

1

Em uma cidade no interior do Estado de São Paulo, a atividade dos jardineiros da prefeitura é menor em determinada estação do ano: a grama e os arbustos dos jardins têm o crescimento reduzido, exigindo menos podas.

- a) Cite a estação do ano em que ocorre essa redução de crescimento e a caracterize com relação à pluviosidade e à temperatura.
- b) Cite um outro fator ambiental característico dessa estação do ano e explique como esse fator contribui para que a grama e os arbustos tenham o crescimento reduzido.

Resolução

- a) **A redução do crescimento da vegetação ocorre durante o inverno, em consequência das baixas pluviosidade e temperatura, que ocorrem nessa estação, no estado de São Paulo.**
- b) **Durante o inverno, a luminosidade cai, reduz-se a atividade de fotossíntese e consequentemente arbustos e grama diminuem o crescimento.**

A charge faz referência ao impacto ambiental resultante da criação de gado em larga escala para consumo humano.



(<https://amarildocharge.wordpress.com>)

Considerando os elementos da charge, responda:

- A que impacto ambiental a charge se refere e qual gás, subproduto da pecuária bovina, contribui para esse impacto ambiental?
- Considerando a fisiologia digestória do gado bovino, qual processo leva à formação desse gás e quais organismos são responsáveis por sua formação?

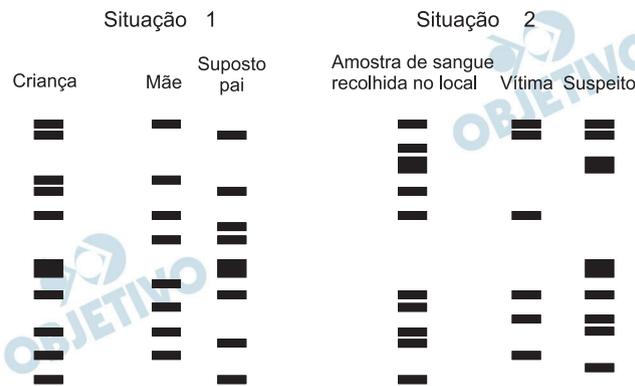
Resolução

- A charge refere-se ao *efeito estufa*. O gás, subproduto da pecuária bovina, que contribui para esse impacto ambiental, é o *metano*.
- O metano é produzido por *fermentação* realizada pelas *bactérias metanogênicas* presentes no sistema digestório do mamífero ruminante (gado bovino).

As figuras representam os resultados de dois exames de DNA em que as amostras de DNA dos envolvidos são fragmentadas com enzimas específicas e submetidas à eletroforese, gerando um padrão de faixas ou “bandas”.

A situação 1 refere-se a um caso de investigação de paternidade: o suposto pai deseja saber se a criança é, de fato, seu filho biológico.

A situação 2 refere-se a uma investigação criminal: na cena do crime foram encontradas manchas de sangue e o delegado precisa saber se o sangue é da vítima, de um indivíduo apontado como suspeito de ser o criminoso ou de uma terceira pessoa não identificada até o momento.



A partir da análise dos resultados, responda:

- A criança é filho biológico do suposto pai? Justifique sua resposta.
- A amostra de sangue recolhida no local do crime é da vítima, do suspeito ou de uma terceira pessoa não identificada? Justifique sua resposta.

Resolução

- Sim. A criança é filho biológico do suposto pai, porque as bandas de DNA que o filho não herdou de sua mãe coincidem com as desse indivíduo.**
- A amostra de sangue recolhida no local do crime é de uma terceira pessoa não identificada, pois várias bandas de DNA verificadas no exame não coincidem com as amostras da vítima ou do suspeito.**

No fim de abril, ao anunciar onde a duquesa de Cambridge, Kate Middleton, daria à luz sua filha, herdeira do príncipe William, a imprensa mundial noticiou que uma ala do Hospital de St. Mary, em Londres, havia sido fechada em decorrência de um pequeno surto de superbactéria.

Se uma instituição frequentada por um casal real pode passar por uma situação como essa, dá para ter noção do desafio enfrentado diariamente por profissionais do mundo inteiro para lidar com micro-organismos multirresistentes.

(<http://noticias.uol.com.br>. Adaptado.)

- a) Tendo por base a biologia evolutiva, explique como uma colônia de bactérias pode dar origem a uma nova linhagem resistente ao antibiótico que até então era eficiente em combatê-la.
- b) Na reprodução das bactérias, o processo que leva à formação de novas células assemelha-se mais à meiose ou à mitose? Justifique sua resposta.

Resolução

- a) Por **mutação**, surgem as bactérias resistentes. Os antibióticos **selecionam** as variedades resistentes e eliminam as sensíveis.
- b) A formação de novas bactérias assemelha-se mais à mitose, na qual, a partir de uma célula, obtêm-se duas outras e ocorre também uma única replicação de seu DNA.

Analise a tirinha.

Níquel Náusea - Fernando Gonsales



(<http://portaldoprofessor.mec.gov.br>)

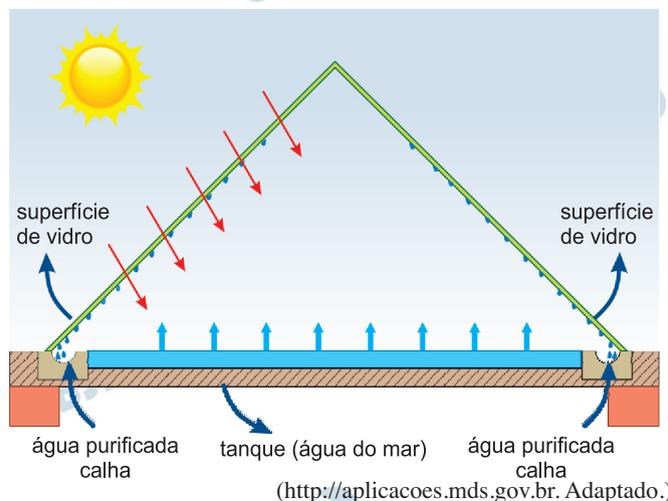
Nos três quadrinhos que compõem a tirinha, há referências, explícitas e implícitas, a importantes conceitos ecológicos.

- Considerando o conceito ecológico de comunidade referido no segundo quadrinho, os organismos que dialogam nos dois primeiros quadrinhos da tirinha são da mesma espécie ou de espécies diferentes? Justifique sua resposta.
- Em quais quadrinhos há, respectivamente, referências implícitas ao conceito de hábitat e ao conceito de ecossistema? Justifique suas respostas.

Resolução

- São de espécies diferentes, o que caracteriza uma comunidade.
- A referência ao hábitat ocorre no primeiro quadrinho, quando cita “para esta casa”.
A referência ao ecossistema ocorre no terceiro quadrinho, quando cita a palavra “cabelo”.
Ecossistema é o conjunto formado por uma comunidade e o ambiente com o qual ela interage.

O abastecimento de água potável para o uso humano é um problema em muitos países. Para suprir essa demanda, surge a necessidade de utilização de fontes alternativas para produção de água potável, a partir de água salgada e salobra, fazendo o uso das técnicas de dessalinização. Estas podem ser realizadas por meio de tecnologias de membranas ou por processos térmicos. Na figura está esquematizado um dessalinizador de água do mar baseado no aquecimento da água pela energia solar.



- Dê o nome do processo de separação que ocorre no dessalinizador representado na figura. Descreva o processo de separação.
- Compare as propriedades de pressão de vapor e de temperatura de ebulição da água do mar com as respectivas propriedades da água purificada. Justifique sua resposta.

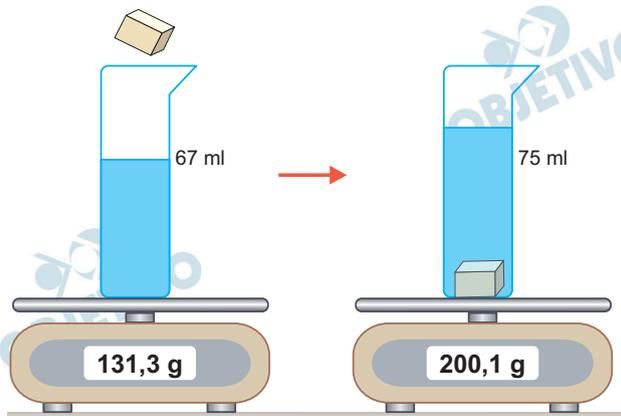
Resolução

- Destilação simples.** A água do mar é uma solução com alta concentração salina e imprópria para consumo direto. Nesta purificação, a energia solar vaporiza apenas a água da mistura, a qual é condensada na superfície do vidro e recolhida na calha.
- A pressão de vapor da água *diminui* com o aumento da concentração de partículas dispersas contidas na água do mar. A temperatura de ebulição *aumenta* com a concentração de partículas dispersas. Assim, a água do mar possui *menor* pressão de vapor e maior temperatura de ebulição em relação à água purificada.

O nióbio (massa molar $93 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) é um metal utilizado na fabricação de ligas metálicas especiais e em aplicações de alta tecnologia. O processo básico de metalurgia do nióbio envolve a redução aluminotérmica, redução de Nb_2O_5 com Al metálico, segundo a reação representada pela equação química:



Uma pequena peça de nióbio puro foi produzida e colocada numa proveta com água sobre uma balança, alterando o nível da água na proveta e a indicação da balança, como mostra a figura.



- Determine a densidade do nióbio, em g/mL , de acordo com o experimento realizado. Apresente os cálculos efetuados.
- Calcule a massa de alumínio metálico, em kg , necessária para reagir com quantidade suficiente de Nb_2O_5 para produção de 279 kg de nióbio puro. Considere que o processo ocorre com 100% de eficiência. Apresente os cálculos efetuados.

Resolução

a) $\text{Massa do nióbio} = 200,1 \text{ g} - 131,3 \text{ g} = 68,8 \text{ g}$

$\text{Volume do nióbio} = 75 \text{ mL} - 67 \text{ mL} = 8 \text{ mL}$

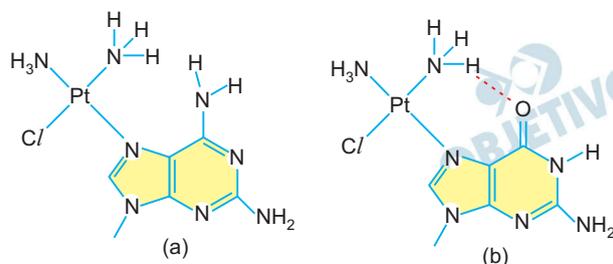
$$d = \frac{m}{V} \therefore d = \frac{68,8 \text{ g}}{8 \text{ mL}} \therefore d = 8,6 \text{ g/mL}$$

b)

10 Al	6 Nb
$10 \cdot 27 \text{ g}$	$6 \cdot 93 \text{ g}$
x	279 kg
$x = 135 \text{ kg}$	

A descoberta das propriedades antitumorais do cisplatina, fórmula molecular $[\text{Pt}(\text{NH}_3)_2\text{Cl}_2]$, constituiu um marco na história da Química Medicinal. Esse composto é usado em vários tipos de neoplasias, como câncer de próstata, pulmão, cabeça, esôfago, estômago, linfomas, entre outros.

O cisplatina sofre hidrólise ao penetrar na célula, e seu alvo principal é o DNA celular. A ligação deste fármaco ao DNA ocorre preferencialmente através de um dos átomos de nitrogênio das bases nitrogenadas adenina ou guanina.



Interações da platina com as bases adenina (a) e guanina (b)

No Brasil, um dos nomes comerciais do fármaco cisplatina é Platnil®. Usualmente, os frascos deste medicamento acondicionam solução injetável, contendo 50 mg de cisplatina. Uma determinada indústria farmacêutica utilizou 0,050 mol de cisplatina na produção de um lote de frascos do medicamento Platnil® do tipo descrito.

(<http://qnesc.sbq.org.br>. Adaptado.)

- A interação da platina é mais estável com qual base nitrogenada? Justifique sua resposta.
- Determine o número de frascos de Platnil® contidos no lote produzido por aquela indústria farmacêutica, supondo 100% de eficiência no processo. Apresente os cálculos efetuados.

Resolução

a) **Guanina.** As duas bases apresentam a ligação covalente Pt – N, mas só com a guanina há ligação de hidrogênio (H do NH_3 com O da guanina).

b) Cálculo da massa molar da cisplatina:

$$\begin{aligned} M_{[\text{Pt}(\text{NH}_3)_2\text{Cl}_2]} &= \\ &= 1 \cdot 195 \text{ g/mol} + 2 \cdot 14 \text{ g/mol} + 6 \cdot 1 \text{ g/mol} + 2 \cdot 35,5 \text{ g/mol} \end{aligned}$$

$$M_{[\text{Pt}(\text{NH}_3)_2\text{Cl}_2]} = 300 \text{ g/mol}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ mol} &\text{ ————— } 300 \text{ g de } [\text{Pt}(\text{NH}_3)_2\text{Cl}_2] \\ 0,050 \text{ mol} &\text{ ————— } x \end{aligned}$$

$$x = 15 \text{ g}$$

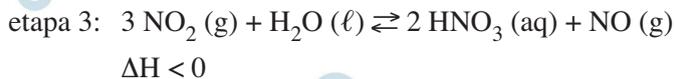
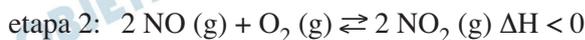
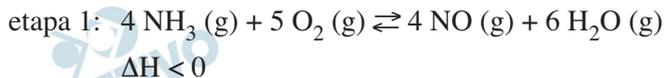
1 frasco ——— $50 \cdot 10^{-3}$ g de cisplatina

x frascos ——— 15 g

$x = 0,3 \cdot 10^3$ frascos

$$x = 300 \text{ frascos}$$

Na indústria, a produção do ácido nítrico (HNO_3) a partir da amônia (NH_3) se dá em três etapas:

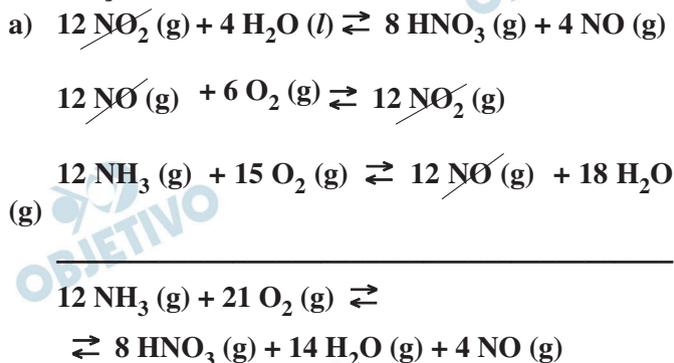


A fim de verificar as condições que propiciam maior rendimento na produção de NO na etapa 1, um engenheiro realizou testes com modificações nos parâmetros operacionais desta etapa, indicadas na tabela.

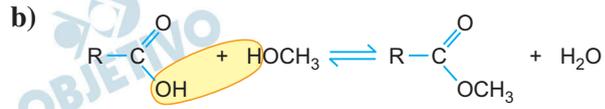
teste	modificações da etapa 1
1	aquecimento e aumento de pressão
2	aquecimento e diminuição de pressão
3	resfriamento e aumento de pressão
4	resfriamento e diminuição de pressão

- a) Com base nas três etapas, escreva a equação balanceada para a reação global de obtenção do ácido nítrico cujos coeficientes estequiométricos são números inteiros. Essa reação tem como reagentes NH_3 e O_2 e como produtos HNO_3 , H_2O e NO , sendo que o coeficiente estequiométrico para o HNO_3 é 8.
- b) Qual teste propiciou maior rendimento na produção de NO na etapa 1? Justifique sua resposta.

Resolução



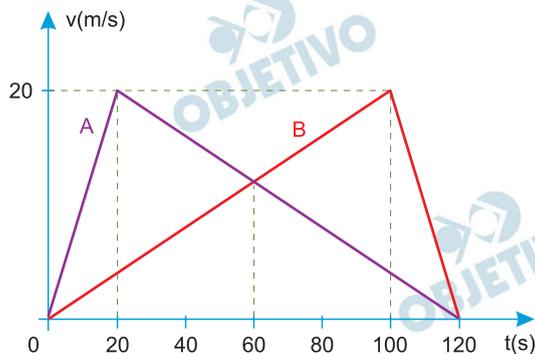
- b) O teste que propiciou maior rendimento na produção de NO é o teste 4 (resfriamento e diminuição de pressão).
O resfriamento desloca o equilíbrio no sentido de NO (exotérmico) e a diminuição de pressão, no sentido de NO (expansão de volume).



1																	18
1																	2
H 1,01																	He 4,00
3	4															10	
Li 6,94	Be 9,01															Ne 20,2	
11	12											13	14	15	16	17	18
Na 23,0	Mg 24,3											B 10,8	C 12,0	N 14,0	O 16,0	F 19,0	Ar 39,9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
K 39,1	Ca 40,1	Sc 44,9	Ti 47,9	V 50,9	Cr 52,0	Mn 54,9	Fe 55,8	Co 58,9	Ni 58,7	Cu 63,5	Zn 65,4	Ga 69,7	Ge 72,6	As 74,9	Se 79,0	Br 79,9	Kr 83,8
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Rb 85,5	Sr 87,6	Y 88,9	Zr 91,2	Nb 92,9	Mo 95,9	Tc (99)	Ru 101	Rh 103	Pd 106	Ag 108	Cd 112	In 115	Sn 119	Sb 122	Te 128	I 127	Xe 131
55	56	57-71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
Cs 133	Ba 137	Série dos Lantanídeos	Hf 178	Ta 181	W 184	Re 186	Os 193	Ir 192	Pt 195	Au 197	Hg 201	Tl 204	Pb 207	Bi 209	Po (209)	At (210)	Rn (222)
87	88	89-103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
Fr (223)	Ra (226)	Série dos Actínidos	Rf (261)	Db (262)	Sg (266)	Bh (264)	Hs (277)	Mt (268)	Ds (271)	Rg (272)							
Número Atômico			57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
Símbolo			La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
Massa Atômica			139	140	141	144	(145)	150	152	157	159	163	168	167	169	173	175
()			= n° de massa do isótopo mais estável														
Série dos Actínidos			89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
Símbolo			Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr
Massa Atômica			(227)	232	231	238	(237)	(244)	(243)	(247)	(247)	(251)	(252)	(257)	(258)	(259)	(262)

(IUPAC, 22.06.2007.)

Dois veículos, A e B, partem simultaneamente de uma mesma posição e movem-se no mesmo sentido ao longo de uma rodovia plana e retilínea durante 120 s. As curvas do gráfico representam, nesse intervalo de tempo, como variam suas velocidades escalares em função do tempo.



Calcule:

- o módulo das velocidades escalares médias de A e de B, em m/s, durante os 120 s.
- a distância entre os veículos, em metros, no instante $t = 60$ s.

Resolução

- a) $\Delta s = \text{área} (v \times t)$

$$\Delta s_A = \frac{120 \cdot 20}{2} \text{ (m)} = 1200\text{m}$$

$$\Delta s_B = \frac{120 \cdot 20}{2} \text{ (m)} = 1200\text{m}$$

$$V_{m(A)} = V_{m(B)} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1200\text{m}}{120\text{s}}$$

$$V_{m(A)} = V_{m(B)} = 10 \text{ m/s}$$

- b) 1) Para o veículo B, temos:

$$\gamma_B = \frac{\Delta V_B}{\Delta t} = \frac{20}{100} \text{ (m/s}^2\text{)} = 0,20\text{m/s}^2$$

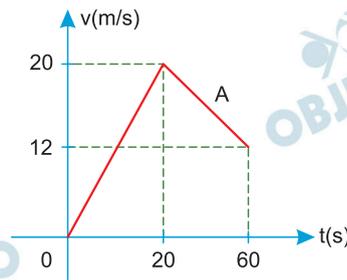
- 2) No instante $t = 60\text{s}$, temos:

$$V_B = V_{0B} + \gamma_B t$$

$$V_B = 0 + 0,20 \cdot 60 \text{ (m/s)}$$

$$V_B = 12 \text{ m/s}$$

3)

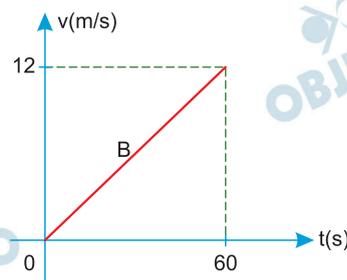


$$\Delta s_A = \frac{20 \cdot 20}{2} + (20 + 12) \frac{40}{2} \text{ (m)}$$

$$\Delta s_A = 200 + 640 \text{ (m)}$$

$$\Delta s_A = 840\text{m}$$

4)



$$\Delta s_B = \frac{60 \cdot 12}{2} \text{ (m)} = 360\text{m}$$

$$5) d = \Delta s_A - \Delta s_B$$

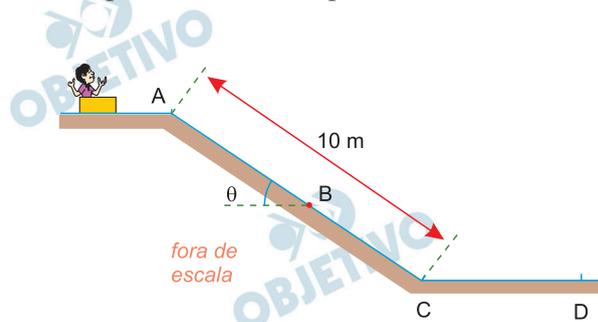
$$d = 840\text{m} - 360\text{m}$$

$$d = 480\text{m}$$

Respostas: a) $V_{m(A)} = V_{m(B)} = 10\text{m/s}$

b) $d = 480\text{m}$

Um garoto de 40 kg está sentado, em repouso, dentro de uma caixa de papelão de massa desprezível, no alto de uma rampa de 10 m de comprimento, conforme a figura.



Para que ele desça a rampa, um amigo o empurra, imprimindo-lhe uma velocidade de 1 m/s no ponto A, com direção paralela à rampa, a partir de onde ele escorrega, parando ao atingir o ponto D. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície, em todo o percurso AD, é igual a 0,25, que $\sin \theta = 0,6$, $\cos \theta = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a resistência do ar ao movimento pode ser desprezada, calcule:

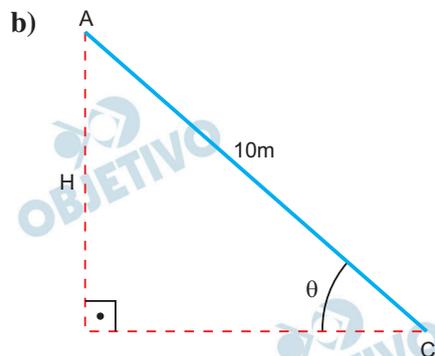
- o módulo da força de atrito, em N, entre a caixa e a rampa no ponto B.
- a distância percorrida pelo garoto, em metros, desde o ponto A até o ponto D.

Resolução

$$\text{a) } F_{\text{at}} = \mu F_N = \mu m g \cos \theta$$

$$F_{\text{at}} = 0,25 \cdot 400 \cdot 0,8 \text{ (N)}$$

$$F_{\text{at}} = 80 \text{ N}$$



1) Cálculo de H:

$$\sin \theta = \frac{H}{AC}$$

$$0,6 = \frac{H}{10} \Rightarrow \boxed{H = 6,0\text{m}}$$

2) Cálculo da força de atrito no trecho CD:

$$f_{\text{at}} = \mu m g$$

$$f_{\text{at}} = 0,25 \cdot 400 \text{ (N)}$$

$$\boxed{f_{\text{at}} = 100\text{N}}$$

3) TEC:

$$\tau_{\text{total}} = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$\tau_{\text{p}} + \tau_{\text{at}} = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$m g H - (F_{\text{at}} \cdot AC + f_{\text{at}} \cdot CD) = 0 - \frac{m V_A^2}{2}$$

$$400 \cdot 6,0 - (80 \cdot 10 + 100 \cdot CD) = - \frac{40 \cdot 1,0^2}{2}$$

$$2400 - 800 - 100 \cdot CD = - 20$$

$$100 \cdot CD = 1620 \Rightarrow \boxed{CD = 16,2\text{m}}$$

4) A distância total percorrida é dada por:

$$d = AC + CD$$

$$d = 10\text{m} + 16,2\text{m}$$

$$\boxed{d = 26,2\text{m}}$$

Respostas: a) $F_{\text{at}} = 80\text{N}$
b) $d = 26,2\text{m}$

Considere um copo de vidro de 100 g contendo 200 g de água líquida, ambos inicialmente em equilíbrio térmico a 20 °C. O copo e a água líquida foram aquecidos até o equilíbrio térmico a 50 °C, em um ambiente fechado por paredes adiabáticas, com vapor de água inicialmente a 120 °C. A tabela apresenta valores de calores específicos e latentes das substâncias envolvidas nesse processo.

calor específico da água líquida	1 cal/(g · °C)
calor específico do vapor de água	0,5 cal/(g · °C)
calor específico do vidro	0,2 cal/(g · °C)
calor latente de liquefação do vapor de água	- 540 cal/g

Considerando os dados da tabela, que todo o calor perdido pelo vapor tenha sido absorvido pelo copo com água líquida e que o processo tenha ocorrido ao nível do mar, calcule:

- a) a quantidade de calor, em cal, necessária para elevar a temperatura do copo com água líquida de 20 °C para 50 °C.
- b) a massa de vapor de água, em gramas, necessária para elevar a temperatura do copo com água líquida até atingir o equilíbrio térmico a 50 °C.

Resolução

- a) **Aquecimento do copo com água de 20°C até 50°C:**

$$\Sigma Q = Q_C + Q_A \Rightarrow Q = (m c \Delta\theta)_C + (m c \Delta\theta)_A$$

$$Q = 100 \cdot 0,2 (50 - 20) + 200 \cdot 1,0 (50 - 20) \text{ (cal)}$$

$$Q = 600 + 6000 \text{ (cal)} \Rightarrow \boxed{Q = 6600 \text{ cal}}$$

- b) (I) **Resfriamento do vapor de 120°C ao ponto de condensação (100°C):**

$$Q_1 = m c_v \Delta\theta_v \Rightarrow Q_1 = m \cdot 0,5 (100 - 120)$$

$$\boxed{Q_1 = -m 10}$$

(II) Condensação de todo o vapor:

$$Q_2 = m L_V \Rightarrow Q_2 = -m 540$$

(III) Resfriamento do vapor condensado a 50°C:

$$Q_3 = m c \Delta\theta \Rightarrow Q_3 = m 1,0 (50 - 100)$$

$$Q_3 = -m 50$$

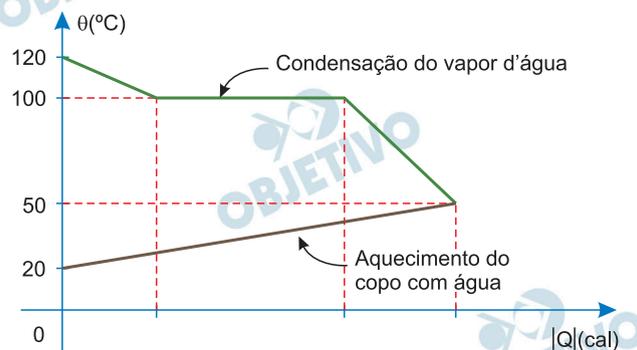
(IV) No equilíbrio térmico, a soma algébrica das quantidades de calor trocadas entre o copo com água e do vapor deve ser nula:

$$\Sigma Q = 0 \Rightarrow Q + Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$6600 - m 10 - m 540 - m 50 = 0$$

$$6600 = m 600 \Rightarrow m = 11g$$

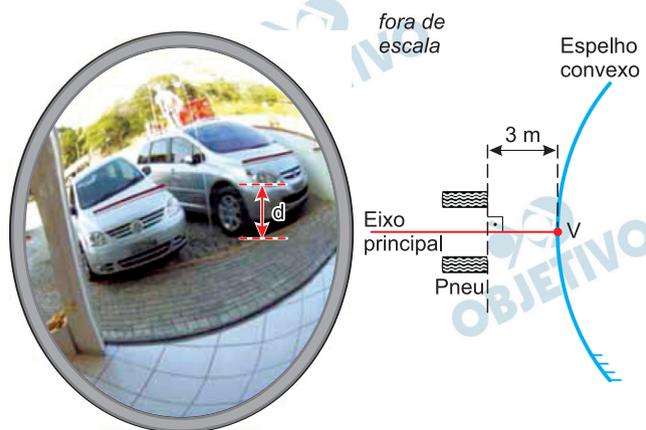
O gráfico abaixo ilustra o comportamento térmico do copo com água e o vapor, componentes do sistema.



Respostas: a) 6600 cal

b) 11g

Na entrada de uma loja de conveniência de um posto de combustível, há um espelho convexo utilizado para monitorar a região externa da loja, como representado na figura. A distância focal desse espelho tem módulo igual a 0,6 m e, na figura, pode-se ver a imagem de dois veículos que estão estacionados paralelamente e em frente à loja, aproximadamente a 3 m de distância do vértice do espelho.



(www.hsj.com.br. Adaptado.)

Considerando que esse espelho obedece às condições de nitidez de Gauss, calcule:

- a distância, em metros, da imagem dos veículos ao espelho.
- a relação entre o comprimento do diâmetro da imagem do pneu de um dos carros, indicada por d na figura, e o comprimento real do diâmetro desse pneu.

Resolução

- a) Com $f = -0,6\text{m}$ e $p = 3\text{m}$, aplicando-se a Equação de Gauss, calculemos a abscissa da imagem (p'):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{0,6}$$

$$\frac{1}{p'} = -\frac{1}{0,6} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-5-1}{3}$$

$$p' = -\frac{3}{6} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{p' = -0,5\text{m}}$$

Sendo C a distância pedida, respondemos:

$$C = |p'| = 0,5\text{m}$$

$$\text{b) } \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{d}{o} = -\frac{(-0,5)}{3}$$

$$\frac{d}{o} = \frac{1}{6}$$

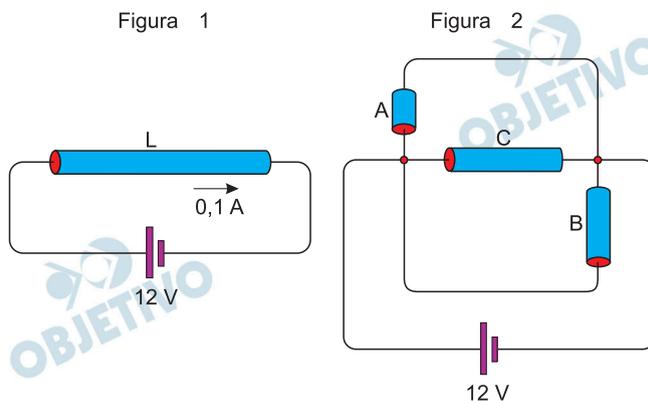
Respostas: a) 0,5m

$$\text{b) } \frac{1}{6}$$

Um fio metálico homogêneo tem comprimento L e área de secção transversal constante. Quando submetido a uma diferença de potencial de 12 V , esse fio é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade $0,1\text{ A}$, conforme a figura 1. Esse fio é dividido em três partes, A, B e C, de

comprimentos $\frac{L}{6}$, $\frac{L}{3}$ e $\frac{L}{2}$, respectivamente, as quais,

por meio de fios de resistências desprezíveis, são conectadas entre si e submetidas à mesma diferença de potencial constante de 12 V , conforme a figura 2.



- Com base no circuito representado na figura 2, calcule:
- a resistência equivalente, em Ω .
 - a potência total dissipada, em W .

Resolução

- a) Usando, inicialmente, o circuito da fig. 1, vamos determinar a resistência R do fio metálico.

$$U = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{U}{i}$$

$$R = \frac{12\text{V}}{0,1\text{A}} \quad \boxed{R = 120\Omega}$$

O fio metálico foi cortado em partes e podemos usar a 2.^a Lei de Ohm para determinar as três resistências: R_A , R_B e R_C .

$$R = \rho \frac{L}{A} = 120\Omega$$

$$R_A = \rho \frac{(L/6)}{A} = \frac{R}{6} \Rightarrow R_A = \frac{120\Omega}{6} = 20\Omega$$

$$R_B = \rho \frac{(L/3)}{A} = \frac{R}{3} \Rightarrow R_B = \frac{120\Omega}{3} = 40\Omega$$

$$R_C = \rho \frac{(L/2)}{A} = \frac{R}{2} \Rightarrow R_C = \frac{120\Omega}{2} = 60\Omega$$

No circuito da figura 2, os três resistores estão em paralelo. Logo,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} \text{ (unidades SI)}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{6 + 3 + 2}{120} = \frac{11}{120} \text{ (SI)}$$

$$R_{eq} = \frac{120}{11} \Omega$$

b) A potência total dissipada pode ser calculada diretamente usando-se a resistência equivalente:

$$Pot = \frac{U^2}{R_{eq}}$$

$$Pot = \frac{(12)^2}{\frac{120}{11}} \text{ (W)}$$

$$Pot = \frac{144 \cdot 11}{120} \text{ (W)}$$

$$Pot = 13,2W$$

Respostas: a) $R_{eq} = \frac{120}{11} \Omega$

b) 13,2W

A heparina é um medicamento de ação anticoagulante prescrito em diversas patologias. De acordo com indicação médica, um paciente de 72 kg deverá receber 100 unidades de heparina por quilograma por hora (via intravenosa).

No rótulo da solução de heparina a ser ministrada consta a informação 10 000 unidades/50 mL.

- Calcule a quantidade de heparina, em mL, que esse paciente deverá receber por hora.
- Sabendo que 20 gotas equivalem a 1 mL, esse paciente deverá receber 1 gota a cada x segundos. Calcule x.

Resolução

- O paciente de 72kg deverá receber $(72 \cdot 100)$ unidades = 7200 unidades de heparina por hora. Se o rótulo indica 10 000 unidades em 50 mL, tem-se:

unidades	volume
10 000	50 mL
7 200	q

A quantidade q de heparina que esse paciente deverá receber por hora é tal que:

$$\frac{10\ 000}{7\ 200} = \frac{50\ \text{mL}}{q} \Rightarrow q = 36\ \text{mL}$$

- I) Se 1 mL = 20 gotas, então:

$$36\ \text{mL} = 36 \cdot 20\ \text{gotas} = 720\ \text{gotas}$$

II) O paciente deverá receber 720 gotas em 1 hora = 3600 s, assim, tem-se:

nº de gotas	tempo(em segundos)
720	3 600
1	x

$$\frac{720}{1} = \frac{3\ 600}{x} \Rightarrow x = 5$$

Respostas: a) 36 mL b) x = 5

A densidade populacional de cada distrito da cidade de South Hill, denotada por D (em número de habitantes por km^2), está relacionada à distância x , em quilômetros, do distrito ao centro da cidade. A fórmula que relaciona D e x é dada por $D = 5 + 30x - 15x^2$.

- a) Um distrito, localizado no centro da cidade de São Paulo, tem densidade populacional de $16,5 \text{ hab/km}^2$. Comparando a densidade populacional do distrito que fica no centro da cidade de South Hill com a do distrito do centro da cidade de São Paulo, a segunda supera a primeira em $y\%$. Calcule y .
- b) Determine a que distância do centro da cidade de South Hill a densidade populacional é máxima. Qual é o valor dessa densidade máxima?

Resolução

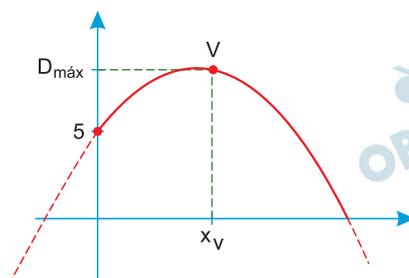
- a) A densidade populacional do distrito que fica no centro da cidade de South Hill é 5 hab/km^2 e a que fica no centro da cidade de São Paulo é $16,5 \text{ hab/km}^2$.

A segunda supera a primeira em $(16,5 - 5) \text{ hab/km}^2 = 11,5 \text{ hab/km}^2$.

Em porcentagem, a segunda supera a primeira em

$$y\% = 230\%, \text{ pois } \frac{11,5}{5} = 2,3, \text{ assim, } y = 230$$

- b) O gráfico da função D , definida por $D(x) = -15x^2 + 30x + 5$, é do tipo



A abscissa do vértice da parábola é

$$x_v = -\frac{30}{2(-15)} = 1 \text{ e a ordenada é a densidade}$$

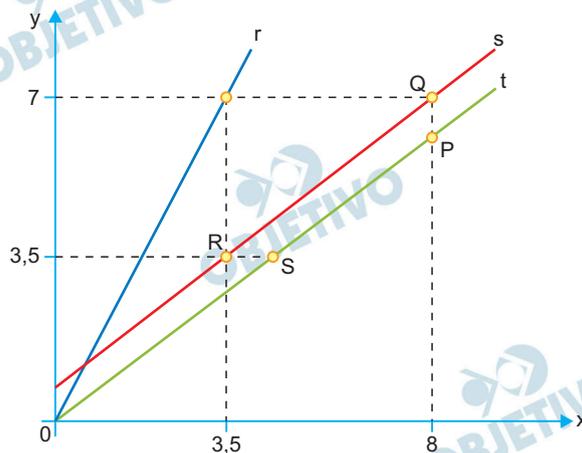
máxima. Assim:

$$D_{\text{máx}} = D(1) = -15 \cdot 1^2 + 30 \cdot 1 + 5 = 20$$

Respostas: a) 230

b) 1km; 20 hab/km^2

Na figura, as retas r , s e t estão em um mesmo plano cartesiano. Sabe-se que r e t passam pela origem desse sistema, e que PQRS é um trapézio.



- Determine as coordenadas do ponto de intersecção entre as retas r e s .
- Prove que os lados não paralelos do trapézio PQRS não possuem a mesma medida, ou seja, que o trapézio PQRS não é isósceles.

Resolução

- a) I) A reta r passa pela origem $(0,0)$ e pelo ponto

$$(3,5; 7) \text{ e, portanto, possui equação } y = \frac{7}{3,5} \cdot x \Leftrightarrow y = 2 \cdot x$$

II) A reta s passa pelos pontos $R(3,5; 3,5)$ e $Q(8;7)$ e, portanto, possui equação

$$y - 7 = \frac{7 - 3,5}{8 - 3,5} \cdot (x - 8) \Leftrightarrow 7x - 9y + 7 = 0$$

III) Sendo T o ponto de intersecção entre as retas r e s , temos:

$$\begin{cases} 7x - 9y + 7 = 0 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 7 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{11} \\ y = \frac{14}{11} \end{cases}$$

Logo, $T\left(\frac{7}{11}; \frac{14}{11}\right)$

- b) I) Sendo PQRS um trapézio, as retas s e t são paralelas e, portanto, a equação da reta t que passa pela origem é

$$y = \frac{7 - 3,5}{8 - 3,5} \cdot x \Leftrightarrow y = \frac{7}{9} \cdot x$$

II) Os pontos S (x_s ; 3,5) e P (8; y_p) pertencem à reta t. Assim:

$$\begin{cases} 3,5 = \frac{7}{9} \cdot x_s \\ y_p = \frac{7}{9} \cdot 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_s = 4,5 \\ y_p = \frac{56}{9} \end{cases}$$

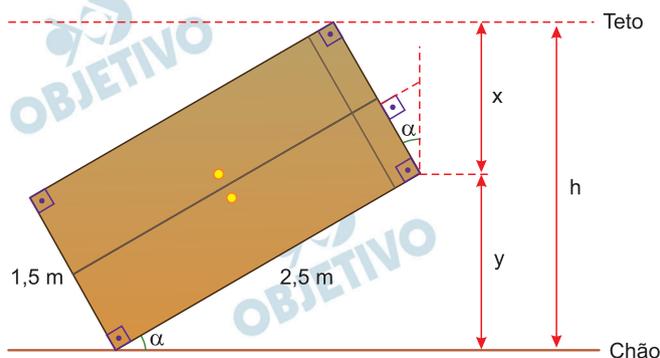
Já que $RS = 4,5 - 3,5 = 1$ e $PQ = 7 - \frac{56}{9} = \frac{7}{9}$,

temos $RS \neq PQ$, logo, o trapézio PQRS não é isósceles.

Respostas: a) $\left(\frac{7}{11}; \frac{14}{11}\right)$

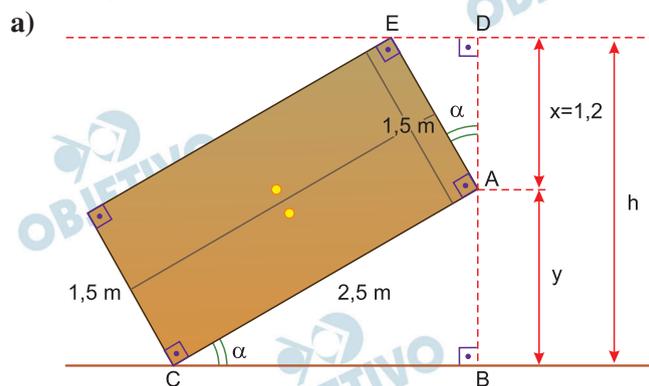
- b) Demonstração

Por razões técnicas, um armário de altura 2,5 metros e largura 1,5 metro está sendo deslocado por um corredor, de altura h metros, na posição mostrada pela figura.



- a) Calcule h para o caso em que $\alpha = 30^\circ$.
 b) Calcule h para o caso em que $x = 1,2$ m.

Resolução



Para $\alpha = 30^\circ$, sendo x , y e h em metros, temos:

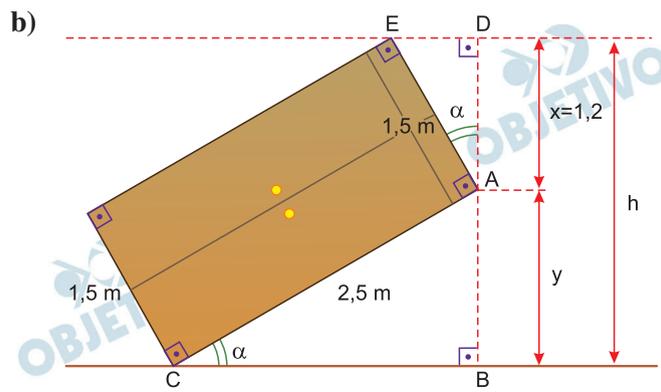
I) No triângulo ABC:

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{y}{2,5} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{y}{2,5} \Leftrightarrow y = 1,25$$

II) No triângulo ADE:

$$\operatorname{cos} 30^\circ = \frac{x}{1,5} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{1,5} \Leftrightarrow x = 0,75\sqrt{3}$$

$$\text{III) } h = x + y = 0,75\sqrt{3} + 1,25 = 0,25(3\sqrt{3} + 5)$$



I) Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo ADE, temos:

$$(DE)^2 + (1,2)^2 = (1,5)^2 \Rightarrow DE = 0,9$$

II) Da semelhança dos triângulos ABC e EDA, temos:

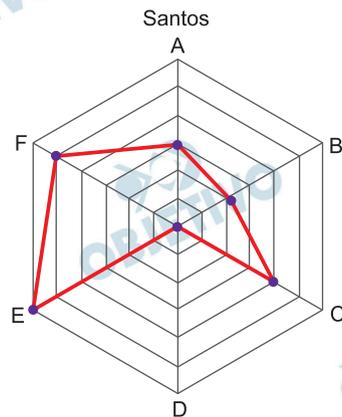
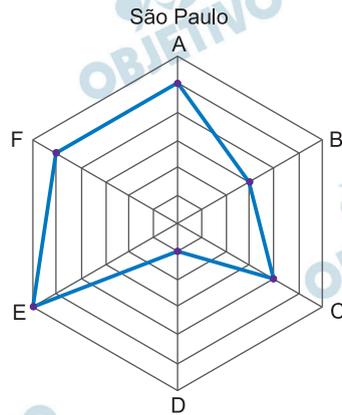
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EA} \Rightarrow \frac{y}{0,9} = \frac{2,5}{1,5} \Leftrightarrow y = 1,5$$

III) $h = x + y = 1,2 + 1,5 = 2,7$

Respostas: a) $0,25 \cdot (3\sqrt{3} + 5) \text{ m}$

b) $2,7 \text{ m}$

Em uma pesquisa de mercado realizada nas cidades de São Paulo e de Santos, cada entrevistado teve que escolher apenas uma dentre seis marcas de sabonete (A, B, C, D, E e F). Os gráficos de radar indicam os resultados dessa pesquisa nas duas cidades. Por exemplo, cinco pessoas escolheram a marca A em São Paulo, e três em Santos; três pessoas escolheram a marca B em São Paulo, e duas em Santos.



- Sorteando-se ao acaso um dos entrevistados, considerando as duas cidades, qual é a probabilidade de que essa pessoa tenha escolhido ou a marca D ou a marca F?
- A mesma pesquisa foi realizada na cidade de Campinas, com 17 pessoas: a marca F foi a única mais votada, com seis escolhas; a marca C foi a única menos votada, com nenhuma escolha; nenhuma marca obteve apenas um voto. Levando em consideração apenas essas informações, calcule o total de configurações diferentes possíveis de um gráfico de radar (no mesmo formato das pesquisas de São Paulo e Santos) com os resultados da pesquisa realizada em Campinas.

Resolução

A tabela a seguir mostra as marcas de sabonetes e o número de pessoas que a escolheram, tanto em São Paulo como em Santos

Marcas	Número de Pessoas		Totais
	São Paulo	Santos	
A	5	3	8
B	3	2	5
C	4	4	8
D	1	0	1
E	6	6	12
F	5	5	10
Totais	24	20	44

a) A probabilidade de ter escolhido D ou F,

considerando as duas cidades é $\frac{1 + 10}{44} = \frac{1}{4} = 25\%$

b) Se nenhuma marca obteve apenas um voto, então as marcas A, B, D, E obtiveram pelo menos dois votos. Sendo $(a + 2)$, $(b + 2)$, $(d + 2)$ e $(e + 2)$ as respectivas quantidades de votos das marcas A, B, D e E, com $\{a; b; d; e\} \subset \mathbb{N}$, temos:

$$(a + 2) + (b + 2) + 0 + (d + 2) + (e + 2) + 6 = 17 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a + b + d + e = 3.$$

Esta equação possui $P_6^{3;3} = \frac{6!}{3!3!} = 20$ soluções inteiras e não negativas.

Assim, existem 20 maneiras de distribuir os 17 votos entre as marcas, com F recebendo 6 votos, C não recebendo voto e cada uma das outras marcas recebendo pelo menos dois votos.

Desta forma, existem 20 configurações para um gráfico de radar com os resultados da pesquisa realizada em Campinas.

Respostas: a) $\frac{1}{4} = 25\%$

b) 20 configurações.