de painéis solares é a irradiância da luz solar (medida em W/m^2), que corresponde ao fluxo de energia por unidade de área perpendicular à direção do fluxo. A irradiância depende de vários fatores, tais como as condições atmosféricas e a latitude do local. Em um dado local e horário, a direção da luz solar (linhas vermelhas na figura 2) faz um ângulo de 30° com a direção perpendicular ao solo. A figura 2 mostra duas situações para um painel solar nessa localidade: (I) o painel está inclinado em 30° em relação ao solo e (II) o painel está paralelo ao solo.

- Considerando que a irradiância é a mesma nas duas situações e que, na situação (I), a energia por unidade de tempo coletada no painel solar é P_1 , calcule P_2 , que é a energia por unidade de tempo coletada na situação (II).

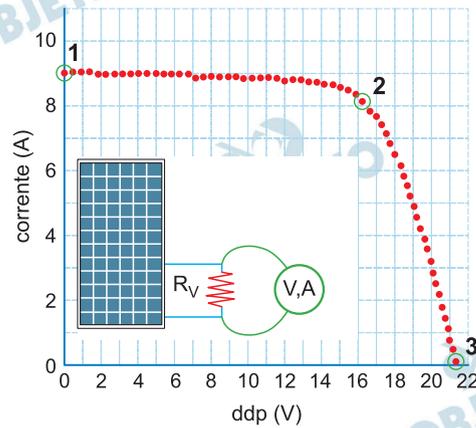
Note e adote:

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,86 ; \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Resolução

Painéis solares

a) Usando o gráfico, temos:



Para uma tensão de 6V, obtemos $i = 9\text{A}$

$$U = R_V \cdot i$$

$$R_V = \frac{U}{i} \Rightarrow R_V = \frac{6\text{V}}{9\text{A}} \Rightarrow R_V \cong 0,67\Omega$$

b) Cálculo das potência fornecidas pelo painel, nos pontos 1, 2 e 3:

ponto 1

$$i_1 = 9\text{A}; U_1 = 0$$

$$P_1 = i_1 \cdot U_1 \Rightarrow P_1 = 0$$

ponto 2

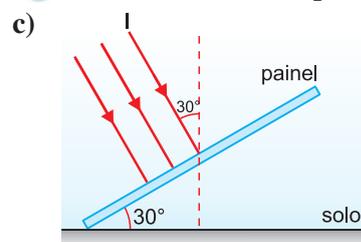
$$i_2 = 8\text{A}; U_2 = 16\text{V}$$

$$P_2 = i_2 \cdot U_2 \Rightarrow P_2 = 8 \cdot 16 \text{ (W)} \Rightarrow P_2 = 128 \text{ W}$$

ponto 3

$$i_3 = 0; U_3 = 22\text{V} \Rightarrow P_3 = 0$$

Conclusão: a maior potência é no ponto 2.



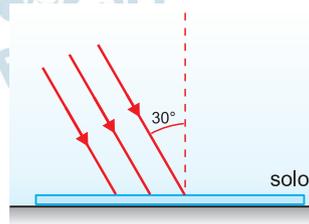
posição inicial
potência inicial: P_1

posição inicial

potência inicial: P_1

$$I = \frac{P_1}{A}$$

$$P_1 = A \cdot I \quad \textcircled{1}$$



posição final do painel

potência final: P_2

posição final do painel

potência final: P_2

$$I = \frac{P_2}{A \cdot \cos 30^\circ}$$

$$P_2 = A \cdot I \cdot \cos 30^\circ \quad \textcircled{2}$$

De $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$:

$$P_2 = P_1 \cdot \cos 30^\circ$$

$$P_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} P_1$$

Respostas: a) $R_V \cong 0,67\Omega$

b) A potência fornecida ao resistor é maior no ponto 2.

c) $P_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} P_1$

F.04

Uma pessoa de altura h posiciona-se de pé em um quarto vazio, no qual três das quatro paredes são escuras, enquanto a parede restante é um espelho quase perfeito. O quarto é iluminado por uma única lâmpada, aproximadamente esférica e situada a uma altura $2h$. A figura 1 mostra uma vista superior, e a figura 2, uma vista lateral do quarto. Na figura 2, “O” indica a posição da pessoa e “E”, a posição do espelho. As dimensões da lâmpada são muito menores que os demais comprimentos relevantes. Nessas condições, são formadas duas sombras da pessoa no piso do quarto. Na folha de resposta, há diagramas nos quais o círculo representa a pessoa e os tons mais claros/escuros indicam uma sombra menos/mais intensa.

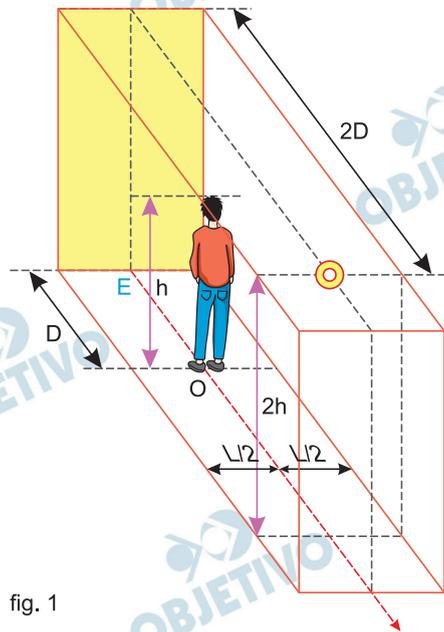


fig. 1

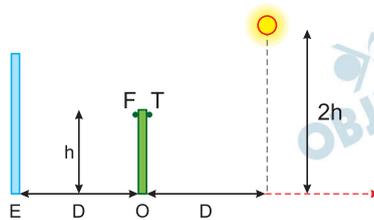
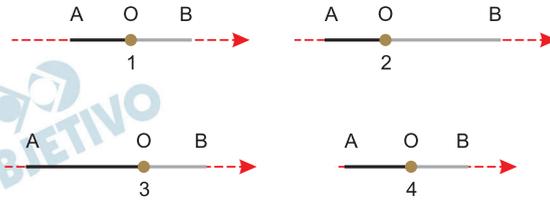


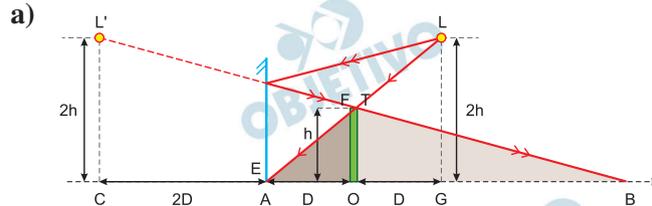
fig. 2

- Dentre os diagramas da folha de respostas, indique aquele que melhor corresponde ao padrão de sombras que, na situação descrita, seria observado na sala.
- Determine os comprimentos das sombras \overline{AO} e \overline{OB} considerando os dados fornecidos. A intensidade da radiação luminosa é definida como a energia luminosa transportada por unidade de área por unidade de tempo. Para fontes luminosas esféricas pontuais, a intensidade luminosa em um certo ponto deve diminuir com o inverso do quadrado da distância do ponto à fonte luminosa.
- Desprezando as dimensões da cabeça da pessoa em relação aos demais comprimentos relevantes, tomando $h = D$ e supondo que não haja reflexão relevante da luz

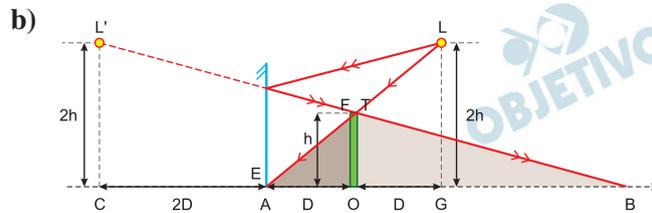
em qualquer outra superfície que não a parede espelhada, determine a razão numérica entre a intensidade luminosa no ponto F e aquela no ponto T, localizados na cabeça da pessoa e indicados na figura 2.



Resolução



A imagem L' conjugada pelo espelho para a lâmpada L age como uma segunda fonte pontual de luz. Formam-se então duas regiões de penumbra na sala. A região de penumbra à esquerda da pessoa, representada pelo triângulo FOA na figura, está mais obscura do que a região de penumbra à direita da pessoa, representada pelo triângulo TOB na figura, principalmente pelo fato que à direita da pessoa ainda temos iluminação direta da lâmpada L . Da figura ainda, observamos que a extensão da zona de penumbra à esquerda da pessoa, segmento \overline{AO} , é menor do que a extensão da zona de penumbra à direita da pessoa, segmento \overline{OB} . Tal situação está representada na figura 2.

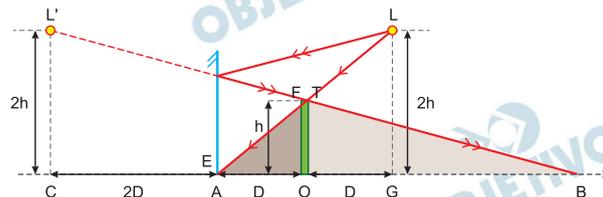


Os triângulos FOA e LGA são semelhantes:

$$\frac{\overline{FO}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{LG}}{\overline{GA}}$$

$$\frac{h}{\overline{AO}} = \frac{2h}{2D}$$

$$\overline{AO} = D$$



Os triângulos L'CB e TOB são semelhantes:

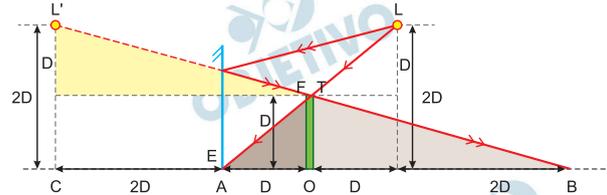
$$\frac{\overline{L'C}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{TO}}{\overline{OB}}$$

$$\frac{2h}{2D + D + \overline{OB}} = \frac{h}{\overline{OB}}$$

$$2 \overline{OB} = 3D + \overline{OB}$$

$$\overline{OB} = 3D$$

c) Para $h = D$, a figura fica:

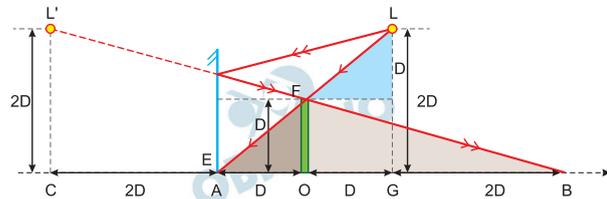


Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo amarelo destacado na figura, obtemos o segmento $\overline{L'F}$:

$$\overline{L'F} = \sqrt{D^2 + (3D)^2}$$

$$\overline{L'F} = \sqrt{10D^2}$$

$$\overline{L'F} = D\sqrt{10}$$



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo azul agora destacado na figura, obtemos o segmento \overline{LT} :

$$\overline{LT} = \sqrt{D^2 + D^2}$$

$$\overline{LT} = \sqrt{2D^2}$$

$$\overline{LT} = D\sqrt{2}$$

A intensidade I da radiação luminosa é inversamente proporcional ao quadrado da distância d entre o observador e a fonte pontual:

$$I = \frac{K}{d^2}, \text{ com } K \text{ constante.}$$

Para a intensidade I_F para o ponto F, temos:

$$I_F = \frac{K}{\overline{L'F}^2}$$

$$I_F = \frac{K}{(D\sqrt{10})^2}$$

$$I_F = \frac{K}{10D^2}$$

Para a intensidade I_T para o ponto T, temos:

$$I_T = \frac{K}{LT^2}$$

$$I_T = \frac{K}{(D\sqrt{2})^2}$$

$$I_T = \frac{K}{2D^2}$$

Fazendo a razão I_F por I_T temos:

$$\frac{I_F}{I_T} = \frac{\frac{K}{10D^2}}{\frac{K}{2D^2}}$$

$$\frac{I_F}{I_T} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{I_F}{I_T} = 0,20$$

Respostas: a) figura 2

b) $\overline{AO} = D$

$\overline{OB} = 3D$

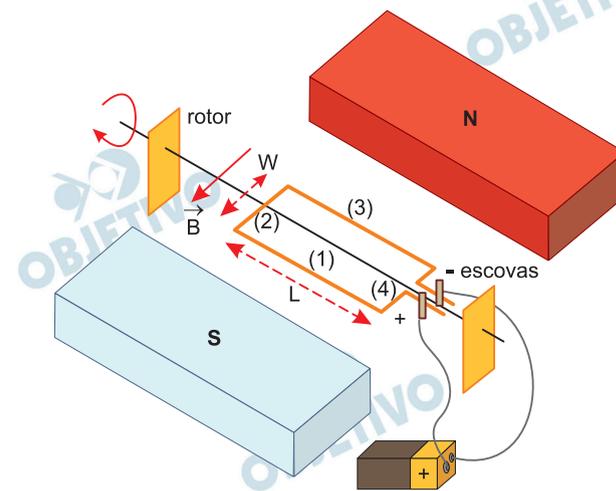
c) $\frac{I_F}{I_T} = 0,20$

F.05

Cada vez mais, os motores elétricos fazem parte do nosso cotidiano, inclusive com a perspectiva de seu uso em veículos elétricos. A figura ilustra o funcionamento de um motor elétrico de simples.

Um fio de cobre com seção de área de $0,01 \text{ mm}^2$ é enrolado na forma de espiras retangulares de dimensões $L = 5 \text{ cm}$ e $W = 2 \text{ cm}$. O conjunto é fixado a um rotor apoiado por colunas, de modo que esteja livre para girar em torno do eixo do rotor.

O conjunto é colocado entre dois ímãs permanentes que geram um campo magnético de $0,1 \text{ T}$. Uma corrente elétrica percorre a espira quando seus terminais fazem contato com “escovas” condutoras conectadas a uma bateria de 9 V . Considere que, durante o contato, o campo magnético está paralelo ao lado mais curto das espiras, como mostrado na figura.



- a) Calcule a resistência elétrica de uma única espira.
Considerando a situação em que o fio é enrolado em **10 espiras** e os terminais do fio estão em contato com as escovas:
- b) Calcule a corrente no fio.
- c) Calcule o módulo da força magnética exercida em cada um dos segmentos (1), (2), (3) e (4) mostrados na figura.

Note e adote:

Despreze o comprimento dos terminais e efeitos de indução.

Resistividade elétrica do cobre:

$$\rho = 1,7 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$$

Resolução

- a) Os dados fornecidos são:

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\ell_{\text{total}} = 5 + 2 + 5 + 2 \text{ (cm)}$$

$$\ell_{\text{total}} = 14 \text{ cm}$$

$$\ell_{\text{total}} = 14 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$A = 0,01 \text{ mm}^2$$

$$A = 0,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A = 1,00 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

Assim, da 2.^a Lei de Ohm, vem:

$$R = \rho \frac{\ell_{\text{total}}}{A}$$

$$R = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 14 \cdot 10^{-2}}{1,00 \cdot 10^{-8}} (\Omega)$$

$$R = 23,8 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$R \cong 0,24 \Omega$$

b) Para 10 espiras, temos:

$$R' = 10R$$

$$R' \cong 10 \cdot 0,24 (\Omega)$$

$$R' \cong 2,4 \Omega$$

Assim, $U = R' i$

$$9 \cong 2,4 \cdot i$$

$$i \cong 3,8 \text{ A}$$

c) A força magnética no fio será dada por:

$$F_{\text{mag}} = B i \ell \sin \theta$$

Os fios 2 e 4 estão paralelos ao campo magnético, assim $\theta = 0^\circ$ e $\sin \theta = 0$

Portanto, nos fios 2 e 4 a força magnética será nula.

$$F_2 = F_4 = 0$$

Para os fios 1 e 3, temos $F_1 = F_3 = F$, onde

$$F = 10 B i \ell \sin 90^\circ$$

$$F = 10 \cdot 0,1 \cdot 3,75 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \cdot (1) (\text{N})$$

$$F = 18,75 \cdot 10^{-2} (\text{N})$$

$$F_1 = F_3 \cong 0,19 \text{ N}$$

Respostas: a) $R \cong 0,24 \Omega$

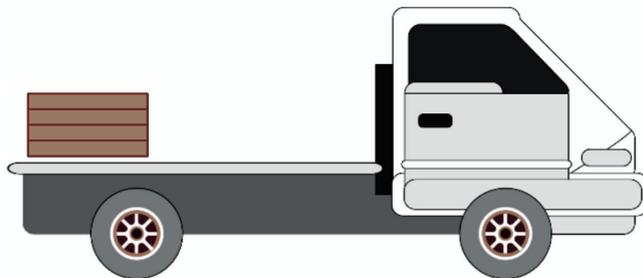
b) $i \cong 3,8 \text{ A}$

c) $F_2 = F_4 = 0$

$F_1 = F_3 \cong 0,19 \text{ N}$

F.06

Um caminhão carregando uma caixa trafega em linha reta a uma velocidade de 36 km/h. O coeficiente de atrito estático entre a superfície da caixa e a superfície da carroceria é de 0,4 e não há ganchos ou amarras prendendo a caixa ao caminhão. Sabendo disso e ao notar um sinal vermelho à frente, o motorista freia suavemente o caminhão para que a caixa não deslize.



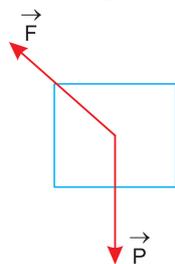
- Desenhe um diagrama de corpo livre indicando as forças que atuam sobre a caixa durante a frenagem.
- Calcule a distância mínima que o caminhão percorre entre o instante de início da frenagem e a parada total do veículo para que a caixa permaneça sem deslizar.
- Se o motorista frear totalmente o caminhão em 1,5 s, a caixa deslizará na carroceria? Justifique.

Note e adote:

Considere que a força exercida pelos freios do caminhão seja feita de modo que a aceleração do caminhão seja constante durante a frenagem.

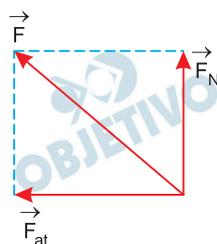
Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Resolução



a) \vec{P} : força gravitacional que o planeta Terra exerce na caixa.

\vec{F} : força que a carroceria do caminhão aplica na caixa.



A força \vec{F} admite uma componente normal \vec{F}_N e uma componente de atrito \vec{F}_{at} .

b) 1) 2.^a Lei de Newton:

$$F_{at} = ma \text{ e } F_N = mg$$

$$\text{Atrito estático: } F_{at} \leq \mu_E F_N$$

$$ma \leq \mu_E mg \Rightarrow a \leq \mu_E g$$

A distância será mínima quando a for máximo.

$$a_{\text{máx}} = \mu_E g = 0,4 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_{\text{máx}} = 4,0 \text{ m/s}^2$$

$$2) V^2 = V_0^2 + 2 \gamma \Delta s$$

$$V_0 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \text{ m/s}$$

$$0 = (10)^2 + 2 \cdot (-4,0) d_{\text{mín}} \Rightarrow 8 d_{\text{mín}} = 100$$

$$d_{\text{mín}} = 12,5 \text{ m}$$

$$c) V = V_0 + \gamma t \Rightarrow 0 = 10 - a \cdot 1,5 \Rightarrow a = \frac{10}{1,5} \text{ m/s}^2$$

$$a = \frac{100}{15} \text{ m/s}^2 = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2$$

Como $a > a_{\text{máx}}$, então a caixa escorrega para frente em relação ao caminhão.

Respostas: a) ver figura

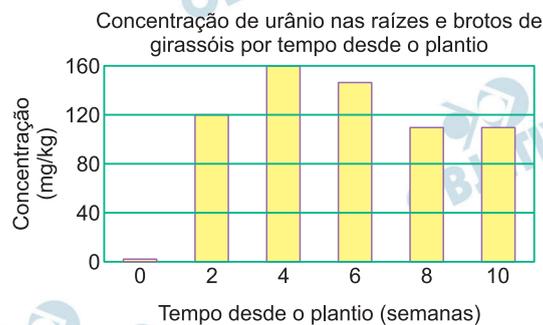
b) 12,5m

c) Escorrega, pois $a > a_{\text{máx}}$

Q.01

Após os desastres nucleares em Hiroshima, Fukushima e Chernobyl, girassóis foram plantados ao longo da região afetada para que estes absorvessem elementos tóxicos do solo, incluindo isótopos radioativos. Essa técnica é chamada de fitorremediação.

Os resultados de um estudo realizado para avaliar a capacidade do girassol de absorver urânio do solo são mostrados na figura a seguir, que apresenta a massa total de urânio absorvida do solo por quilograma de girassol (raízes e brotos), em função do tempo desde o plantio. A concentração inicial de U no solo era de 240 mg/kg, dos quais 1% correspondia ao ^{234}U .



- Com base na figura, em qual semana após o plantio os girassóis (raízes e brotos) deveriam ser colhidos para que a maior massa de urânio fosse retirada do ambiente de uma única vez?
- É correto afirmar que os isótopos radioativos de urânio do solo contaminado, quando absorvidos pelos girassóis, deixam de ser radioativos, de forma que os girassóis possam ser comercializados com segurança? Justifique com base no tempo de meia-vida.
- Se a colheita for realizada na segunda semana após o plantio, quantos quilogramas de girassol (raízes e brotos) precisarão ser retirados de cada tonelada de solo para que a concentração do ^{234}U no solo seja reduzida para 0,6 mg/kg?

Note e adote:

Considere que não ocorreu separação isotópica na absorção do urânio pelas raízes e brotos, ou seja, o percentual de ^{234}U nesse material também é de 1%.
Meia vida do $^{234}\text{U} = 240.000$ anos.

Resolução

a) Semana 4

Na semana 4, a concentração de urânio nas raízes e brotos de girassóis é a maior.

b) Não.

A meia vida do ^{234}U é muito alta (240.000 anos) e, portanto, após algumas semanas a concentração dele praticamente não varia.

c) Concentração de ^{234}U no solo:
 $1\% \cdot 240 \text{ mg/kg} = 2,4 \text{ mg/kg}$

Concentração de ^{234}U no solo desejada:
 $0,6 \text{ mg/kg}$.

Portanto, precisa ser retirado do solo:
 $2,4 \text{ mg/kg} - 0,6 \text{ mg/kg} = 1,8 \text{ mg/kg}$

1 kg de solo _____ 1,8 mg
(1t) 1.000 kg de solo _____ x

$x = 1\,800 \text{ mg } ^{234}\text{U}$ devem ser retirados

Portanto, deve ser retirada do solo a massa total de urânio:

1800 mg _____ 1%
y _____ 100%
y = $180\,000 \text{ mg}$

Após 2 semanas:

120 mg de U _____ $1 \text{ kg de girassóis}$

$180\,000 \text{ mg de U}$ _____ z

$z = 1500 \text{ kg de girassóis}$

Q.02

Recentemente, um estudo científico associou a detecção de fosfina (PH_3) na atmosfera em Vênus com uma possível existência de vida no planeta. Na Terra, a fosfina pode ser encontrada naturalmente em ambientes onde ocorre a degradação de matéria orgânica, como pântanos. Por ser mais densa que o ar, grande quantidade de fosfina se acumula sobre as superfícies de corpos d'água e áreas baixas, muitas vezes reagindo espontaneamente com oxigênio, formando ácido fosfórico (H_3PO_4).

- Utilizando os menores coeficientes estequiométricos inteiros possíveis, escreva a equação balanceada para o processo de combustão descrito para a fosfina.
- Os ambientes onde se encontram altas quantidades de fosfina são compatíveis com a vida de seres aeróbios ou anaeróbios? Justifique sua resposta com base na reatividade da fosfina.
- Em ambientes como os pântanos, além da fosfina, também é produzido metano (CH_4). Com base na energia de ativação e na energia liberada na combustão de cada espécie, explique por que a combustão da fosfina é a primeira a ocorrer na natureza e por que ela é capaz de iniciar a combustão do metano.

Note e adote:

Energia de ativação da combustão:

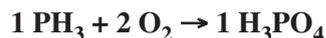
fosfina = 13 kJ/mol e metano = 105 kJ/mol.

ΔH de combustão:

fosfina = -1154 kJ/mol e metano = - 885 kJ/mol.

Resolução

Equação da reação de combustão da fosfina:



- Como os ambientes contêm altas concentrações de fosfina, isso indica que a concentração de O_2 é baixa, favorecendo a vida dos seres anaeróbios.
- A energia de ativação (13 kJ/mol) da combustão da fosfina é menor que a do metano (105 kJ/mol), logo a reação da queima da fosfina é mais rápida que a do metano e irá ocorrer primeiramente. Como a combustão da fosfina é exotérmica ($\Delta H < 0$), libera energia (1154 kJ/mol) para iniciar a combustão do metano (energia de ativação 105 kJ/mol).

Q.03

O gás N_2 é relevante para diversos processos tecnológicos e industriais por ser considerado um gás inerte e, portanto, ser utilizado para evitar contato do processo com espécies reativas presentes na atmosfera. Uma das características que faz o N_2 ser inerte é a força de ligação entre átomos de N.

O N_2 utilizado comercialmente costuma ser obtido por separação do ar atmosférico, composto majoritariamente por N_2 , O_2 , CO_2 , Hélio e Argônio.

- a) No preparo de uma amostra de N_2 para uso industrial, quatro misturas de gases foram obtidas, conforme apresentado na tabela. Qual ou quais dessas misturas seria(m) adequada(s) para processos que não podem ser realizados na presença de gases oxidantes?

Mistura 1	Mistura 2	Mistura 3	Mistura 4
N_2 , O_2 , Argônio	N_2 , CO_2 , Hélio	N_2 , Hélio, Argônio	N_2 , O_2 , CO_2

- b) Desenhe as estruturas de Lewis para N_2 e O_2 e explique, com base nessas estruturas, por que a ligação entre os átomos de N no N_2 é mais forte do que a ligação entre átomos de O no O_2 .

Uma forma de obter um fluxo de nitrogênio gasoso de grande pureza é por meio da evaporação do nitrogênio líquido armazenado no interior de um botijão criogênico. Considere que um botijão como esse foi preenchido com 70 L de nitrogênio líquido que, quando evaporado, pode ser retirado como nitrogênio gasoso do cilindro.

- c) Calcule, em L, o volume de nitrogênio gasoso que pode ser coletado à temperatura de $30^\circ C$ e pressão ambiente de 1 atm, a partir desse botijão. Considere que todo líquido pode ser aproveitado e que não houve perdas.

Note e adote:

Densidade do nitrogênio líquido: 0,8 g/mL

Volume molar de gás ideal a 1 atm e $30^\circ C$: 25 L

Massa molar (g/mol): $N_2 = 28$

Distribuição eletrônica N: $1s^2, 2s^2, 2p^3$; O: $1s^2, 2s^2, 2p^4$

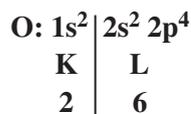
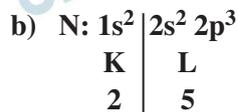
Resolução

- a) As misturas 1 e 4 não são adequadas, pois contêm gás oxigênio que é um gás oxidante. A mistura 3 é adequada pois é formada por gases inertes (Hélio

e Argônio) e gás nitrogênio que é praticamente inerte.

O gás carbônico (CO_2) tem inúmeras aplicações, entre elas, a de funcionar como atmosfera inerte. Por exemplo, ele é empregado como extintor de incêndio, pois ele não queima e isola o material combustível do oxigênio O_2 (oxidante).

Portanto, as misturas 2 e 3 seriam adequadas.



De acordo com as estruturas de Lewis, os átomos de nitrogênio estão ligados por ligação covalente tripla, que é mais forte que a ligação covalente dupla.

- c) I) Cálculo da massa de nitrogênio líquido existente no cilindro:

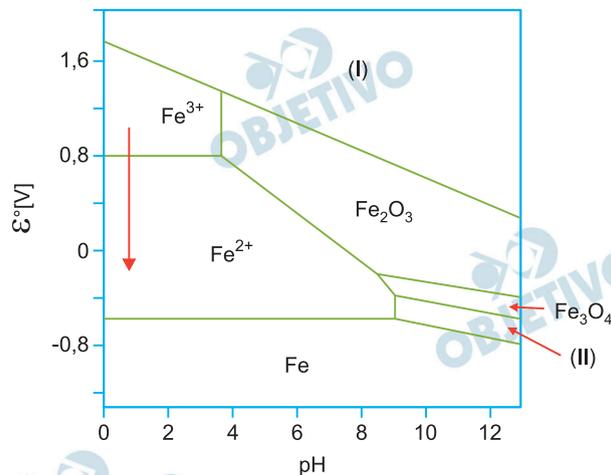
$$d = \frac{m}{V} \therefore 0,8\text{g/mL} = \frac{m}{70\,000\text{ mL}} \therefore m = 56\,000\text{g}$$

- II) Cálculo do volume de nitrogênio gasoso coletado a 30°C e 1 atm de pressão:

$$\begin{array}{l} 25\text{L} \text{ ————— } 28\text{g} \\ x \text{ ————— } 56\,000\text{g} \\ x = 50\,000\text{ L} = 5 \cdot 10^4\text{L} \end{array}$$

Q.04

O diagrama a seguir representa algumas espécies que podem ser formadas quando o Fe metálico é exposto a diferentes condições de pH e potencial de redução medidos contra o eletrodo padrão de hidrogênio. As regiões relativas às espécies $\text{Fe}(\text{OH})_2$ e FeO_4^{2-} estão associadas às regiões marcadas como (I) e (II) no diagrama, não necessariamente nessa ordem.



- Para evitar a corrosão de um objeto de ferro metálico, este foi submetido a pH e potencial adequados, formando uma camada de Fe_3O_4 na superfície. Explique como essa camada previne a corrosão do interior do objeto.
- Escreva a semirreação de redução associada ao processo representado pela seta, indicando o valor de potencial a partir do qual a reação acontece.
- Associe, corretamente, na tabela da folha de resposta, cada uma das regiões (I) e (II) com as espécies $\text{Fe}(\text{OH})_2$ e FeO_4^{2-} . Justifique a associação feita com base nos potenciais de redução apresentados no diagrama.

Espécie	$\text{Fe}(\text{OH})_2$	FeO_4^{2-}
Região		

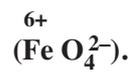
Resolução

a) A camada de Fe_3O_4 (película protetora) fica aderida na superfície do ferro, impedindo que ele sofra corrosão, isto é, não haverá contato do ferro no interior do objeto com o meio.



A partir do potencial de 0,8V, a semirreação de redução acontece.

c) A região I apresenta maior potencial de redução, (ambiente mais oxidante) onde o ferro está com maior número de oxidação.



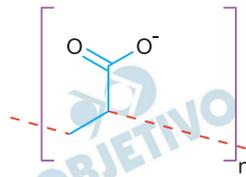
A região II apresenta menor potencial de redução, (ambiente menos oxidante) onde o ferro está com menor número de oxidação.



Espécie	Fe(OH) ₂	FeO ₄ ²⁻
Região	II	I

Q.05

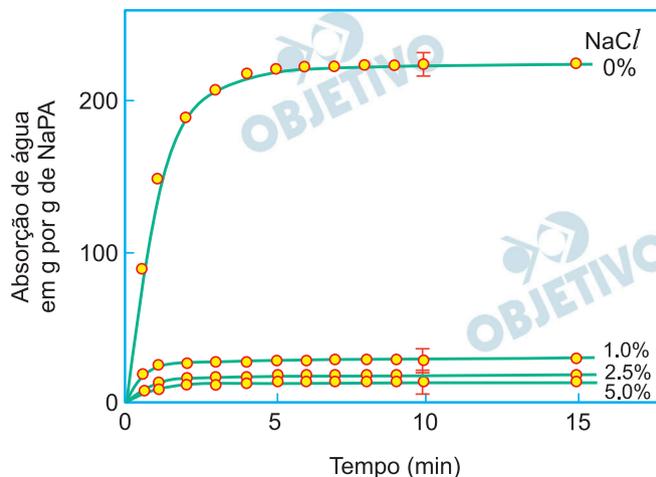
Os polímeros superabsorventes são compostos com alta capacidade de absorver água. Um desses polímeros é o poliacrilato de sódio (NaPA), mostrado na figura. O NaPA é formado a partir da polimerização de seu precursor, um ácido orgânico, seguida da neutralização dos grupos ácidos com hidróxido de sódio.



Estrutura do polímero aniônico poliacrilato

- a) Desenhe, na folha de resposta, o monômero precursor do poliacrilato de sódio, na forma ácida.

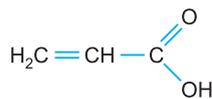
O gráfico a seguir mostra a capacidade de absorção de água pelo NaPA para diferentes quantidades de sal (0; 1,0; 2,5; e 5,0%). No caso desse experimento, foi usado o cloreto de sódio, mas o mesmo resultado é observado para outros sais.



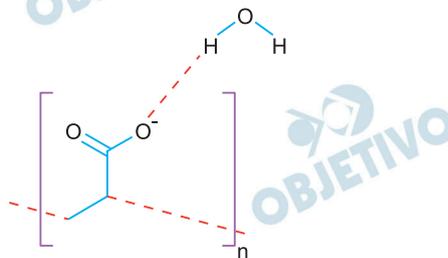
- b) O NaPA é bastante utilizado como absorvedor em fraldas descartáveis. Nesse caso, a absorção da urina pela fralda será mais ou menos eficiente do que a da água destilada? Explique.
- c) Indique qual o tipo de interação mais forte que ocorre entre a água e o polímero e explique o efeito da quantidade de sal na absorção de água, representado no gráfico.

Resolução

- a) O monômero precursor do poliacrilato de sódio, na forma ácida, é o ácido acrílico (ácido propenoico), de fórmula:



- b) A absorção da urina pela fralda será menos eficiente do que a da água destilada. Dentro da fralda, o meio é hipertônico em relação à água pura. A absorção da urina não é tão eficaz, por causa dos sais nela dissolvidos.
- c) A interação mais forte que ocorre entre a água e o polímero é a atração do tipo íon-dipolo.



Pela observação do gráfico, quanto maior a concentração de sal (Na^+Cl^-) na solução, menor a absorção de água pelo polímero. Devido à osmose, a migração de água ocorre do meio menos concentrado para o mais concentrado.

Q.06

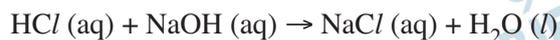
O teor de carbonato de cálcio (CaCO_3), usado como abrasivo em cremes dentais, pode ser determinado por meio da chamada retrotitulação. Nesse método, adiciona-se excesso de HCl , resultando na completa dissolução do CaCO_3 (reação I); em seguida, titula-se o que sobrou de HCl com NaOH até a neutralização da solução (reação II). Sabendo-se a quantidade de NaOH , pode-se calcular o número de mols que sobrou de HCl . Pela diferença entre o que sobrou de HCl e o número de mols inicial de HCl ,

é possível determinar o teor de CO_3^{2-} na amostra.

(reação I)



(reação II)



Para estudar uma amostra, o seguinte procedimento foi realizado:

Etapa 1	Pesagem de 5,0 g de creme dental comercial.
Etapa 2	Adição de 20,0 mL de solução $2,0 \text{ mol.L}^{-1}$ de HCl , seguida por agitação e aquecimento até que a reação I se complete.
Etapa 3	Após a solução esfriar, adição de água à solução da etapa 2 até completar um volume final de 50,0 mL e agitação.
Etapa 4	Titulação do HCl presente na amostra com $\text{NaOH } 0,5 \text{ mol.L}^{-1}$ até a completa neutralização (reação II).
Etapa 5	Medida do volume de NaOH usado para titulação. Resultado: <u>Volume de NaOH usado = 30,0 mL.</u>

- Cite a importância do aquecimento na etapa 2.
- Alguns cremes dentais usam dióxido de silício (SiO_2) como abrasivo em vez de CaCO_3 . Para esses produtos, o mesmo procedimento de retrotitulação serviria para calcular o teor do abrasivo (SiO_2)? Justifique.
- Calcule a porcentagem em massa (massa de CaCO_3 por massa de creme dental) de abrasivo na amostra estudada, conforme os valores dados no procedimento.

Note e adote:

Considere que não há qualquer outra espécie ácida ou básica no creme dental em quantidade suficiente para interferir no procedimento.

Massa molar (g/mol): $\text{CaCO}_3 = 100$.

SiO_2 é um óxido ácido.

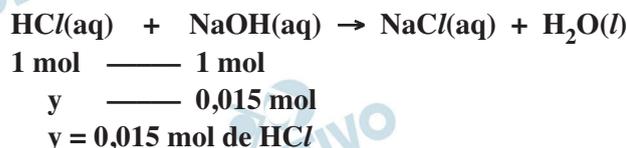
Resolução

- a) O aumento da temperatura aumenta a velocidade de reação e diminui a solubilidade do CO_2 na solução.
- b) Não podemos utilizar o mesmo procedimento, pois, sendo o SiO_2 um óxido ácido, não irá reagir com o HCl .
- c) Cálculo da quantidade em mol de NaOH gasta na titulação:

NaOH (0,5 mol/L)

$$\begin{array}{l} 0,5 \text{ mol} \quad \text{-----} \quad 1\text{L} \\ x \quad \text{-----} \quad 0,030 \text{ L (30 mL)} \\ x = 0,015 \text{ mol de NaOH} \end{array}$$

Cálculo da quantidade em mols de HCl que sobrou na reação com o CaCO_3 e que foi titulado com o NaOH :



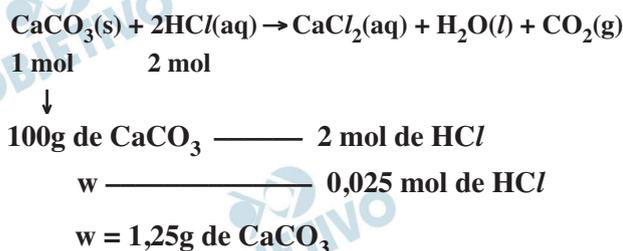
Cálculo da quantidade total de HCl (2,0 mol/L) que foi adicionada ao creme dental:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ mol} \quad \text{-----} \quad 1\text{L} \\ z \quad \text{-----} \quad 0,020 \text{ L (20 mL)} \\ z = 0,040 \text{ mol de HCl} \end{array}$$

Quantidade de HCl que reagiu com CaCO_3 :

$$n = (0,040 - 0,015) \text{ mol} = 0,025 \text{ mol de HCl}$$

Cálculo da quantidade de CaCO_3 presente em 5,0g de creme dental:

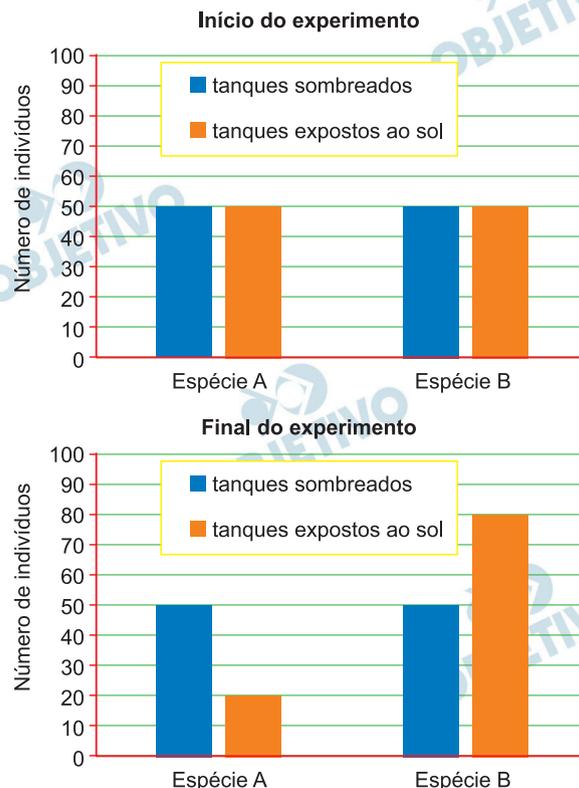


Porcentagem em massa de CaCO_3 no creme dental (5,0g):

$$\begin{array}{l} 5,0\text{g} \quad \text{-----} \quad 100\% \\ 1,25\text{g} \quad \text{-----} \quad p \\ p = 25\% \text{ de CaCO}_3 \end{array}$$

B.01

Os gráficos mostram o número de indivíduos de duas espécies de peixes (espécie A e espécie B), no início e no final de um experimento realizado em tanques (cinco sombreados e cinco expostos ao sol). Nos tanques expostos ao sol, os microcrustáceos, alimento exclusivo dos peixes, atingem maior tamanho devido à maior abundância de fitoplâncton. Por outro lado, nos tanques sombreados, há menos fitoplâncton e os microcrustáceos atingem tamanho menor. Os peixes da espécie A alimentam-se somente de microcrustáceos pequenos, enquanto os peixes da espécie B alimentam-se de microcrustáceos de todos os tamanhos. A quantidade de larvas de microcrustáceos colocadas mensalmente foi a mesma em todos os tanques. A capacidade de suporte de cada um dos tanques foi de 100 peixes.



- Qual foi a razão, ao final do experimento, entre o número de indivíduos da espécie B nos tanques expostos ao sol em relação ao número de indivíduos dessa mesma espécie nos tanques sombreados?
- Considerando apenas os tanques expostos ao sol, desenhe no gráfico da folha de respostas uma linha que indique como variou a razão entre o número de indivíduos da espécie B e o número de indivíduos da espécie A, no início e no fim experimento.
- Cite a interação biológica entre as duas espécies de peixe que explica a diferença no número final de indivíduos dessas espécies nos tanques expostos ao sol. Justifique.

Resolução

a) De acordo com os gráficos da espécie B, ao final do experimento havia 80 indivíduos no tanque exposto ao sol e 50 indivíduos no tanque sombreado, logo, a razão entre esses valores equivale a $80/50 = 1,6$.

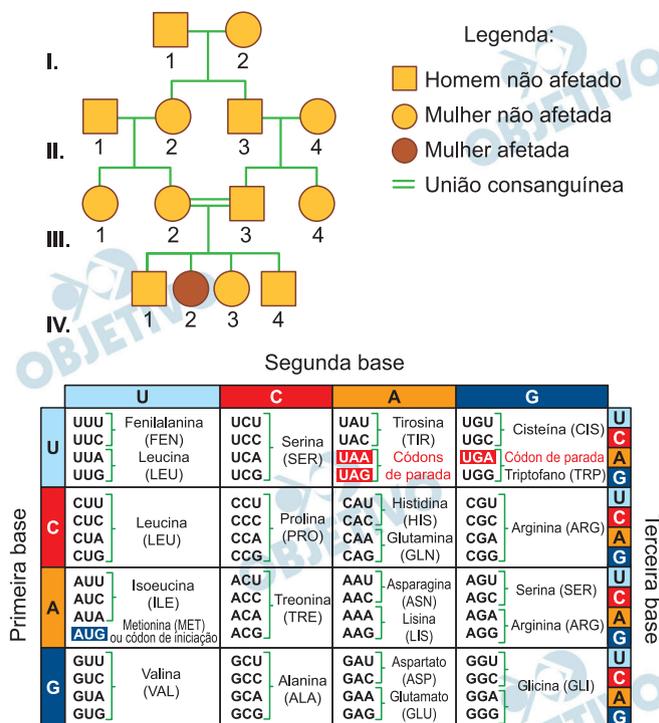
b)



c) Trata-se de uma competição interespecífica no tanque exposto ao sol, na qual a espécie B possui uma nítida vantagem competitiva ao se alimentar de microcrustáceos de tamanhos variados, enquanto a espécie A tem uma dieta mais restrita, ingerindo microcrustáceos pequenos, menos abundantes no tanque ensolarado.

B.02

A hemocromatose juvenil é uma doença rara que pode ser causada por uma mutação no gene *HJV*, a qual resulta em proteína hemojuvelina com função comprometida. Nessa condição, o indivíduo acumula muito ferro proveniente da alimentação em seu organismo, o que pode levar à falência de órgãos como o fígado, pâncreas e coração. Diversas mutações já foram associadas a esta forma de hemocromatose juvenil, dentre elas a substituição do aminoácido glicina na posição 320 pelos aminoácidos valina ou alanina (G320V ou G320A) e a formação de códon de parada prematuro. O heredograma a seguir representa uma família na qual há uma pessoa afetada.



- Cite uma complicação para a saúde humana decorrente da insuficiência de atividade do pâncreas.
- Pela análise do heredograma, qual é o padrão mais provável de herança genética da hemocromatose juvenil? Justifique sua resposta.
- Considere a sequência parcial do RNAm da hemojuvelina selvagem (os números acima das trincas de nucleotídeos indicam a correspondência dos aminoácidos):

318 319 320 321 322
RNAm – 5' ... GUU-GGG-GGA-UGC-UUC ...3'

Considerando apenas um evento de mutação em cada caso, que alteração na trinca 320 do RNAm leva à substituição do aminoácido glicina por: 1) valina; 2) alanina; 3) códon de parada? O que acontece com a estrutura primária da proteína no caso de haver um códon de parada prematuro no RNAm?

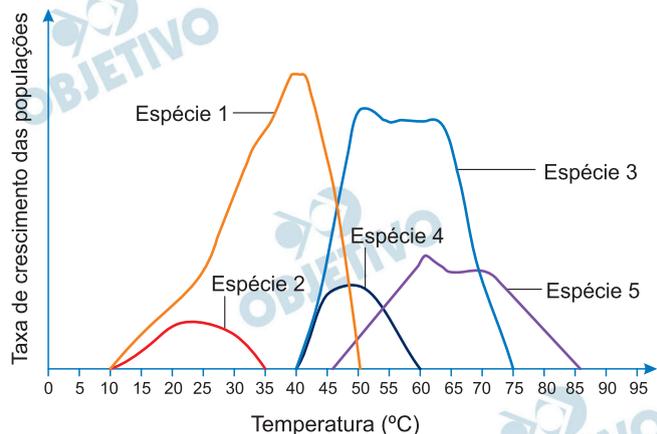
Resolução

- a) A insuficiência pancreática pode levar a uma deficiência na produção de insulina e glucagon, hormônios responsáveis pela glicemia, e na produção do suco pancreático, interferindo na digestão.
- b) A hemacromatose é uma característica autosômica recessiva, pois a mulher IV-2 (afetada) é filha de um casal fenotipicamente normal (III-2 e III-3) que devem ser heterozigotos.
- c) Caso 1: troca de G por U na 2ª base do códon 320.
Caso 2: troca de G por C na 2ª base do códon 320.
Caso 3: troca de G por U na 1ª base do códon 320.

Em um caso de códon prematuro de parada, a estrutura primária da proteína ficará menor, o que compromete sua função.

B.03

O gráfico a seguir mostra como é a taxa de crescimento das populações de 5 espécies diferentes de bactérias em relação à temperatura.



Com base no gráfico, responda:

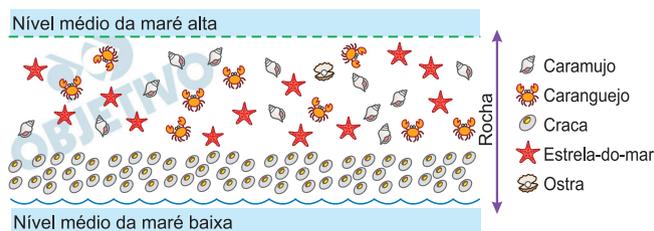
- Considerando a temperatura média dos mamíferos como sendo semelhante à humana, qual(is) espécie(s) pode(m) ser simbiótica(s) com mamíferos?
- Considerando intervalos de 5 °C (por exemplo, 0-5 °C, 5-10 °C, etc), qual(is) o(s) intervalo(s) de temperatura apresenta(m) a maior diversidade de bactérias? Justifique sua resposta.
- Qual(is) espécie(s) não sobreviveria(m) à temperatura ambiental de 65 °C? Cite um processo fisiológico-bioquímico que ocorre com macromoléculas e que impede a sobrevivência dessa(s) espécie(s)?

Resolução

- A temperatura média humana é de 36,5 °C e, assim, a bactéria que poderia ser simbiótica com os mamíferos é a espécie 1.
- O intervalo de temperatura com maior diversidade de bactérias está entre 45 °C e 50 °C, em que encontramos as espécies 1, 3, 4 e 5 desenvolvendo-se.
- A uma temperatura de 65 °C, as únicas espécies encontradas são a 3 e a 5; sendo assim, as demais espécies (1, 2, 4) não sobrevivem, devido à desnaturação proteica (enzimas) que interfere no metabolismo celular.

B.04

O esquema representa um costão rochoso e alguns dos organismos comuns que nele vivem.



Com base no esquema, responda:

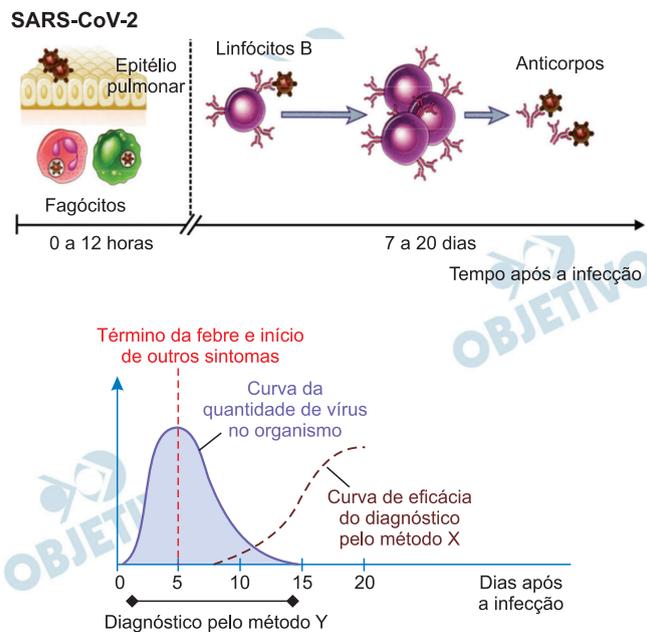
- Qual é o organismo que apresenta maior densidade populacional nesse trecho de costão rochoso representado no esquema?
- Cite um fator biótico e um fator abiótico que podem atuar neste ambiente.
- Com relação ao esquema, preencha as lacunas da frase que se encontra na folha de respostas, utilizando os níveis de organização a seguir (é possível fazer ajustes de concordância de plural e singular): molécula → célula → tecido → órgão → sistema → organismo ou indivíduo → população → comunidade → ecossistema → bioma → biosfera

Resolução

- A maior densidade populacional é da craca.
- Fator biótico: competição, predação.
Fator abiótico: nível da maré, temperaturas, salinidade.
- O costão rochoso é um ambiente característico de/do(s)/da(s) ECOSSISTEMAS costeiros(as), muito comuns nas áreas litorâneas do Sudeste do Brasil, limítrofes com BIOMA o(s)/a(s) Mata Atlântica. O esquema mostra um(a) COMUNIDADE de invertebrados, formado(a) por POPULAÇÕES de cinco espécies.

B.05

Analise a resposta imunológica à infecção do organismo pelo coronavírus do tipo SARS-CoV-2, associado à COVID-19, a variação na quantidade de vírus no organismo, os sintomas (quando presentes) e as possibilidades de diagnóstico da infecção por dois métodos (X e Y) ao longo de 20 dias após a infecção.



Abbas, et al. *Imunologia Celular e Molecular*, 2011, e *J. Bras. Patol. Med. Lab.*, <https://doi.org/10.5935/1676-2444.20200049>.
Adaptados.

- Cite uma função da febre nos primeiros 5 dias da infecção por SARS-CoV-2.
- Dos métodos citados, identifique e justifique aquele mais indicado para o diagnóstico da infecção por SARS-CoV-2 pela presença de anticorpos. Segundo o gráfico apresentado, em qual dia após a infecção o diagnóstico será mais preciso utilizando este método?
- A resposta imunológica à infecção por SARS-CoV-2 pode causar inflamação pulmonar. Isso resulta em acúmulo de líquido nos pulmões, o que prejudica a troca gasosa, diminuindo a saturação de oxigênio no sangue. Como o acúmulo de líquidos nos pulmões interfere na troca gasosa? O que acontece com o pH do sangue quando ocorre diminuição da saturação de oxigênio?

Resolução

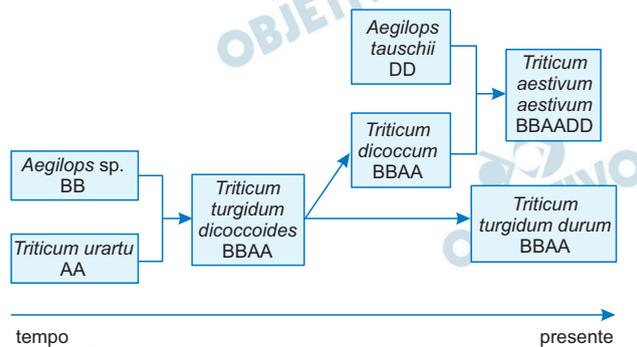
- A febre tem como função a ativação do sistema imunológico aumentando a atividade dos fagócitos e dos linfócitos B.
- Método X, pois a produção de anticorpos se dá entre 7 e 20 dias. Segundo o gráfico, o vigésimo dia

(20.º) após a infecção será o mais preciso para o diagnóstico.

- c) O acúmulo de líquido nos pulmões reduz a área de difusão dos gases respiratórios (O_2 e CO_2) nos alvéolos pulmonares, comprometendo a hematose pulmonar. Com a redução da saturação de oxigênio, haverá uma acidose sanguínea com consequente redução do pH, devido ao aumento da concentração de gás carbônico no sangue.

B.06

As diversas espécies e variedades de linhagens relacionadas ao trigo (gênero *Triticum*) estão entre as primeiras a terem sido domesticadas pelo ser humano, em um processo conhecido por revolução neolítica ou agrícola, iniciado há cerca de 12 mil anos. Uma hipótese para a evolução da monocotiledônea trigo, que inclui as variedades atuais (*Triticum turgidum durum* e *Triticum aestivum aestivum*), está representada a seguir. As siglas AA/BB/DD indicam o número diploide de cromossomos (2n) de cada espécie.



Adaptada de Haas et al., 2019, Domestication and crop evolution of wheat and barley: Genes, genomics, and future directions. J. Integr. Plant Biol., 61: 204-225.

- O processo evolutivo descrito corresponde a uma forma de seleção artificial. Em que ele se diferencia da seleção natural?
- Na tabela da folha de respostas, associe cada órgão citado (caule, flor e fruto) a um exemplo de monocotiledônea que seja utilizada pelo ser humano.
- Indique a ploidia de *Triticum turgidum durum* e *Triticum aestivum aestivum*, considerando que $2n = 14$ no genoma ancestral de *Triticum urartu*, *Aegilops sp.* e *Aegilops tauschii*.

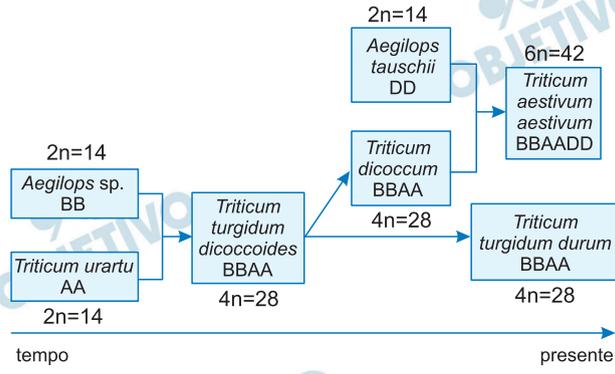
Resolução

- Seleção natural é um processo espontâneo no qual os organismos menos adaptados são eliminados, enquanto a seleção artificial é proposital e feita de forma a manter os organismos de maior interesse antrópico.**

b)

Caule: Cana-de-açúcar
Flor: Orquídea
Fruto: Coco, açaí

c)



Triticum turgidum durum $\Rightarrow 4n = 28$

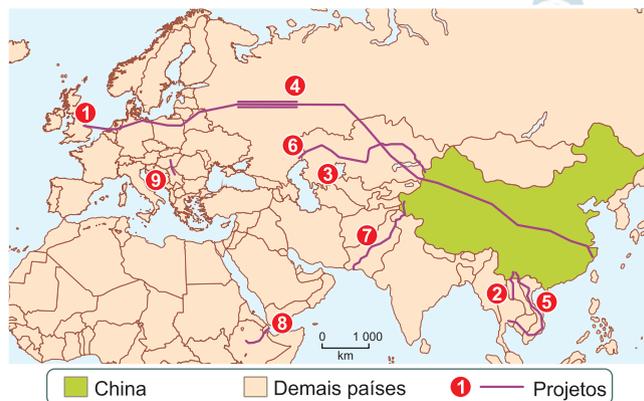
Triticum aestivum aestivum $\Rightarrow 6n = 42$

G.01

Considerado um dos programas de infraestrutura mais ambiciosos já concebidos, a Nova Rota da Seda chinesa foi anunciada pelo presidente Xi Jinping, em 2013. O programa inclui diversos projetos de desenvolvimento e investimento e envolve regiões da Ásia, Europa, África e América Latina. Lauren Johnston, pesquisadora da Escola de Estudos Orientais e Africanos da Universidade de Londres, acredita que a maioria dos acordos de investimento da Nova Rota da Seda tem beneficiado as partes envolvidas. "Para os governos que precisam de acesso ao financiamento, seja para novas infraestruturas ou para o desenvolvimento social, os benefícios continuam superando os custos potenciais".

BBC News Brasil: <https://www.bbc.com/>. Adaptado.

PROJETOS DA NOVA ROTA DA SEDA CHINESA



Custos dos projetos que integram a Nova Rota da Seda chinesa		
Projeto	Custo*	Descrição
1. Ferrovia Londres	ND	Linha cargueira entre China e Inglaterra.
2. Ferrovia Laos	5,9	Transporte de passageiros em trens de alta velocidade.
3. Túnel Uzbequistão	1,9	Túnel mais longo da Ásia Central conectado à malha ferroviária.
4. Ferrovia Rússia	16,7	Trens de passageiros conectando Moscou a Pequim.
5. Ferrovia Tailândia	12,0	Transporte de passageiros entre China e Tailândia.
6. Corredor de Dutos da Ásia Central	7,3	Gasodutos do Cazaquistão para a China.
7. Corredor de Infraestrutura – Paquistão	54,0	Rodovias, ferrovias, gasodutos, oleodutos e redes de telefonia e internet até a Caxemira.
8. Ferrovia Etiópia – Djibuti	4,0	Ferrovia projetada para cargas e passageiros.
9. Ferrovia Budapeste – Belgrado	2,9	Primeiro trecho de trajeto que deverá chegar a Atenas.

*Em bilhões de dólares (US\$) / ND = Não Divulgado

Disponível em <https://super.abril.com.br/>. Adaptado.

A partir dos elementos apresentados, responda:

- O que foi, originalmente, a chamada Rota da Seda?
- Cite e explique um objetivo econômico da China com a implementação desse projeto.
- Explique um impacto econômico negativo e um impacto social positivo em **apenas um** dos seguintes projetos: 2 – Ferrovia Laos; 7 – Corredor de Infraestrutura- Paquistão; 8 – Ferrovia Etiópia - Djibuti.

Resolução

- Rotas comerciais que integravam o Extremo Oriente e a Europa por meio de rotas marítimas.**
- A China tem como principal objetivo econômico a expansão comercial pelo globo, a fim de intensificar as relações com uma ampla gama de países pelo mundo e, assim, aumentar sua influência política e econômica.**

c) **O ALUNO DEVERÁ ESCOLHER UM DOS SEGUINTE PROJETO:**

Projeto 2: Ferrovia Laos.

Impacto econômico negativo: alto custo do projeto para um país pobre como o Laos.

Impacto social positivo: integração socioeconômica e territorial entre os países, especialmente para o Laos, um dos países menos desenvolvidos do Sudeste Asiático.

Projeto 7: Corredor de Infraestrutura Paquistão

Impacto econômico negativo: abalo às indústrias locais, que teriam dificuldade em concorrer com os produtos chineses que chegariam por meio deste novo corredor.

Impacto social positivo: melhoria na rede de infraestrutura do Paquistão.

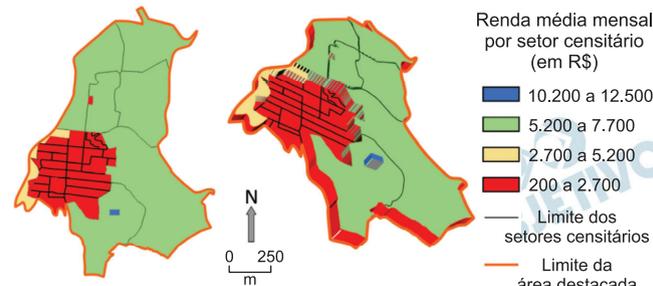
Projeto 8: Ferrovia Etiópia-Djibuti.

Impacto econômico negativo: aumento das dívidas dos governos locais com bancos chineses, e esses países são marcados pelo baixo desenvolvimento econômico.

Impacto social positivo: incremento da rede de transportes e facilidade na circulação entre os dois países, caracterizados pela baixa integração econômica.

EM QUALQUER UMA DAS OPÇÕES, poderiam ser citadas a dependência econômica em relação à China, como impacto econômico negativo, e a geração de emprego e renda, como exemplo de impacto social positivo.

G.02



Observação: Cada setor censitário possui de 250 a 350 domicílios.

Observação: Cada setor censitário possui de 250 a 350 domicílios. Censo IBGE 2010 e Google Earth 2020.

Adaptado.

A imagem e os mapas mostram diferenças na ocupação do espaço urbano em uma área da cidade de São Paulo, cujos limites estão destacados em laranja.

- Baseado nos pontos cardeais, onde ocorre a maior concentração de domicílios na área destacada?
- Explique por que no mapa prismático há uma grande área rebaixada (em vermelho), enquanto uma pequena área ao sul caracteriza-se como uma forma elevada (em azul).
- Cite dois problemas de infraestrutura urbana presentes nas áreas representadas em vermelho.

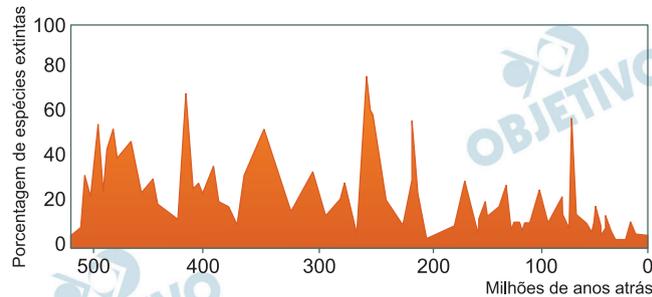
Resolução

- Ocorre no ponto cardinal oeste (o aluno deve ficar atento ao enunciado da questão, que solicita o ponto cardinal e não o ponto colateral, que seria o sudoeste).
- Trata-se de uma técnica da cartografia temática que mostra as áreas rebaixadas em vermelho, onde os moradores dos domicílios possuem baixo nível de renda, e a pequena área elevada em azul representa os domicílios com moradores que possuem alto nível de renda. Assim, nota-se a elevada desigualdade socioeconômica em áreas próximas.
- Entre os possíveis problemas, podem-se citar: saneamento básico insuficiente, precariedade da estrutura relativa à mobilidade urbana, iluminação e asfalto deficitários, entre outros.

G.03

Para diversos cientistas da atualidade, as modificações provocadas no planeta pelas atividades humanas nos últimos séculos são irreversíveis e justificariam a criação de um novo tempo geológico, denominado Antropoceno. Neste, haveria mudanças significativas na superfície, na atmosfera, na quantidade e na distribuição dos seres vivos no globo. No entanto, ao longo da história geológica da Terra, em especial no Fanerozoico, já ocorreram grandes reduções do número de espécies em episódios chamados de extinções em massa. Um desses episódios, por exemplo, ocorreu no final da Era Mesozoica, há 65 milhões de anos, e fez desaparecer os dinossauros.

AS MAIORES EXTINÇÕES DA HISTÓRIA DA TERRA



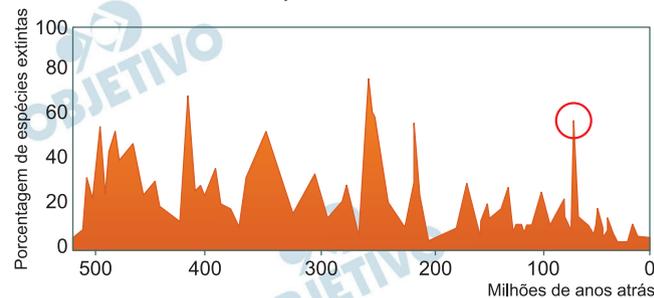
Luiz Eduardo Anelli. *O Guia Completo dos Dinossauros do Brasil*. 2010. Adaptado.

- Na figura da **Folha de Respostas**, indique por meio de um círculo o pico de extinção dos dinossauros.
- Cite duas condições naturais adversas à vida que poderiam levar a extinções em massa no planeta conforme demonstrado no gráfico.
- Explique uma evidência na superfície terrestre e uma na atmosfera que colabora para a proposição do Antropoceno como um novo tempo geológico.

Resolução

a)

AS MAIORES EXTINÇÕES DA HISTÓRIA DA TERRA



- b) A extinção em massa pode ser provocada por diversos eventos, como, por exemplo, variações climáticas extremas (extremos de frio e de calor, maior ou menor volume de umidade na atmosfera) causadas por mudanças astronômicas (precessão, por exemplo, provocando as glaciações) ou fortes movimentações tectônicas que, intensificando o vulcanismo (com suas erupções), podem lançar na atmosfera grande quantidade de cinzas, diminuindo a incidência do calor solar junto à superfície, inviabilizando formas de vida. Também eventos como o impacto de meteoritos podem causar extinção em massa, como ocorreu na Península de Iucatã no México há 65 milhões de anos – e que provocou um longo período de baixas temperaturas.
- c) O Antropoceno, caracterizado como o período de forte atuação humana sobre a superfície da Terra, evidenciará essa atuação por meio de depósitos de elementos particulados, como poeira, e a produção de CO₂ antrópico, que se precipitam e se acumulam nas camadas rochosas. A edificação, relacionada ao processo de urbanização, impermeabiliza o solo, compacta-o, alterando a morfologia e o sistema de drenagem. Outras evidências do Antropoceno serão: a deposição de grande quantidade de lixo, cujo tempo de degradação se estende por centenas ou até milhares de anos; a dispersão de lixo plástico nos oceanos, o qual se depositará no assoalho oceânico, além do desmatamento.

G.04

Agosto de 2020 mostrou-se favorável à geração de energia eólica no Brasil. Em uma mesma semana, o Operador Nacional do Sistema Elétrico registrou três recordes de geração média de energia e, no dia 6 de agosto, os sistemas chegaram a produzir 9.049 MWmed. Este montante é suficiente para abastecer 94,4% da demanda elétrica de todos os estados da região Nordeste.

Disponível em <http://www.ons.org.br/Paginas/Noticias/>.

Adaptado.

Sobre a produção de energia eólica, responda:

- Cite qual é o elemento do clima que dá origem à energia eólica.
- Explique um aspecto ambiental positivo e um negativo associado à produção de energia eólica.
- Explique um impacto social positivo e um negativo associado à produção de energia eólica.

Resolução

- O elemento do clima que possibilita a produção/geração de energia eólica é o *vento*.
- Um *impacto ambiental positivo* relacionado à geração de energia eólica é o fato de ser uma fonte de energia limpa, que *não gera resíduos*. Por ser renovável, sua exploração *não provocará a exaustão de recursos naturais*.

Como *impactos ambientais negativos*, podem-se citar a *poluição visual*, pois a instalação dos captadores de energia – com suas grandes hélices – interfere na paisagem; a *poluição sonora*, decorrente do som do vento que age sobre as pás dos captadores; além da morte de aves, que se chocam contra as hélices dos aerogeradores.

- Como *impactos sociais positivos* associados à produção de energia eólica, podem-se citar a *geração de empregos* nas atividades ligadas à produção e à distribuição de energia, a possibilidade de *aumento na renda* para pequenos proprietários que arrendam parte de suas terras para a implantação dos captadores de energia eólica, e o *acesso à energia de menor custo*, principalmente pela população de menor renda.

O *impacto social negativo* está relacionado ao ruído excessivo decorrente da geração de energia eólica, o que *limita a implantação de residências* muito próximas aos captadores. Os moradores das áreas próximas dos aerogeradores reclamam dos efeitos da poluição sonora, que afeta o sono, causa dores de cabeça e eventualmente estresse. Além do que a implantação de um parque eólico pode supervalorizar as propriedades e a região onde está instalado, tornando o acesso à terra mais difícil, bem como pode desvalorizar uma região –

que dependa do turismo – em decorrência da poluição visual – o que pode gerar o *desemprego*. Pode ainda restringir a circulação na área do parque eólico, impossibilitando atividades de subsistência, como a agricultura e a pesca.

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

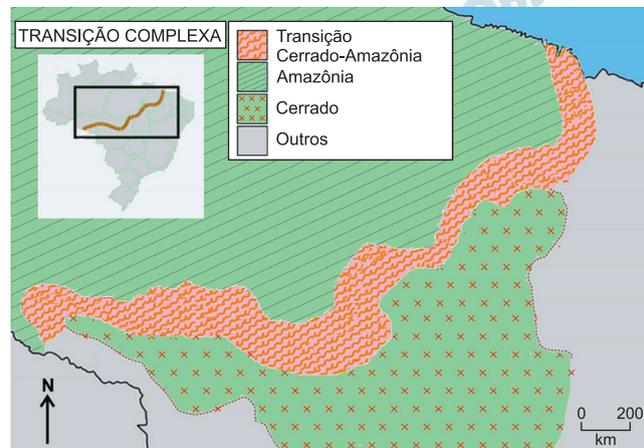
 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

G.05

Leia o texto e observe o mapa.



Nos estados de Rondônia, Mato Grosso, Tocantins, Pará e Maranhão, algumas áreas classificadas como Cerrado são, na verdade, partes da Floresta Amazônica. Em outras, ocorre o inverso. Há, ainda, blocos de mata que são uma combinação dos dois tipos de vegetação. Utilizando imagens de satélite atuais, pesquisadores examinaram uma área de 613 mil km² e reconheceram que a diversidade de formas de vegetação na região dificulta diferenciar Amazônia de Cerrado. Mostraram também que o limite é mais sinuoso e complexo do que os definidos anteriormente entre 1970 e 1985. Como resultado, identificaram-se 151 áreas de Cerrado em áreas anteriormente classificadas como Amazônia e 152.182 km² de áreas de transição, principalmente no Cerrado. Essas áreas de transição, com os dois tipos de vegetação, podem se estender por até 250 quilômetros de um lado ou de outro da linha atual.

Disponível em <https://revistapesquisa.fapesp.br/>. Adaptado.

Acerca do texto e do mapa, responda:

- Qual o conceito biogeográfico que caracteriza as áreas de transição entre dois biomas?
- Explique como essa transição complexa pode ter impactado as áreas a serem preservadas na floresta Amazônica. Dê um exemplo.
- Os limites entre os biomas brasileiros, vistos a partir dos mapas produzidos entre 1970 e 1985, apresentam diferenças quando comparados com a cartografia dos limites atuais. Descreva a tecnologia utilizada em cada um dos momentos para a produção cartográfica.

Resolução

- As áreas de *transição* dos biomas brasileiros são também conhecidas como ecótonos.
- A diversidade de formas de vegetação dificulta a diferenciação entre Amazônia e Cerrado, o que leva à imprecisão em relação aos limites de cada

bioma e à formação vegetal menos densa, o que pode resultar em um controle menos rigoroso, facilitando o desmatamento para a ocupação, provocado, entre outros fatores, pela expansão do extrativismo predatório e do agronegócio.

- c) No período entre 1970 e 1985 os mapas eram produzidos com menor nível tecnológico, basicamente a partir do uso de fotografias aéreas, imagens de radar e observações de campo. Atualmente, a cartografia faz uso de computadores e programas especializados em geoprocessamento, a partir de imagens obtidas por sensores instalados em satélites (sensoriamento remoto), o que levou ao aumento da precisão nas representações gráficas e à melhoria da qualidade das informações obtidas.

G.06

O crescimento populacional a partir da década de 1950, no entender da teoria _____, determinaria a existência de uma população excedente às possibilidades do desenvolvimento econômico nos países do 3º Mundo e, assim, explicaria seu subdesenvolvimento. Ficavam evidentes o receio de comprometer os recursos naturais mundiais e a pressão e ameaça política representadas por essa população excedente. Nessa teoria estava presente o pavor da prolificidade de ‘raças inferiores’.

Amélia Damiani. *População e Geografia*, 1991. Adaptado.

A partir do excerto,

- a) preencha, na **Folha de Respostas**, qual palavra denomina a teoria.
- b) explique dois argumentos que contrariam a teoria citada.
- c) cite e explique uma política social influenciada por essa teoria.

Resolução

- a) **Neomalthusiana.**
- b) **Dois argumentos contrários (críticas ao neomalthusianismo):**
 - 1) **A fome, a miséria e a pobreza resultam principalmente da má distribuição das riquezas, como renda e terra, e não apenas da superpopulação. O crescimento populacional de um determinado país não é necessariamente a causa, mas a consequência do subdesenvolvimento, o que permitiria dizer que ao invés de controlar a natalidade para melhorar o padrão de vida, seria necessário melhorar o padrão de vida para que a população cresça de forma planejada.**
 - 2) **O discurso neomalthusiano é alarmista e utilizado ideologicamente como estratégia para a manutenção do modelo de desenvolvimento socioeconômico dominante no mundo atual. Desloca o foco do padrão de consumo para concentrar-se nas políticas de controle demográfico.**
- c) **Trata-se da política de controle de natalidade. Os neomalthusianos, também chamados de alarmistas, aprimoraram a teoria adotando novas posturas atribuindo a culpa pela situação de miséria aos países pobres e ao seu acelerado crescimento populacional, defendendo rígidos programas estatais de controle de natalidade, como em Índia, Egito e México, que passaram a investir mais em políticas que favorecessem o desenvolvimento de economias desiguais em detrimento de iniciativas que pudessem contribuir para reduzir as desigualdades sociais. Na China, a**

política do filho único, embora tenha contribuído para a melhoria nas condições de vida dos chineses, acabou levando o país ao domínio dos chamados “pequenos imperadores”.

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

H.01

De acordo com o historiador Nicolau Sevcenko, é possível identificar um “confronto entre o impulso libertador, presente nos anseios de mudança social, e o caráter autoritário, elitista do planejamento reformador” em muitas obras produzidas por escritores identificados com o pensamento Iluminista.

“Apresentação”. Restif de La Bretonne. *Noites revolucionárias*. São Paulo: Estação Liberdade, 1989.

- a) Cite um pensador identificado com o Iluminismo.
- b) Identifique dois elementos do Iluminismo que contribuíram para a crítica do Antigo Regime.
- c) Indique uma medida marcada pelo “impulso libertador” e outra pelo “planejamento reformador” adotada durante a Convenção Nacional ou sob o Diretório.

Resolução

- a) **Jean-Jacques Rousseau. Outros nomes que poderiam ser citados: Voltaire, Montesquieu e Diderot.**
- b) **Racionalismo, contrário à teoria do direito divino dos reis; igualdade jurídica (ou civil) questionando a existência de leis específicas para os diferentes estamentos (ou ordens) sociais; e liberalismo, que afirmava ser a liberdade um direito natural do ser humano.**
- c) **Durante a Convenção Nacional: sufrágio universal masculino e abolição da escravatura nas colônias francesas. Durante o Diretório: retorno do voto censitário e revogação das medidas populares adotadas na Convenção.**

H.02

No dia 18 de setembro de 1850, o Parlamento brasileiro aprovou a lei nº 601 que ficou conhecida como a “Lei de Terras”.

- a) Indique uma alteração no regime da propriedade fundiária no Brasil prevista pela lei.
- b) Quais os beneficiários desse dispositivo jurídico no século XIX?
- c) Mencione dois efeitos dessa legislação sobre as formas de organização do trabalho na economia cafeeira.

Resolução

- a) **O acesso as terras devolutas (não regularizadas) passa a ser feito exclusivamente mediante compra.**
- b) **Regulamentação da propriedade fundiária mediante a homologação de todas as formas de posse ou propriedade até então existentes, ficando as futuras aquisições de terras restritas à compra. Essa medida beneficiou os latifúndios e consolidou o poder dos grandes proprietários rurais, além de favorecer o surgimento de uma elite de fazendeiros possuidores de capitais.**
- c) **Maior dificuldade para o acesso de imigrantes e homens livres pobres (incluindo ex-escravos) à propriedade fundiária, de forma a preservar o poder das elites proprietárias; direcionamento dessa mão de obra disponibilizada para o trabalho assalariado, sobretudo nas fazendas de café do Oeste Paulista.**

H.03

“Em 1945, 1954 e 1964, datas de movimentos vitoriosos contra o presidente do país, a pressão civil no sentido de intervenção militar no processo político cresceu e foi comunicada aos militares através de contatos pessoais, manifestos públicos e editoriais da imprensa. [...] Normalmente, os pedidos de intervenção afirmavam que o presidente estava agindo de maneira ilegal e que, em face destas condições, a cláusula de ‘obediência dentro dos limites da lei’ os dispensava do dever de obedecer ao chefe do executivo”.

Stepan, A. *Os militares na política*. Rio de Janeiro: 1975, p. 73.

- a) Identifique um partido político que atuou na oposição aos presidentes nos três momentos citados no texto.
- b) Indique duas diferenças entre as crises políticas enfrentadas pelo presidente Vargas em 1945 e 1954.
- c) Caracterize uma medida econômico-social que teria contribuído para as crises de 1954 e 1964.

Resolução

a) **UDN - União Democrática Nacional.**

b) **Em 1945**

Crise: desgaste da ditadura do Estado Novo, de orientação fascista, em face da participação do Exército brasileiro junto aos Aliados na vitória contra o Eixo na Segunda Guerra Mundial.

Desfecho: a intervenção do Alto Comando das Forças Armadas na deposição do presidente Vargas.

Em 1954

Crise: o presidente eleito democraticamente sofre forte oposição de diversos setores (UDN, transnacionais e segmentos das Forças Armadas) tendo como pano de fundo a Guerra Fria, em razão da orientação nacional-desenvolvimentista de Vargas (criação da Petrobrás, BNDE e o projeto da Lei de Remessa de Lucros Extraordinários).

Desfecho: isolamento político do presidente, resultando em seu suicídio.

c) **Crise de 1954: política de reajustes no salário mínimo para atenuar os efeitos da inflação;**

Crise de 1964: proposta das Reformas de Base, com destaque para a reforma agrária e desapropriação de refinarias particulares.

H.04

“Assim se realizam, no correr do século IV, a transformação do cristianismo de religião perseguida em religião do estado e a transformação de um deus rejeitado em um Deus oficial. Os homens e as mulheres que vivem na Europa ocidental passam, em poucos decênios, do culto de uma multiplicidade de deuses a um Deus único”.

LE GOFF, J. *O Deus da Idade Média*. Conversas com Jean-Luc Pouthier. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2007, p. 19-20.

- a) Indique uma motivação que levou o Império Romano a adotar o cristianismo como religião oficial em seus domínios.
- b) Aponte dois exemplos da incorporação de elementos do paganismo às práticas devocionais cristãs na passagem da Antiguidade para a Idade Média.
- c) Indique duas características do cesaropapismo que se desenvolveu na cristandade oriental.

Resolução

- a) **Diante da crise do Império Romano, que se manifestava desde o século III d. C., diversos imperadores, a partir de Constantino, buscaram no cristianismo – em franca expansão, apesar das perseguições – um ponto de apoio que contribuisse para estabilizar o Estado Romano. Todavia, a crise do Império era estrutural, o que levaria à sua queda no século V.**
- b) **Identificação de comemorações pagãs com eventos significativos do cristianismo, como a escolha de 25 de dezembro (festa pagã de culto ao Sol) com o Natal; e valorização dos espaços dedicados ao culto, comum entre os romanos e pouco frequente nos primórdios do cristianismo.**
- c) **Subordinação da Igreja (representada pelo patriarca de Constantinopla) ao Estado (representado pelo imperador); e rejeição da autoridade do papa (bispo de Roma) como suprema autoridade da Igreja Cristã.**

H.05

No dia 12 de outubro de 1492, três navios a serviço da coroa de Castela, comandados pelo navegador genovês Cristóvão Colombo, chegaram às atuais Bahamas. Relacione tal acontecimento com a

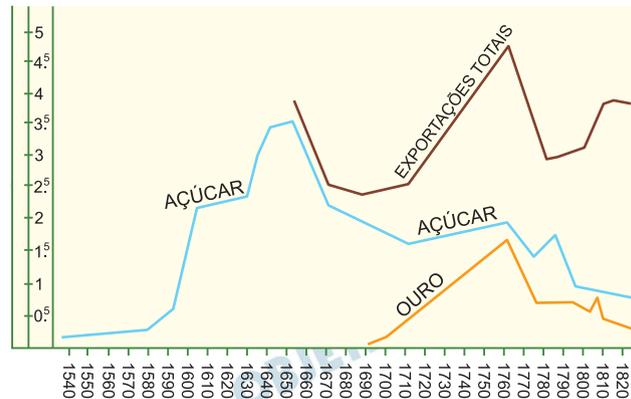
- a) concepção medieval-cristã de que a Terra era uma criação de Deus;
- b) competição mercantil interestatal europeia de fins do século XV;
- c) memória construída em torno dele em dois momentos dos séculos XX ou XXI.

Resolução

- a) **Dentro das correntes de pensamento que consideravam o Paraíso Perdido (Éden) como localizado na própria Terra, os navegadores comandados por Colombo acreditaram ter chegado a esse local.**
- b) **No período citado, os Estados da fachada atlântica europeia disputavam a descoberta de um caminho marítimo para as Índias (tendo Portugal e Espanha à frente dessa competição), a fim de quebrar o monopólio exercido pelas cidades italianas sobre a mercantilização dos produtos orientais.**
- c) **Durante muito tempo considerado como um feito heróico dos europeus e benéfico para as populações nativas, que assim tiveram acesso à civilização ocidental, a chegada dos europeus à América tem sido contestada como um evento nefasto para os povos originários, que lhes trouxe miséria, mortandade e espoliação. Essa interpretação ganhou força nos últimos anos refletindo-se, entre outras manifestações, na derrubada de monumentos alusivos ao descobrimento e colonização das Américas.**

H.06

Comércio exterior do Brasil entre 1536 e 1822



R. Simonsen, *História econômica do Brasil*. 7ª ed. São Paulo: Companhia Ed. Nacional, 1977.

A partir da análise do gráfico, no qual a ordenada corresponde a valores totais de exportação (em milhões de libras esterlinas) e a abscissa a intervalos de tempo (em décadas), justifique

- o declínio nos valores do açúcar entre, aproximadamente, 1650 e 1710;
- a diferença entre os valores totais e a somatória dos valores de açúcar e ouro por volta de 1760;
- a diferença entre os valores de açúcar e ouro por volta de 1810.

Resolução

- Após a expulsão dos holandeses instalados no Nordeste Brasileiro (1630-54), o açúcar até então cultivado no Brasil foi parcialmente transplantado para as Antilhas, onde passou a concorrer com o açúcar produzido na América Portuguesa.
- Por volta de 1760, as exportações brasileiras de ouro e açúcar estavam em queda, o que abria espaço para uma diversificação da produção (algodão, cacau, café, arroz, anil, couros, charque), caracterizando a fase da economia brasileira conhecida como “Renascimento Agrícola”.
- No período que se seguiu à Abertura dos Portos (1808), as exportações brasileiras de ouro e açúcar desempenhavam um papel bastante reduzido na pauta do comércio externo brasileiro: o ouro devido ao próprio esgotamento das regiões produtoras em Minas Gerais; e o açúcar, devido não somente à crescente concorrência das Antilhas, mas também pelo advento do açúcar de beterraba, cada vez mais consumido pelos europeus.